10.22481/redupa.v3.13907
ARTIGO

APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU NA 11ª CLASSE NO MAGISTÉRIO DE CABINDA

APPLICATION OF COMPLEX NUMBERS IN RESOLUTION OF SECOND DEGREE EQUATIONS IN THE 11TH CLASS IN CABINDA TEACHING SCHOOL

APLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS EN RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO EN EL 11º GRADO EN EL MAGISTERIO DE CABINDA

Marcos João Púcuta[1] 0009-0007-3161-7045

[1]Instituto Superior de Ciências da Educação de Cabinda – Província de Cabinda, Angola. marcoscabinda513@gmail.com;

RESUMO:
Este artigo apresenta os resultados obtidos na pesquisa realizada aos alunos da 11ª Classe do Magistério de Cabinda, concernente à Aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º Grau. Um Número Complexo z é um par ordenado z=(x,y) de números Reais x e y com as operações de adição, multiplicação e a relação de igualdade escrita na forma z=x+iy. No seu ensino e aprendizagem deparou-se com uma situação problemática a qual conduziu ao seguinte problema científico: Como contribuir na melhoria do processo de ensino-aprendizagem dos Números Complexos na 11ª Classe no Magistério de Cabinda? Para dar resposta a esse problema, formulou-se o seguinte objetivo Geral: elaborar uma proposta metodológica que contribua na melhoria da aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º Grau na 11ª Classe no Magistério de Cabinda. Para seu desenvolvimento foram utilizados os seguintes métodos: de nível teórico, empírico e matemático. As técnicas da recolha de dados utilizadas foram: o questionário e o teste. No entanto, os professores de Matemática do Magistério de Cabinda em Angola devem utilizar uma metodologia adequada que estimule e facilite aos alunos a aprendizagem dos Números Complexos e sua aplicação na Resolução das Equações do 2º Grau.
Palavras-chave: números complexos; resolução de equações de 2º grau; ensino.
ABSTRACT:
This article presents the results obtained in the research carried out with students in the 11th Class of the Cabinda Teaching School, concerning the Application of Complex Numbers in Solving 2nd Grade Equations. A Complex Number z is an ordered pair $z = (x, y)$ of Real numbers x and y with the operations of addition, multiplication and the equality relation written in the form $z = (x, y)$. In his teaching and learning, he came across a problematic situation which led to the following scientific problem: How to contribute to improving the teaching-learning process of Complex Numbers in the 11th Class in Cabinda Teaching? To respond to this problem, the following general objective was formulated: to develop a methodological proposal that contributes to improving the application of Complex Numbers in the Resolution of 2nd Degree Equations in the 11th Class in Cabinda Teaching. The following methods were used for its development: theoretical, empirical and mathematical. The data collection techniques used were: the questionnaire and the test. However, Mathematics teachers at the Cabinda Teaching School in Angola must use an appropriate methodology that encourages and facilitates students' learning of Complex Numbers and their application in Solving 2nd Grade Equations.
Keywords: complex numbers; solving 2nd degree equations; teaching.
RESUMEN:

RECEBIDO: 07 de novembro de 2023 |**APROVADO**: 24 de maio de 2024|**PUBLICADO**: 15 de junho de 2024

Este artículo presenta los resultados obtenidos en la investigación realizada con estudiantes del 11º grado del Magisterio de Cabinda, sobre la Aplicación de Números Complejos en la Resolución de Ecuaciones de 2º Grado. Un número complejo z es un par ordenado $z = (x, y)$ de números reales x e y con las operaciones de suma, multiplicación y relación de igualdad dada en la forma $z = x + iy$. En su enseñanza y aprendizaje, se encontró con una situación problemática que derivó en el siguiente problema científico: ¿Cómo contribuir a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de Números Complejos en el 11º grado del Magisterio de Cabinda? Para dar respuesta a esta problemática se formuló el siguiente objetivo general: desarrollar una propuesta metodológica que contribuya a mejorar la aplicación de Números Complejos en la Resolución de Ecuaciones de 2º Grado en el 11º grado del Magisterio de Cabinda. Para su desarrollo se utilizaron los siguientes métodos: teórico, empírico y matemático. Las técnicas de recogida de datos utilizadas fueron: el cuestionario y el test. Sin embargo, los profesores de Matemáticas del Magisterio de Cabinda en Angola deben utilizar una metodología adecuada que fomente y facilite el aprendizaje de los Números Complejos en los estudiantes y su aplicación en la Resolución de Ecuaciones de 2º Grado.
Palabras clave: números complejos; resolver ecuaciones de 2º grado; enseñanza.

Introdução

Historicamente, as necessidades vitais do homem fizeram com que ele construísse os domínios numéricos, de modo a resolver os problemas que surgiam ao seu redor e facilitar o crescimento e o desenvolvimento humano. Ao desenvolver o conjunto dos Números Reais, os matemáticos perceberam que os primeiros domínios não resolveriam todos os problemas, principalmente aqueles que envolviam raízes quadradas de números negativos e muitos outros resultados de raízes com índice par e radicando negativo, estudo de Polinómios e Equações Algébricas. Posteriormente, desenvolveram um novo domínio numérico denominado Números Complexos, que veio solucionar essa problemática. Os Números Complexos formam parte do currículo de Matemática do Ensino Médio de muitos países do mundo.

