

## **COMPLEXIDADE: TEORIA E PRÁTICA INTERDISCIPLINAR**

*Virginia Maria Fontes Gonçalves\**

**Resumo:** Este artigo apresenta uma visão interdisciplinar da complexidade com base em pesquisas de diversas áreas, permitindo o reconhecimento de pontos comuns e diferenças entre três linhas de pesquisa em complexidade, a saber: complexidade algorítmica, complexidade determinística e complexidade agregativa, brevemente reconstituídas a partir de suas origens. Ao longo dessa apresentação, sugere-se um vínculo entre complexidade e educação por intermédio da linha de pesquisa em complexidade agregativa e, em especial, pela interdisciplinaridade dos estudos em complexidade.

**Palavras-chave:** Complexidade. Interdisciplinaridade. Educação.

### **Introdução**

Pretende-se neste artigo apresentar e discutir linhas teóricas empregadas para o estudo da complexidade com base em pesquisas

---

\* Doutoranda em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia na Universidade Federal do Rio de Janeiro (Ufrj). E-mail: vmfg@uol.com.br.

de diversas áreas, compondo um quadro interdisciplinar para o referido estudo. Embora não haja a pretensão de se realizar um apanhado histórico exaustivo de todas as pesquisas em complexidade, o texto seguirá certa orientação cronológica partindo da formulação dos primeiros conceitos de complexidade até sua disseminação e diferenciação em diferentes campos de pesquisa. Em que pese o fato de nesse processo terem sido geradas diferentes teorias da complexidade, percebe-se um fio condutor que promove uma ligação entre essas diversas teorias.

Para realizar este percurso, solicita-se ao leitor uma disposição interdisciplinar que permita uma passagem fluida entre as classicamente separadas áreas exatas e humanas, tal como nos convida Michel Serres (1990, p.179) numa entrevista ao jornal **Le Monde**, quando afirma sonhar com “uma reconciliação dos diversos ramos do saber, longe dos dogmas e dos imperialismos teóricos”, aberta às possíveis traduções entre as construções dadas pelos diferentes vocabulários desses diversos ramos do saber.

Partindo-se dessa disposição interdisciplinar, a noção de complexidade será apresentada tal como aparece em estudos que variam, desde algoritmos computacionais e teoria da informação (complexidade algorítmica), modelagem dinâmica não linear de fenômenos caóticos (complexidade determinística), até a formação de sistemas complexos a partir de interações entre individualidades autônomas (complexidade agregativa). Esta é a classificação proposta pelo pesquisador em complexidade aplicada à ocupação de espaços urbanos, o geógrafo Steven Manson (2001, p. 405-414), para discussão do estado atual das diferentes linhas de pesquisa em complexidade as quais, embora distintas, compartilham antecedentes conceituais que serão apontados ao longo deste artigo.

Como se pode imaginar a partir desta brevíssima caracterização, as aplicações da complexidade à educação estão mais concentradas na linha de pesquisa em complexidade agregativa, porém, tanto em educação quanto em outras áreas ditas sociais ou

humanas, empregam-se também conceitos que surgiram nas pesquisas desenvolvidas nas abordagens algorítmica e determinística, até porque todas estão ligadas entre si.

A partir desta exposição das diversas abordagens teóricas ao estudo da complexidade, conclui-se que pesquisa e prática interdisciplinar favorecem tanto a uma melhor compreensão das diferentes teorias da complexidade como também potencializam os resultados alcançáveis por uma equipe interdisciplinar, quando esta é vista como um sistema complexo.

### **Computação, computabilidade e o desenvolvimento da complexidade algorítmica**

Com a difusão do uso do computador eletrônico para a realização de processos cotidianos, tais como: a comunicação por correio eletrônico, auto-atendimento bancário ou compra de ingressos para cinema através da internet, o significado do termo “computação” vem gradativamente perdendo o significado original de realização de operações para resolver um problema matemático utilizando lápis e papel, giz e quadro ou então recorrendo mentalmente à memória, para designar o conjunto de operações realizadas por um computador eletrônico. Contudo, a teoria da computação teve seu início antes da invenção do computador eletrônico, ainda na virada do século XX, quando alguns matemáticos buscavam descobrir se era possível estabelecer métodos simples e universalmente aplicáveis para resolver problemas matemáticos, ou seja, se seria possível estabelecer ‘conjuntos de regras padronizadas para realização de computações’. Caso existissem, esses conjuntos de regras formariam modelos computacionais.