Em Angola, esse tema começa a ser estudado na 11ª Classe nos Magistérios do curso de Matemática e Física e nos Liceus no curso de Ciências Físicas e Biológicas e estende-se até ao Ensino Superior, concretamente nos Institutos Superiores de Ciências da Educação, Escolas Superiores Pedagógicas, no curso de Ensino da Matemática, Faculdades de Ciências e de Engenharias.

Ao longo da sua lecionação depara-se, por parte dos alunos, um elevado índice de dificuldades, principalmente no que concerne às operações de multiplicação e divisão de dois números complexos na forma algébrica, trigonométrica e exponencial, potências da unidade imaginária, interpretação geométrica do seu conceito, equações complexas, entre outras. Estas e outras dificuldades identificadas nos alunos fazem com que muitos autores de nível nacional e internacional publicassem resultados das suas investigações. De entre os vários resultados, destacam-se: Chagas (2013), Neto (2013), Nobre (2013), Lopes (2014), Costa (2016), Púcuta (2021), entre outros.

O objetivo deste artigo é elaborar uma proposta metodológica que contribua na melhoria do processo de ensino-aprendizagem dos Números Complexos e sua aplicação na Resolução das Equações do 2º Grau na 11ª Classe no Magistério de Cabinda.

Atualmente, o estudo dos Números Complexos e sua aplicação na Resolução das Equações do 2º Grau constituem uma problemática por parte dos alunos do Ensino Médio.

Nesta vertente, Púcuta (2022) afirma que os subtemas acima referenciados devem ser rigorosamente trabalhados na sala de aulas para que os alunos possam compreender esse conteúdo e aplicá-lo na Resolução das Equações do 2º Grau.

Os Números Complexos são utilizados no estudo de fluxo de fluídos para o entendimento do comportamento aerodinâmico em automóveis e aeronaves, no estudo das propriedades energéticas dos átomos e das moléculas, na análise de circuitos de corrente alternada, impedância (em ohms) e a potência aparente (em volt-ampère), na Resolução de Equações do 2º Grau, teoria de controle, eletrónica, mecânica dos fluídos e suas subdisciplinas como aerodinâmica, hidrodinâmica e hidráulica, circuitos elétricos, entre outras.

Atualmente, os Números Complexos fazem parte da matriz de conteúdos do Exame Nacional de Matemática para os alunos que ingressam no Ensino Superior.

Este artigo visa contribuir na melhoria do processo de ensino-aprendizagem dos Números Complexos e sua Aplicação na Resolução das Equações do 2º Grau; promove uma aprendizagem significativa.

Diante da exposição acima, achou-se pertinente desenvolver este tema de modo a contribuir para diminuição das dificuldades identificadas aos alunos da 11ª Classe do Magistério de Cabinda.

Ensino das equações do 2º grau

As equações do 2º grau são aquelas que se reduzem a forma canónica

$ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0, a, b, c \in IR$.

Independentemente da ordem da equação, o coeficiente a sempre acompanha o termo x^2, o coeficiente b acompanha o termo x, e o coeficiente c é sempre o termo independente.

Os números reais, a, b e c são, conhecidos como coeficientes da equação.

A equação do 2º grau pode ser completa, se os seus coeficientes são diferentes de 0, ou seja $ax^2 + bx + c = 0$ e incompleta, caso o coeficiente b ou c ou $b = c$ sejas iguais a 0.

Se $c = 0$ obtém-se $ax^2 + bx = 0$, se $b = 0$ obtém-se $ax^2 + c = 0$ e se $b = c = 0$ obtém-se $ax^2 = 0$, com $a \neq 0, a, b, c \in IR$.

Se $a = 0$, o termo ax^2 será igual a zero, logo a equação reduz-se numa equação do primeiro grau: $bx + c = 0$, com $b, c \in IR$.

Para resolver uma equação do 2º grau, utilizam-se diferentes métodos: fórmula de Bhaskara, fatorização e o método de soma e produto. O principal é o Bhaskara.

As equações do 2º grau incompletas possuem métodos específicos de resolução, que, algumas vezes, são mais convenientes do que utilizar a fórmula de Bhaskara ou soma e produto.

A fórmula de Bhaskara utiliza os coeficientes a, b e c para encontrar a solução da equação. Para resolver uma equação utilizando esta fórmula, calcula-se o discriminante, representado pela letra grega Δ (delta).

As soluções de uma equação do 2º grau, conhecidas também como raízes da equação, são os valores de x que fazem com que essa equação seja verdadeira, isto é, ao substituir o valor de x na expressão, o resultado deve ser igual a 0.