Nessas pesquisas, além do desenvolvimento de diversos tipos de modelos computacionais, os matemáticos também buscavam identificar qual tipo de problema seria solúvel através desses modelos. Sobre as pesquisas envolvendo essa identificação, destacam-se os matemáticos Alonzo Church e Alan Turing, os quais chegaram a um mesmo resultado

por caminhos diferentes; Church utilizando noções relacionadas a determinados tipos de funções e Turing através de um modelo computacional denominado a “máquina de Turing” (Turing, 1936-1937, p. 230-265). Essa “máquina”, descrita teoricamente, seria um artefato que realiza cálculos por meio de uma seqüência de operações à semelhança da maneira pela qual Turing imaginava que os matemáticos conduziam o seu raciocínio para a resolução de problemas matemáticos. A idéia de uma seqüência de operações padronizadas para resolução de problemas deu origem ao conceito de algoritmo o qual se pode definir genericamente por: conjunto finito de instruções simples e precisas que chega a um resultado num número finito de passos.<sup>1</sup>

Com o desenvolvimento dos primeiros computadores digitais nas décadas de 40 e 50, o modelo computacional teórico criado por Alan Turing se notabilizou na prática, porém, faltava-lhe uma avaliação no tocante ao tempo de computação e ao espaço de armazenamento de informações necessários para a sua execução, o que, tanto naquela época quanto atualmente, continua sendo uma questão crucial na teoria da computação. Assim, no início da década de 40, os matemáticos Hartmanis e Stearns apresentam a idéia chave de medir o tempo e o espaço necessários para a computação de um dado algoritmo em função do tamanho de seus dados de entrada, dando origem aos estudos em “complexidade algorítmica” (FORTOW; HOMER, 2002).

Esta linha específica de pesquisa em complexidade contribui para os estudos sobre complexidade de modo geral, propondo uma medida referente ao esforço computacional necessário para o cálculo de problemas práticos matematicamente representáveis, tais como a enumeração das diferentes maneiras para distribuição de recursos ou, ainda, a busca pelo caminho mais curto entre dois pontos numa rede rodoviária ou numa rede de transmissão elétrica.

Esse tipo de medida permite um planejamento com base na otimização de processos e resultados bem como a identificação de

---

<sup>1</sup> Adaptação de definição consultada em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Tese\\_de\\_Church-Turing](http://pt.wikipedia.org/wiki/Tese_de_Church-Turing)>. Acesso em: 03 mar. 2006.

problemas não computáveis, além de servir como ponto de partida para a criação de outras medidas de complexidade com base em conceitos oriundos da teoria da informação (CHAITIN, 1992). Nesta vertente, a complexidade é medida através da mais curta seqüência de passos (o algoritmo mais simples) capaz de resolver um dado problema prático ou, então, capaz de reproduzir o comportamento de um dado fenômeno observável, contanto que este problema, ou este fenômeno, seja representável através de algoritmos.

A limitação das aplicações desta linha de pesquisa ao estudo da complexidade reside precisamente na exigência de representabilidade por meio de um algoritmo. São inúmeros os fenômenos que não atendem a essa exigência uma vez que, como vimos acima, algoritmos constituem-se, genericamente, “de um conjunto finito de instruções simples e precisas que chega a um resultado num número finito de passos”. A principal dificuldade está na exigência de precisão, a qual não é satisfeita até mesmo por descrições relativamente simples realizadas em linguagem natural porque o seu significado é dúbio frente ao rigor da linguagem formal dos algoritmos. Essa dubiedade da linguagem natural pode ser identificada por diversos aspectos como, por exemplo, o contexto no qual uma frase é dita, o tom da voz de quem a enuncia ou a ênfase dada a esta ou aquela palavra por meio de uma fala mais pausada. Sobre essa questão, citamos Demo (2002, p. 19):

É preciso perceber os limites da codificação, que são os mesmos da sintaxe. No plano da semântica, código é apenas insumo. Seu significado é sempre reconstrutivo, intrinsecamente criativo e caótico.

Enfim, há sérias dúvidas quanto à possibilidade de se realizar uma tradução completa da linguagem natural para a linguagem formal dos algoritmos. Por este mesmo motivo, Manson (2001, p. 405-414) também lembra que a complexidade algorítmica não comporta uma representação adequada aos fenômenos sociais e tampouco ao vastíssimo campo das possibilidades da experiência humana, tais como a vivência de algo e o sentido atribuído a essa vivência, por serem subjetivos e singulares.

Apesar dessa limitação, a complexidade algorítmica oferece contribuições interessantes a estudos em cognição humana quando busca representar algorítmicamente alguns processos cognitivos.

### **O mecanicismo determinista, a irregularidade do caos e a complexidade determinística**

Para tratarmos do conceito de mecanismo determinista, voltamos novamente no tempo, desta vez ao século XVII, quando as Leis do Movimento e a Lei da Gravitação Universal enunciadas por Newton fundamentavam a cosmovisão de que todo o universo é uma espécie de mecanismo deterministicamente previsível pela solução das equações matemáticas que constituem essas leis.

Respalhada por mais de dois séculos de comprovação experimental, a Mecânica Clássica chegou à virada do século XIX para o XX representando o apogeu do saber científico. Os pressupostos básicos dessa cosmovisão, conforme resumidamente apresentados pelo físico e pesquisador em complexidade Luís Alberto Oliveira (2003, p. 140), seriam os seguintes:

- A natureza é simples em seu nível elementar (componentes) e,
- As características dos mecanismos (totalidades) formados pelos componentes elementares são determinadas unicamente pelas características (propriedades) desses componentes tomados individualmente.

Essa forma de compreender o mundo desconsiderava a possibilidade de um acréscimo qualitativo às propriedades da totalidade a partir das interações entre os componentes elementares na composição dessa totalidade, considerando apenas a justaposição ou somatório das propriedades de cada componente. A partir dessa forma de compreensão do mundo, buscava-se a explicação dos diversos fenômenos físicos e, em especial, o movimento dos astros conhecidos do sistema solar por meio das expressões matemáticas correspondentes.

Levando-se em consideração apenas dois corpos celestes, tal explicação já havia sido fornecida pelo próprio Newton em 1687, o que equivale a dizer que os cálculos matemáticos utilizando as Leis acima citadas já haviam sido resolvidos algebricamente para dois corpos quaisquer, ou seja, de qualquer massa, velocidade e a qualquer distância entre si. Contudo, o mesmo problema para três corpos permanecia sem solução. Segundo o paradigma mecânico clássico, a diferença entre o cálculo para dois e para três corpos só deveria variar em termos de quantidade de cálculos, devendo ser um processo apenas mais trabalhoso quantitativamente sem alteração qualitativa no tocante aos cálculos exigidos. Todavia, apesar das inúmeras tentativas, o problema permanecia sem solução.

Foi então que, alguns anos antes da passagem para o século XX, o Rei da Suécia anunciou a realização de uma competição matemática, oferecendo um prêmio para quem resolvesse o já bastante conhecido “problema dos três corpos”. Tratava-se de calcular a trajetória precisa de três corpos celestes numa configuração análoga à do Sol, da Terra e da Lua, ou seja, o segundo corpo orbitando em torno do primeiro e o terceiro corpo orbitando em torno do segundo. A competição permaneceu sem ganhador e o problema sem resposta até quando o lógico Henri Poincaré, em meados dos anos 1890, provou que o problema dos três corpos não tem solução!

Uma vez que a apresentação de explicações matemáticas mais detalhadas referentes ao problema dos três corpos foge ao escopo deste artigo, vamos nos limitar a uma citação dos tipos de equações matemáticas envolvidas na busca da solução e como a impossibilidade descoberta por Poincaré levou a um tratamento qualitativo do problema.<sup>2</sup>

Partindo-se das Leis de Newton, a representação matemática do problema dos três corpos é dada por equações diferenciais. Este tipo de equação pode ser linear ou não linear. No primeiro caso, as

---

<sup>2</sup> Para maiores detalhes matemáticos do problema dos três corpos o(a) leitor(a) pode referir-se, por exemplo, a Wolfram: **A New Kind of Science**, 2002, cap. 7.

equações sempre possuem solução, mas, no segundo, há as seguintes possibilidades quanto a soluções: soluções gerais obteníveis algebricamente e, portanto, válidas para todos os valores possíveis de suas variáveis; soluções particulares para valores constantes atribuídos às suas variáveis ou, ainda, impossibilidade de qualquer solução. Ao mostrar que as equações que descrevem o problema dos três corpos são não lineares e não possuem solução geral, Poincaré provou que o problema dos três corpos não pode ser resolvido algebricamente em função das suas variáveis. Dito de outra forma, este problema só admite soluções particulares.