A equação do 2º grau pode ter duas soluções reais, uma solução real ou nenhuma solução real. As condições para a determinação do conjunto solução são as seguintes:

1. $\Delta > 0$, tem-se duas raízes reais distintas ($x_1 \neq x_2$);
2. $\Delta = 0$, tem-se uma raiz real dupla ($x_1 = x_2$);
3. $\Delta < 0$, não tem solução no domínio dos números reais.

A sua resolução consiste em determinar os possíveis valores da incógnita através da fórmula de Bhaskara.

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ onde $\Delta = b^2 - 4ac$

Observe que as condições acima são determinadas dentro do conjunto dos números reais, quando $\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais pelo fato do valor do discriminante ser um número negativo, pois não existe um número real elevado ao quadrado que resulta em negativo.

Para tornar possível a resolução de qualquer Equação do 2º Grau cujo discriminante é menor que zero ($\Delta < 0$), foi necessário ampliar o campo numérico.

Essas equações somente têm solução dentro do conjunto dos Números Complexos, introduzindo a unidade imaginária $i^2 = -1$.

Os Números Complexos no contexto atual do Ensino Médio

Ao ampliar-se o campo numérico, teve-se em conta a conveniência de que o novo conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos conserva as propriedades das operações dos conjuntos numéricos estudados no Ensino Primário e 1º Ciclo do Ensino Secundário (números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais).

De acordo com Portolan (2017), as propriedades dos números reais só se tornam conhecidas quando são vistas como parte do Conjunto dos Números Complexos.

O esquema abaixo ilustra de forma ordenada, o surgimento dos referidos domínios[1].

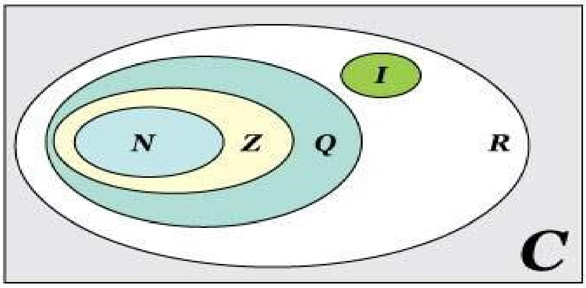


Figura 1. Domínios numéricos

Os números complexos ganham espaço a partir de momento que os matemáticos conseguiram resolver a equação do 2º grau do tipo $x^2 + 1 = 0$

através da introdução do artifício matemático $i^2 = -1$ ou $i = \sqrt{-1}$, onde i é a unidade imaginária.

O tema "Números Complexos" é abordado por muitos autores nacionais e internacionais. De entre eles, destacam-se: Chagas (2013), Neto (2013), Nobre (2013), Lopes (2014), Costa (2016), Púcuta (2021), entre outros.

Lopes (2014), na sua pesquisa, apresentou uma metodologia baseada na história para a obtenção do conceito do Número Complexo. Chagas (2013) reconhece o impato dos Números Complexos no ensino médio. Neto et al (2013) apresentou um tema sobre a relevância do ensino dos Números Complexos. Nobre (2013) e Costa (2016) fizeram uma abordagem de algumas aplicações dos Números Complexos.

Nesta vertente, Lima (1991, p.1) afirma que os números complexos fazem-se presentes em grandes ramos da Matemática tais como: Álgebra, Teoria dos Números, Topologia, Geometria (Analítica, Diferencial ou Algébrica), Análise, Equações Diferenciais, Física Matemática, Dinâmica dos Fluidos, Eletromagnetismo, Aerodinâmica do Avião, etc.

Este tema faz parte do currículo de Matemática das Instituições do Ensino Médio e Ensino Superior. No Ensino Médio, os números complexos são introduzidos, em geral, na resolução de algumas equações do 2º grau, cujo valor do discriminante é negativo ($\Delta < 0$).

[1] Números complexos - Matemática Enem | Educa Mais Brasil.

Em Angola, os números complexos começam a ser estudados no Ensino Médio na 11ª Classe, nos Magistérios no curso de Matemática e Física e nos Liceus no curso de Ciências Físicas e Biológicas e estendem-se até ao Ensino Superior, sobretudo nos Institutos Superiores de Ciências da Educação, Escolas Superiores pedagógicas, Faculdades de Ciências e de Engenharias.

No livro de texto e programa de Matemática da 11ª Classe utilizados no país, o tema em estudo é abordado de maneira superficial e apresenta insuficiências nos seus objetivos específicos, sugestões metodológicas e bibliografia.

Nesta perspetiva, Púcuta (2022) propõe que os subtemas devem ser rigorosamente abordados na sala de modo que os alunos compreendam melhor esse tema: conceito do Número Complexo, forma algébrica de um Número Complexo, sua interpretação gráfica, módulo e conjugado de um número complexo e suas propriedades, operações com Números Complexos na forma algébrica (adição, subtração, multiplicação e divisão), potências da unidade imaginária, forma trigonométrica ou polar de um número complexo, operações com Números Complexos na forma trigonométrica (multiplicação e divisão), forma exponencial de um número complexo, fórmulas de Moivre, Raízes n-ésimas e equações complexas. Um Número Complexo z é um par ordenado $z = (x, y)$ de números reais x e y associados as operações de adição, multiplicação e a relação de igualdade escrita na forma $z = x + iy$.