Contudo, Poincaré não desistiu do problema e partiu para um estudo qualitativo das trajetórias possíveis dos três corpos para casos particulares. Seu objetivo era descobrir se as soluções específicas para diversos valores constantes resultariam em trajetórias que tenderiam a um equilíbrio estacionário (como uma esfera sobre uma superfície não inclinada com um mínimo de atrito), ou a uma órbita periódica (como um pêndulo num campo gravitacional sem atrito) que oscilaria eternamente entre dois extremos formando um movimento periódico, ou ainda, algum outro tipo de movimento conhecido. Diante dessa indagação, Poincaré partiu para a substituição das variáveis das equações que descreviam o movimento dos três corpos por constantes, permitindo o cálculo de soluções específicas, uma vez que a solução genérica, válida para quaisquer três corpos em quaisquer posições, velocidades e massas, não era algebricamente obtível.

Assim, Poincaré identificou quais constantes geravam quais tipos de trajetórias, buscando, com isso, descobrir como as soluções das equações variavam em função das constantes que ele atribuía às diversas variáveis. Com esse procedimento, Poincaré constatou que as equações diferenciais não lineares que representavam o deslocamento dos três corpos apresentavam soluções extremamente irregulares, gerando trajetórias totalmente díspares.

O mais desconcertante era que pequenas alterações nos valores constantes atribuídos às variáveis – partes da equação – geravam

alterações matematicamente desproporcionais, aperiódicas, e imprevisíveis no resultado da equação como um todo. Esses resultados feriam os pressupostos da mecânica clássica, que previa variações regulares, proporcionais e periódicas para a equação (o todo) a partir de alterações análogas nas suas variáveis (as partes).

Apesar dessa aparente contradição ao paradigma mecânico clássico, este gerava previsões suficientemente aproximadas para a maior parte dos fenômenos estudados na época, proporcionando inúmeras aplicações tecnológicas que se materializavam nas Máquinas da Revolução Industrial. Além disso, a dificuldade em realizar os cálculos efetuados por Poincaré à mão, levou os cientistas a não se interessarem pelos resultados obtidos pelo lógico e, de um modo geral, a classe científica desconsiderava as parcelas não lineares de seus cálculos. Entretanto, foi a atitude investigativa de Poincaré que deu partida aos estudos que vieram a ser futuramente chamados de Teoria da Catástrofe, caracterizada por resultados desproporcionais e imprevisíveis a partir de pequenas alterações nos valores assumidos por suas variáveis. Esta teoria é uma das que compõem a linha de pesquisa em “complexidade determinística”.

Nos dias atuais, esta linha de pesquisa talvez seja a que possui o maior campo de aplicação dentre todos os estudos em complexidade, porque a sua representação original já é matemática e permite o emprego da simulação computacional por meio da modelagem dinâmica não linear de diversos fenômenos. A denominação modelagem “dinâmica” refere-se às modelagens que utilizam o tempo como uma das variáveis que formam as equações diferenciais não lineares, significando que essas equações modelam o comportamento de um dado fenômeno não linear ao longo do tempo. Entre os fenômenos estudados por essa linha de pesquisa estão os biológicos, ambientais, climáticos e, para alguns pesquisadores, até mesmo certos fenômenos sociais, tais como processos econômicos, populacionais ou ainda ligados à educação. Como exemplo deste último caso, citamos Pedro Demo (2002) que, no título de seu livro sobre complexidade e aprendizagem, utiliza a expressão “dinâmica não linear” referindo-se ao conhecimento.

O emprego da simulação computacional de fenômenos por meio da modelagem dinâmica não linear acelerou quantitativamente e ampliou qualitativamente o procedimento de Poincaré no problema dos três corpos. Além de viabilizar a imensa quantidade de cálculos para obtenção de resultados particulares para valores constantes das variáveis das equações, permitiu a realização de cálculos referentes às variações entre os resultados obtidos, possibilitando também a eventual identificação de regularidades no aparecimento das diferenças entre essas variações. Com isso, os pesquisadores passaram a ter informações sobre a maneira como os resultados variam e não apenas sobre os resultados em si. Justapondo-se todas essas informações e utilizando os recursos gráficos da computação, pode-se fazer um mapeamento tanto de resultados quanto de variações nos resultados para cada um dos valores constantes atribuídos às variáveis. Como cada variável representa uma característica do fenômeno simulado e cada valor constante um estado possível da variável correspondente, o mapeamento matemático das soluções corresponde ao mapeamento dos comportamentos possíveis do fenômeno modelado. Aqui cabe lembrar que esta correspondência entre modelo matemático e fenômeno é uma premissa da simulação e que sua validade depende de o fenômeno ser efetivamente representável pelas referidas equações.

A partir desse procedimento repetitivo de simulação por computador, percebeu-se que, embora as equações diferenciais não lineares tivessem um comportamento desproporcional, aperiódico e imprevisível, jamais assumindo o mesmo valor duas vezes, para algumas delas o mapeamento das diversas soluções particulares tendiam a compor “regiões de soluções possíveis”. Como essas regiões representam não apenas as soluções particulares, mas, também, os encaminhamentos possíveis do fenômeno modelado, denominou-se estas regiões de “atratores estranhos”. Chama-se “atrator” o comportamento para o qual o modelo dinâmico converge. A denominação “estranho” deve-se ao fato de este comportamento não ser um valor constante mas, ao invés disso, uma região que abriga

diversas possibilidades de convergência. Sem um valor de convergência constante para a equação, não há como prever qual será o respectivo comportamento do fenômeno. Apesar disso, esta linha de pesquisa em complexidade é chamada de determinística porque os fenômenos estudados nessa linha de pesquisa podem ser representados por equações matemáticas e a sua simulação define regiões de soluções possíveis – “atratores” – calculados com base nessas representações matemáticas.<sup>3</sup>

Um dos precursores contemporâneos deste tipo de pesquisa foi o matemático dedicado à meteorologia, Edward Lorenz. Já no início da década de 60, realizando simulações para a evolução no tempo das variáveis: pressão, temperatura, velocidade e direção do vento, Lorenz percebeu que alterações nas constantes tão pequenas quanto décimos de milésimos, ou seja, a partir da terceira casa decimal, geravam uma alteração estrondosa na previsão simulada dos ventos para alguns meses à frente. A extrema sensibilidade dos resultados das simulações aos valores constantes que representavam as diversas possibilidades das condições iniciais do deslocamento das massas de ar, resultou na constatação que seria impossível fazer previsões meteorológicas a médio-longo prazo, independentemente da capacidade computacional disponível. A limitação para a obtenção de um resultado preciso não se refere à quantidade de cálculos, mas a uma qualidade das equações não lineares: mesmo possuindo soluções particulares, seus resultados podem ser extremamente sensíveis aos valores assumidos pelas variáveis componentes.

---

<sup>3</sup> Aqui cabe uma observação quanto à diferença entre determinação e previsibilidade. Um fenômeno é considerado determinado quando se atribui uma equação matemática para a descrição de seu comportamento. Tal condição foi considerada equivalente à previsibilidade porque os fenômenos mais estudados eram representáveis por equações que sempre possuíam soluções algébricas, ou seja, para todos os casos, permitindo uma previsão para o comportamento do fenômeno em cada caso. Contudo, com o estudo mais detalhado de fenômenos cuja representação matemática é dada por equações dinâmicas não lineares sem solução algébrica [somente com soluções particulares] ou sem solução alguma, percebeu-se a distinção entre determinação e previsibilidade, como ocorre quando o fenômeno apresenta diversas previsões possíveis para cada caso, ou seja, o fenômeno é imprevisível. Em alguns casos, a Teoria das Probabilidades estima os comportamentos mais prováveis dentro dessa região de possibilidades. (ROSA, 2005, p. 37, p. 39 e p. 49).

Essa constatação de Lorentz gerou o vulgarmente conhecido “efeito borboleta”, que sugere a possibilidade de ocorrência de um tufão no Oceano Atlântico (efeito desproporcional) devido ao bater das asas de uma borboleta no Japão (variação mínima nos ventos). Embora esta formulação do “efeito borboleta” seja um tanto exagerada, ela retoma os resultados de Poincaré no tocante à desproporcionalidade no resultado da equação a partir de uma pequena variação numa de suas variáveis.