Santos (2008, p. 3) define os Números Complexos como um conjunto que possui maior cardinalidade, pois contém todos os outros conjuntos. Este autor afirma que é necessário compreender os processos das operações (aritméticas, trigonométricas, algébricas) envolvendo elementos desse conjunto, assim como a representação geométrica destes números. Este conceito deve ser dado sobre argumentos geométricos e algébricos.

O conjunto dos números complexos é denotado pela letra $\mathbb{C}$ e dado por IR^2.

A representação do número complexo $z = (x, y)$ na forma $z = x + iy$ denomina-se forma algébrica. retangular, cartesiana, binómica ou de Descartes de um número complexo z (Púcuta, 2021, p. 13).

Nesta perspetiva, Ribeiro, (2007, p. 118) a firma que a forma algébrica é operacionalmente útil, tanto para a soma quanto para o produto de Números Complexos, e sugere que operemos como se estivéssemos operando em IR os polinómios do primeiro grau na variável x, onde a unidade imaginária i faz o 'papel' do x, tal que $x^2 = -1$

Na forma algébrica $z = x + iy$, os números reais x e y são denominados parte real e parte imaginária de z, respetivamente, para as quais se utiliza a notação $Re(z) = x$ e $Im(z) =$

y. Os números complexos escritos na forma $(0, y)$ são chamados imaginários puros e os escritos na forma $(x, 0)$ são denominados números reais.

Interpretação geométrica dos números complexos

Os números complexos podem ser representados geometricamente por um ponto em referencial cartesiano ortogonal e monométrico de abcissa x e ordenada y construído de forma semelhante ao plano cartesiano. No entanto, o eixo horizontal é conhecido como eixo real (Rez), ao eixo vertical de eixo imaginário (Imz) e o plano xoy onde se representa os números complexos é denominado Plano Complexo ou Plano de Argand-Gauss.

O número complexo representado por $x + yi$ gera os pontos no plano complexo formado pelo par ordenado (x, y).

O ponto $A(x, y)$ ou $A(Re(z), Im(z))$ denomina-se afixo ou imagem geométrica do número complexo z.

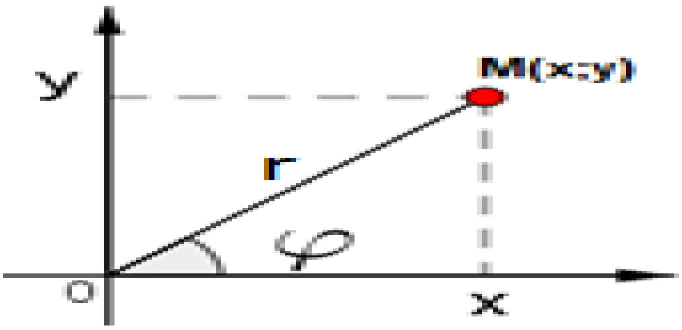


Figura 2. Interpretação geométrica de um número complexo

Do gráfico deduz-se que o número real zero é representado pelo ponto $(0, 0)$; Todo número complexo real puro tem a sua parte imaginária igual a zero. Logo, sua imagem é um ponto pertencente ao eixo real (Re); Todo número complexo imaginário puro tem sua parte real igual a zero. Logo, sua imagem é um ponto pertencente ao eixo imaginário (Im). Para cada número complexo existe um único ponto do plano e vice-versa.

A partir desta representação geométrica pode-se definir o módulo do número complexo $z = x + yi$ como a distância do ponto que representa o número complexo até a origem. Ou seja o número real positivo da raiz quadrada da soma dos quadrados da parte real e o coeficiente da parte imaginária. Denota-se por:

$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ou $|z| = \sqrt{z.\bar{z}}$

Neste caso, pode-se dizer que todo número complexo $z = x + yi$ corresponde a três números reais: módulo ($|z|$), parte real (Rez) e parte imaginária (Imz).

Estes números estão relacionados pela equação:

$|z|^2 = [Re(z)]^2 + [Im(z)]^2$

A forma $|z| = \sqrt{z.\bar{z}}$ envolve o conceito do conjugado de um Número Complexo.

Uma das grandes finalidades do conjugado é transformar o Número Complexo do denominador de uma fração em um número real.

Dois números complexos são **conjugados** um do outro quando têm a mesma parte real e parte imaginária simétrica.

Simbolicamente representa-se por:

$z = x + yi$ e $\bar{z} = x - yi$ com $x, y \in IR$.

$\bar{z}$: Lê-se Zé barra ou conjugado de z; x: Parte real de z e y: Parte imaginária de z.

Na interpretação geométrica, os pontos que representam os números complexos conjugados definem uma simétrica de z em relação ao eixo real.