Apesar da magnitude dessa constatação, ainda havia mais descobertas a serem realizadas sobre esse tipo de modelagem e sobre os fenômenos simuláveis por equações dinâmicas não lineares. Em 1970, o ecologista Robert May estudava o comportamento da taxa de natalidade de insetos em função da disponibilidade de alimentos utilizando simulação computacional. Variando-se os valores da alimentação disponível num modelo dinâmico não linear, percebeu que, para determinados valores críticos, os resultados para a taxa de natalidade levavam o dobro do tempo para retornar aos valores de equilíbrio. Aplicando-se esses valores críticos diversas vezes seguidas na simulação, a taxa de natalidade vai dobrando o tempo para voltar ao equilíbrio até adotar um comportamento totalmente caótico, ou seja, desproporcional e imprevisível quanto à volta ao equilíbrio.

Nesse resultado simulado, observou-se que o modelo apresentou diversas possibilidades de comportamento. Na situação de equilíbrio, a sua solução (atrator) é um único valor constante. Quando o modelo é simulado utilizando-se certas constantes críticas, ele passa por um estágio de mudança de comportamento, apresentando diversos atratores constantes. A partir de certo número de simulações com as constantes críticas, o modelo muda completamente de comportamento, passando a gerar um atrator estranho, ou seja, as simulações repetidas para um mesmo valor fixo geram uma solução diferente, formando uma região possível de soluções que variam a cada simulação. Considerando-se que cada valor constante atribuído a uma variável pretende representar um estado de coisas, quando identificamos um valor numérico

(constante crítica) que duplica o período de volta ao estado inicial (de equilíbrio), identificamos também o estado de coisas que corresponde a esse valor numérico. Conseqüentemente, como resultado prático da simulação do fenômeno, pode-se concluir que a manutenção desse estado de coisas ao longo do tempo levará a um comportamento caótico do fenômeno em questão.

Curiosamente, em 1975, o físico Mitchell Feigenbaum estava pesquisando variações nos resultados de um determinado tipo de função matemática e percebeu o mesmo comportamento observado por Robert May. Para certas constantes, a função convergia para um valor fixo, porém, para uma outra constante, o período para retorno ao estado inicial de equilíbrio dobrava, para uma seguinte quadruplicava, depois passava para um período oito e assim sucessivamente, até tornar-se caótica. Aprofundando-se em seu estudo, Feigenbaum verificou que a razão entre as constantes que geram a sucessiva duplicação de período era sempre a mesma: o número 4,6692016090! Impressionado com essa regularidade intimamente ligada ao surgimento do comportamento caótico, Feigenbaum pesquisou outras funções matemáticas e, para sua surpresa, obteve o mesmo número para a razão entre constantes que duplicavam os períodos dessas outras funções.

Estranhamente, ele havia descoberto o que parecia não existir nas equações dinâmicas não lineares: uma regularidade nas condições que levam ao comportamento caótico de diversas equações. Essa descoberta, que foi ampliada para além das fronteiras exclusivamente matemáticas trespassando para a modelagem de fenômenos físicos e biológicos, fundamenta a idéia atualmente muito propalada que há “uma semente de ordem no caos”. Na linguagem de modelagem matemática, isso quer dizer que, embora uma equação não linear possa vir a gerar atratores estranhos (comportamento caótico) quando suas variáveis assumem constantes críticas, estas constantes podem possuir uma proporcionalidade fixa entre si (ordem). Em outras palavras, um fenômeno representado por uma equação dinâmica não linear pode ser aparentemente estável, convergindo para um único comportamento

em certas condições, porém, poderá passar a assumir um número finito crescente de comportamentos até assumir um atrator estranho, se essas condições forem alteradas. O curioso é que as condições que geram essa seqüência de comportamentos, que parte de um comportamento ordenado e atinge um comportamento caótico, podem possuir alguma proporcionalidade ou simetria entre si.

O potencial que as equações não lineares possuem para mudar de atrator, por exemplo, de um valor fixo para oscilação entre dois ou mais valores, até finalmente gerar um atrator estranho, foi nomeado por Feigenbaum de “bifurcação”. Transposto para o fenômeno modelado, o ponto de bifurcação é aquele em que o fenômeno irá modificar o seu comportamento, que pode passar de um comportamento sempre igual, para um comportamento que varie entre duas ou mais opções, até tornar-se um comportamento caótico, imprevisível, embora dentro de um espaço de possibilidades.

Obviamente, a busca pela identificação dos pontos de bifurcação é fundamental para tentar evitar desdobramentos indesejáveis do fenômeno estudado ou, na pior hipótese, estar preparado para esses desdobramentos. Por esse motivo, a possibilidade de identificar os pontos de bifurcação de fenômenos por meio de simulação constitui um aspecto fundamental na aplicação prática das simulações de modelos dinâmicos não lineares.