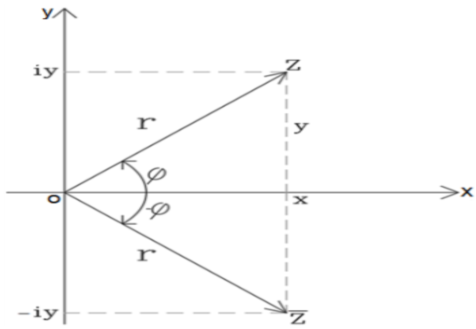


Figura 3. Simetria do conjugado de um número complexo

O módulo e o conjugado de um número complexo possibilitam-nos efetuar as operações de multiplicação e divisão destes números expressos na forma algébrica e trigonométrica.

Operações com números complexos na forma algébrica

Nos números complexos, para além das operações elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão, também definem-se as de potenciação e radiciação. O resultado de cada uma destas operações deve ser apresentado na forma algébrica, embora a operação de potenciação seja, por vezes, complicada nesta forma. A operação de radiciação não é possível na maior parte dos casos (PÚCUTA, 2021).

A adição, subtração, multiplicação e divisão de dois números complexos na forma algébrica resulta em um número complexo.

Para adicionar ou subtrair dois ou mais números complexos na forma algébrica, deve-se somar e ou subtrair as partes reais e as imaginárias, respetivamente.

$z_1 = x_1 + iy_1$ e $z_2 = x_2 + iy_2$

$z_1 + z_2 = x_1 + iy_1 + x_2 + iy_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$

$z_1 - z_2 = (x_1 + iy_1) - (x_2 + iy_2) = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i$

Na multiplicação e divisão de dois números complexos na forma algébrica aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição desses números e a notação usual $i^2 = -1$.

$$z_1.z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1x_2 + x_1y_2i + x_2y_1i + y_1y_2i^2$$
$$= x_1x_2 + x_1y_2i + x_2y_1i + y_1y_2(-1)$$
$$= (x_1x_2 + y_1y_2) + (x_1y_2 + x_2y_1)i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{(x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2)}{(x_2 + iy_2)(x_2 - iy_2)} = \frac{x_1x_2 - x_1y_2i + x_2y_1i - i^2y_1y_2}{x_2^2 - y_2^2i^2}$$
$$= \frac{x_1x_2 - x_1y_2i + x_2y_1i - (-1)y_1y_2}{x_2^2 - y_2^2(-1)} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

A multiplicação de um número complexo pelo seu conjugado na forma algébrica resulta num número real. Por esta razão, o denominador de qualquer fração será sempre um número real.

Forma trigonométrica de um número complexo

A forma trigonométrica ou polar de um número complexo é uma outra possibilidade de representação de um número complexo. É uma das mais importantes nesse conjunto, utilizada na potenciação e radiciação destes números. A forma trigonométrica é definida mediante o módulo e o argumento do número complexo z.

No plano complexo, qualquer par ordenado (r, φ) define as coordenadas polares do número complexo z, onde a primeira coordenada r representa a distância da origem até ao ponto P e a segunda φ, representa o ângulo formado entre o segmento $\overline{OP}$ e o eixo real (ox) ou vetor com origem em O e extremidade em P.

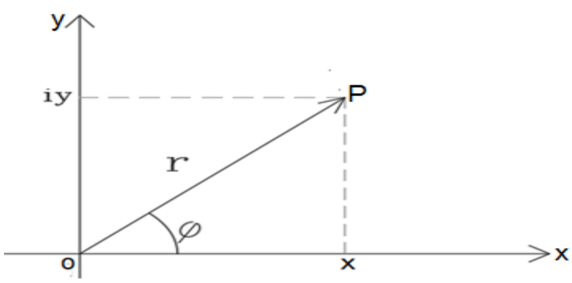


Figura 4. Representação gráfica das coordenadas polares

Desta figura deduzem-se as definições de seno e cosseno de um ângulo agudo:

$sen\varphi = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$ e $cos\varphi = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$

$sen\varphi = \frac{y}{r} \Rightarrow y = rsen\varphi$

$cos\varphi = \frac{x}{r} \Rightarrow x = rcos\varphi$ e $\varphi = arctg\frac{y}{x}$

onde:

r: módulo de um Número Complexo e φ: argumento do Número Complexo

Substituindo x e y no Número Complexo $z = x + iy$ obtém-se a seguinte forma trigonométrica ou polar de um Número Complexo:

$z = rcos\varphi + irsen\varphi$ ou $z = r(cos\varphi + isen\varphi)$

Na forma trigonométrica não é prático adicionar ou subtrair os Números Complexos, apenas se realiza as operações de multiplicação e divisão, potenciação e radiciação.

A multiplicação dois números complexos na forma trigonométrica resulta em um número complexo. Esta operação é efetuada multiplicando os módulos e adicionando os seus argumentos, ou seja:

$z_1 = r_1(cos\varphi_1 + isen\varphi_1)$ e $z_2 = r_2(cos\varphi_2 + isen\varphi_2)$

$$z_1.z_2 = r_1(cos\varphi_1 + isen\varphi_1).r_2(cos\varphi_2 + isen\varphi_2)$$

$$= r_1.r_2[cos(\varphi_1 + \varphi_2) + isen(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

A divisão dois números complexos na forma trigonométrica resulta em um número complexo. Esta operação é efetuada dividindo os módulos e subtraindo os seus argumentos, ou seja:

$z_1 = r_1(cos\varphi_1 + isen\varphi_1)$ e $z_2 = r_2(cos\varphi_2 + isen\varphi_2)$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(cos\varphi_1 + isen\varphi_1)}{r_2(cos\varphi_2 + isen\varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2}[cos(\varphi_1 - \varphi_2) + isen(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

A forma exponencial de um Número Complexo requer o domínio da fórmula de Euler. Esta fórmula expressa a relação entre a função exponencial com expoente imaginário e as funções trigonométricas, ou seja:

$$e^{iz} = cosz + isenz$$

onde:

z: é o argumento real (em radiano); e: é a base do logaritmo natural ou neperiano; i: é a unidade imaginária; $senz$ e $cosz$: são funções trigonométricas.

Atendendo que $z = r(cos\varphi + isen\varphi)$ e $e^{i\varphi} = cos\varphi + isen\varphi$, temos:

$z = re^{i\varphi}$

A forma obtida denomina-se **forma exponencial de um Número Complexo**.

As operações de potenciação e radiciação de números complexos na forma trigonométrica são utilizadas nas fórmulas de De Moivre.

$z^n = r^n[cos(n\varphi) + isen(n\varphi)]$

onde:

r: módulo de um Número Complexo; φ: argumento do Número Complexo e n: inteiro, fraccionário, positivo ou negativo.

A fórmula acima é denominada primeira fórmula de Moivre para a potenciação. Esta fórmula diz que ao elevar um número complexo a uma potência inteira e positiva, o módulo deste número se eleva a mesma potência e o argumento se multiplica pelo expoente desta potência.

A fórmula $r(cos\varphi + isen\varphi) = r_1^n[cos(n\varphi_1) + isen(n\varphi_1)]$ denomina-se **segunda fórmula de De Moivre**.

A fórmula $z = \sqrt[n]{r}\left[cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + isen\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)\right],\ k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ é conhecida de fórmula de De Moivre generalizada.

Ao atribuir k a valores $0, 1, 2, \dots, n-1$ obtém-se os n valores de índice n de um Número Complexo.

Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa foi realizada no Magistério de Cabinda e teve a participação de 42 elementos, dos quais 2 professores de Matemática e 40 alunos da 11ª Classe do curso de Matemática e Física do ano letivo 2023.

Para levar avante a investigação, aplicou-se um questionário a esses professores e um teste aos alunos, que continha três questões relacionadas às Equações do 2º Grau e aos Números Complexos. O questionário foi elaborado em função das dificuldades identificadas nos alunos ao longo da pesquisa.

Para a consistência interna de dados estatísticos e avalidação dos instrumentos utilizados na recolha de dados, utilizou-se o Microsoft Excel.

Os dados de natureza quantitativa desenvolvem-se no sentido de quantificá-los, apresentando respostas numéricas.

Nesta vertente, Gatti (2004, p. 26) afirma que: sem dados de natureza quantitativa, muitas questões sociais/educacionais não poderiam ser dimensionadas, equacionadas e compreendidas.

Os métodos de investigação utilizados foram: teóricos, empíricos e matemáticos.

Localização *Geográfica de Cabinda*

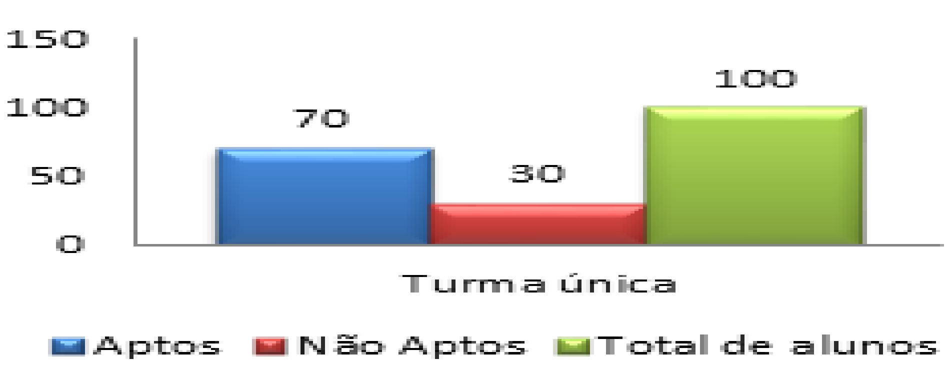
Cabinda é um território enclave angolano, sendo limitado ao Norte pela República do Congo, a Leste e ao Sul pela República Democrática do Congo e a Oeste pelo Oceano Atlântico (Fig.5)[2]. É uma das 18 províncias de Angola, localizada na região Norte do país, sendo a mais setentrional e também único enclave da Nação.