Além desses resultados de pesquisas realizadas ainda em 1975 por Feigenbaum sobre fenômenos que podem assumir comportamentos caóticos, temos ainda as pesquisas realizadas por um matemático chamado Benoit Mandelbrot, que nesse mesmo ano finalmente identificou uma regularidade inesperada que ele havia começado a estudar vinte e cinco anos antes, quando realizava uma pesquisa sobre distribuição de renda numa economia. Trata-se de uma outra forma de regularidade associada ao caos, dada por meio de uma simetria entre escalas de medida significativamente diferentes: o “fractal”. Mandelbrot identificou essa simetria ao perceber que o gráfico que representava pequenas variações diárias da evolução do preço do

algodão era uma curva simétrica em menor escala dessa mesma variação ao longo de um mês. Essa descoberta foi totalmente inesperada porque se imaginava que as variações ao longo de um único dia fossem aleatórias e, portanto, independentes das variações que ocorriam a médio-longo prazo, estas sim determinadas pela evolução global da economia. Contudo, Mandelbrot mostrou que havia uma simetria entre as variações de curtíssimo prazo e as de médio-longo prazo e que essa simetria se manteve ao longo de sessenta anos, resistindo às duas grandes guerras mundiais bem como à depressão de 1929. Tal permanência ao longo do tempo em contextos tão diferenciados mostrava uma espécie de regularidade subjacente ao fenômeno, sugerindo que tal simetria não era obra do acaso e que se mantinha mesmo em períodos de grandes variações na situação global da economia.

Ante todas essas pesquisas e resultados, percebemos que ao longo do tempo os fenômenos complexos podem apresentar um comportamento regular (atrator fixo), e que esta regularidade pode evoluir para um comportamento caótico (atrator estranho), porém, essa transformação qualitativa de comportamento pode não ser aleatória porque as condições (pontos de bifurcação) que geram atratores estranhos podem possuir proporções e simetrias entre si, tanto ao longo do tempo numa mesma escala (a constante de proporcionalidade de Feigenbaum) quanto entre escalas de tempo (dias e meses no estudo de fractais de Mandelbrot).

Em suma, os estudos em complexidade determinística giram em torno das Teorias de Catástrofe e do Caos. A primeira refere-se a fenômenos que sofrem alterações abruptas e de grandes proporções numa de suas características a partir de pequenas alterações em uma outra; e a segunda postula que há uma ordem acessível subjacente ao caos, aparentemente aleatório. Como ferramentas de pesquisa, ambas as teorias utilizam modelagem matemática dinâmica não linear, os conceitos de atratores fixos e atratores estranhos, sensibilidade a condições iniciais, bifurcação e fractais.

De uma maneira geral, esta linha de pesquisa em complexidade assume que uma pequena quantidade de variáveis relacionadas entre si

através de um conjunto conhecido de equações não lineares poderá descrever o comportamento de um fenômeno complexo. Embora permita a obtenção de diversos resultados teóricos e práticos como vimos acima, essa premissa corresponde a um dos principais problemas enfrentados por essa linha de pesquisa em complexidade, especialmente quando se trata de aplicações nas ciências sociais, tal como ocorre na linha de pesquisa em complexidade algorítmica. No exemplo apresentado acima, as equações que modelam a taxa de crescimento de uma população de insetos não têm variáveis previstas para cultura, distribuição espacial ou movimentos migratórios, entre tantas outras que seriam necessárias para uma tentativa de aplicação da modelagem ao fenômeno social humano. A inclusão de tantas variáveis no modelo acabaria por torná-lo inviável para cálculo (MANSON, 2001), isso sem considerar a dificuldade em representar uma variável como cultura em linguagem matemática.

Pode-se, contudo, argumentar por uma aplicabilidade adaptada da linha de pesquisa em complexidade determinística aos fenômenos humanos, realizando-se uma analogia de alguns de seus conceitos. Com efeito, a sensibilidade a pequenas variações nas condições iniciais e o potencial de bifurcação das equações dinâmicas não lineares podem ser considerados análogos à imprevisibilidade dos comportamentos sociais em longo prazo, questionando a validade de discursos ou teorias que visam à predeterminação do desenvolvimento de uma sociedade.

Um outro ponto de partida para uma possível analogia poderia ser a característica da modelagem não linear em gerar grandes variações no resultado da equação a partir de uma pequena alteração no valor de uma de suas constantes, o que sinaliza a importância de se estar atento para os desdobramentos globais de transformações locais nas diversas sociedades.