Figura 5. Mapa da província de Cabinda

Resultados e Discussões

Os gráficos 1, 2 e 3, adiante, ilustram os resultados das três questões do teste aplicado aos alunos da 11ª Classe, concernentes à Aplicação dos Números Complexos na Resolução de Equações do 2º Grau.

Gráfico 1. Adição dos números complexos na forma algébrica



[2] Cabinda (província) – Wikipédia, a enciclopédia livre (wikipedia.org)

Os dados estatísticos do gráfico 1 mostram que, 70% dos alunos avaliados conseguiu adicionar os números complexos escritos na forma algébrica e 30% dos alunos não conseguiu efetuar essa operação. Nesta questão, a maior parte dos alunos demonstrou que consegue adicionar dois ou mais Números complexos nessa forma.

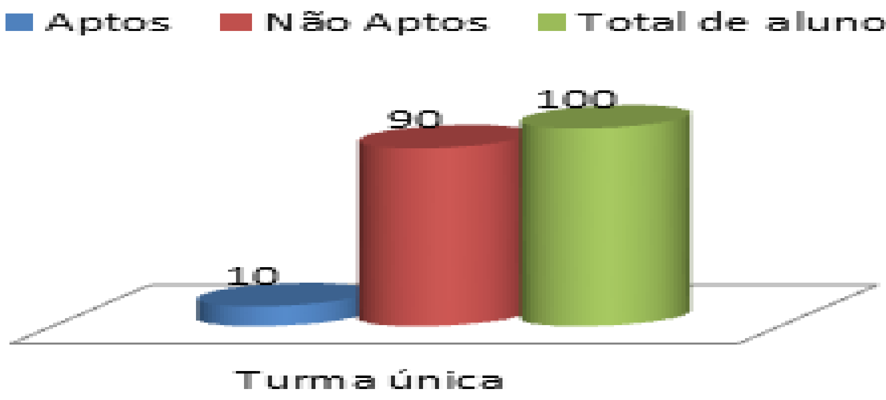
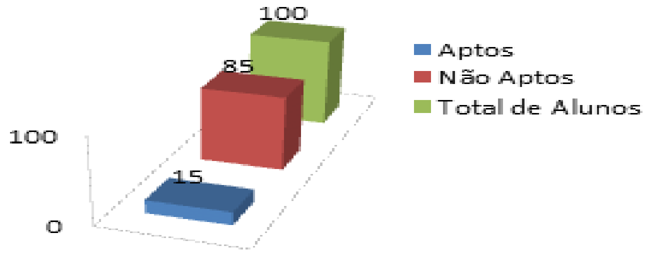


Gráfico 2. Números Complexos na forma trigonométrica

Os dados do gráfico 2 ilustram que 90% dos alunos avaliados não conseguiram exprimir os Números Complexos escritos na forma algébrica para forma trigonométrica e 10% conseguiu passar para essa forma. Importa afirmar que as dificuldades de aprendizagem deste conteúdo são bastante recorrentes. Isso demonstra que os métodos de ensino utilizados pelo professor não foram adequados.

Nesta vertente, Frescki (2009, p. 2), afirma que a metodologia utilizada em sala de aula é, na maior parte do tempo, expositiva e dialógica; deste modo os estudantes tendem a reproduzir as mesmas práticas de memorização e mecanização da educação básica, o que resulta em maus hábitos de estudos, falta de autonomia quanto à aprendizagem e a dependência massiva do professor ou de outros sujeitos, levando à possíveis desistências ou reprovações.

Gráfico 3. Aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º grau



Os dados estatísticos do gráfico 3 mostram que 85% dos alunos não conseguiram resolver as Equações do 2º Grau utilizando os Números Complexos e 15% conseguiu resolvê-las.

Do modo geral, os resultados obtidos constituíram evidências negativas sobre o conhecimento adquirido pelos alunos concernente a Aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º Grau. Também demonstraram a falta de base sólida para compreensão dos conceitos da Equação do 2º Grau e do Número Complexo, exprimir um número complexo na forma algébrica, trigonométrica e exponencial, efetuar operações de multiplicação e divisão dos Números Complexos, representar no Plano Complexo, achar o Módulo e o conjugado de Números Complexos, falta de domínio de suas propriedades, potências da unidade imaginária, Fórmulas de Moivre, Raízes n-ésimas, falta de bibliografia básica e de Biblioteca na Instituição, que poderia ajudar os professores e alunos aumentar seus conhecimentos, entre outras. Algumas dessas insuficiências são provocadas pelos próprios professores, pois muitos deles não têm domínio profundo do tema, não explicam bem nem utilizam métodos adequados que faciltariam aos alunos compreender o conteúdo.

Por outro lado, Silva et al (2017, p. 8) afirmam que os alunos atribuem a responsabilidade ao alto grau de abstração da disciplina na metodologia do professor. Este, por sua vez, justifica o baixo rendimento à falta de motivação, à dificuldade de raciocínio, à falta de autonomia e à precária formação básica dos alunos.

Todos esses fatores, de certa forma, contribuem para o fracasso generalizado, uma vez que estão intrinsecamente relacionados a Aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º Grau.

Souza e Mesquita (2011, p.1) afirmam que quando utilizamos novas metodologias nas aulas de Matemática, percebemos que o processo de ensino-aprendizagem se torna mais prazeroso para o aluno, pois ele consegue entender o que está a ser proposto na sala.

Portanto, os resultados obtidos nesta pesquisa demonstram que há uma necessidade de propor uma metodologia que contribua para Aplicação dos Números Complexos na Resolução das Equações do 2º Grau.

Conclusão

Os alunos da 11ª Classe carregam em si muitas dificuldades com relação ao tema "Números Complexos e sua Aplicação na Resolução de equações do 2º Grau". Estas dificuldades estão relacionadas a vários fatores: às questões socioeconómicas, culturais, pedagógicas, formação de professores, ambiente familiar desestruturado, condições precárias de vida, etc. Os fatores educacionais pedagógicos são fundamentais para dar suporte às dificuldades enfrentadas pelos alunos no seu dia-a-dia, por isso novas estratégias podem influenciar positivamente no seu desenvolvimento.

O livro de texto e o programa de Matemática usados na 11ª Classe contêm insuficiências no tema, seus subtemas e objetivos específicos. Os Números Complexos são abordados de maneira superficial, e não faz referência às suas aplicações em determinadas áreas do conhecimento.

A proposta metodológica elaborada nesta pesquisa contribua para diminuição das dificuldades dos alunos do Ensino Médio na província de Cabinda, Angola.

Referências

CHAGAS, C. **Nova tripanozomiaze humana: estudos sobre a morfolojia e o ciclo evolutivo**. Schizotrypanum cruzi n. gen., n. sp., ajente etiolojico de nova entidade morbida do homem. 2013

COSTA, M. A. **Políticas de formação docente para a educação profissional**: realidade ou utopia? Curitiba: Appris, 2016.

FRESCKI, P. **Dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na Educação Tecnológica: proposta de um Curso de Nivelamento.** 2009, p. 2

GATTI, B. A. Estudos quantitativos em educação. Educação e Pesquisa: **Revista da Faculdade de Educação da USP**, v. 30, n.01, p.26, jan./abr. 2004.

LIMA, L. C. **Sociologia das organizações educativas e da administração educacional**. O Professor, Lisboa, n.22, p.58-62, 1991.

LOPES, C. Design de ludicidade. **Revista Entreideias**, Salvador, v. 3, n. 2, p. 25-46, jul./dez. 2014.

NETO, J. F. B.; FONSECA, F. de S. da. Jogos educativos em dispositivos móveis como auxílio ao ensino da matemática. **Renote**, Porto Alegre, v. 11, n. 1, 2013.

NOBRE, A. M. V. **Resumos de Trabalhos de Conclusão de Curso**: Curso Matemática - Licenciatura PUC/SP. 2013.

PORTOLAN, J. **A importância do ensino de números complexos no ensino médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná**. Pato Branco, 2017.

PÚCUTA, M. J. **Fundamentos de análise complexa**: teoria elementar e exercícios resolvidos. 1ª Edição. Editora. Cepi - Services, Lda. Cabinda -Angola, v. 1, p. 4-13, 2021.

PÚCUTA, M. J. **Material de Números Complexos para os estudantes universitários do 3º ano do curso de Ensino da Matemática**. 2022.

RIBEIRO, E. C. **A prática pedagógica do professor mediador na perspetiva de Vigotsky**. Rio de Janeiro/Tijuca. 2007, p. 118.

SANTOS, I. A. dos. Educação para a diversidade: uma prática a ser construída na Educação Básica. Universidade Estadual do Norte do Paraná. Campus de Cornélio Procópio. Cornélio Procópi0o, 2008, p.3.

SILVA, A. P. et al. **Cálculo diferencial e integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem**. 2017, p.3

SOUZA, A.; MESQUITA, I. **Handball coaches' perceptions about the value of working competences according to their coaching background**. Journal of Sports Science and Medicine, v. 10, n. 1, p. 1, 2011.

SOBRE O AUTOR

Marcos João Púcuta. Doutor em Ciências Pedagógicas pela Universidade de Ciências Pedagógicas Enrique José Varona, Cidade de Havana (2016). É professor Auxiliar, efetivo a tempo integral no Instituto Superior de Ciências da Educação em Cabinda. Contribuição da autoria: coleta e análise dos dados, escrita do artigo

Como citar

PÚCUTA, Marcos João. Aplicação dos números complexos na resolução das equações do 2º grau na 11ª classe no magistério de Cabinda. **Revista Educação em Páginas**, Vitória da Conquista, v. 3, n. 3, e13907, 2024. DOI: https://doi.org/10.22481/redupa.v3.13907.