Finalmente, a exemplo da repetição de valores proporcionais que geram bifurcações sucessivas e que terminam por disparar um atrator estranho nas equações não lineares, pode-se concluir que num sistema social deve-se prevenir a repetição de condições de bifurcação

sucessivas que alteram um estado inicial de equilíbrio, antes de se atingir a bifurcação crítica que gera o comportamento caótico.

### **A noção de sistema e os estudos em complexidade agregativa**

Até este ponto, percorremos as linhas de pesquisa que trataram a complexidade como algo que surge numa seqüência de instruções para resolução de um dado problema (algoritmo) ou do comportamento caótico de equações dinâmicas não lineares e dos fenômenos por elas representados. Para tratarmos da linha de pesquisa que se baseia num enfoque agregativo à complexidade, partiremos da idéia de formação da complexidade a partir de uma agregação ou reunião de elementos que interagem entre si, e que Manson (2001) denominou “complexidade agregativa”. Para compreender melhor a idéia de formação de complexidade por agregação, recorreremos a uma volta no tempo até a década de 60, quando o biólogo Ludwig von Bertalanffy dedica sua atenção para a formação de uma Teoria Geral dos Sistemas (TGS), após ter desenvolvido um trabalho extenso e vigoroso sobre a abordagem orgânica ao desenvolvimento biológico.

A Teoria Geral dos Sistemas, no dizer de seu criador, Ludwig von Bertalanffy, é “uma disciplina lógico-matemática, em si mesma puramente formal, mas aplicável às diversas ciências empíricas [...]”. Em um sentido genérico, **conjunto de elementos relacionados entre si, ordenados de acordo com determinados princípios, formando um todo ou uma unidade.** (MARCONDES; JAPIASSÚ, 1991, grifo nosso).

A partir dessa definição, percebe-se que a noção geral do que seja um “sistema” permite uma aproximação com a noção geral do que seja “complexidade”, uma vez que tem o seu foco no todo formado a partir dos “relacionamentos” entre seus elementos constituintes, diferentemente do paradigma mecânico clássico, onde apenas as propriedades individuais desses elementos são relevantes para a caracterização do todo. Assim, é na agregação de elementos interativos

que se forma um todo complexo, ou seja, não explicável apenas pelas características de seus elementos tomados isoladamente. Daí a denominação complexidade agregativa.

Embora a TGS parta de uma formulação matemática, em sua versão conceitual esta teoria procura enfatizar as interações entre as partes que constituem os sistemas e destes com o meio ambiente. Como estas interações são a característica fundamental da linha de pesquisa em complexidade agregativa, elas compõem o elo básico na associação dessa linha de pesquisa com a TGS.

Contudo, cabe esclarecer que a complexidade agregativa não é uma mera aplicação da TGS, uma vez que a primeira gerou diversos avanços conceituais em relação à segunda, tais como: o estudo de entidades variáveis que assumem relações não lineares entre si; a avaliação qualitativa dos fluxos entre entidades no sistema e seu meio ambiente e, principalmente, a emergência de comportamentos complexos dos sistemas a partir de interações relativamente simples entre as suas entidades constituintes. Em outras palavras, a linha de pesquisa em complexidade agregativa avança em direção ao estudo das diversas facetas do holismo e da sinergia,<sup>4</sup> resultantes da interação entre os elementos que compõem um determinado sistema complexo. Por este motivo, esta linha de pesquisa é bastante empregada para estudos relativos a processos vivos.

Os conceitos-chave para o entendimento da complexidade agregativa são os seguintes (MANSON, 2001):

- relações entre componentes;
- estrutura interna e condições das proximidades ambientais do sistema;
- comportamento de memória e aprendizagem;
- comportamento emergente, e
- os diferentes meios pelos quais os sistemas complexos mudam e crescem.

---

<sup>4</sup>A etimologia da palavra “sinergia” vem do grego: Syn (junto) e Ergo (trabalho), apontando para o significado de “trabalho em conjunto” no sentido de cooperação, aperfeiçoamento mútuo. LINS, S. **Sinergia** – fator de sucesso nas realizações humanas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

Como já dissemos, o núcleo da complexidade agregativa consiste nos “relacionamentos” entre os componentes do sistema complexo, sendo as características ou propriedades desses relacionamentos – e não as dos próprios componentes – a chave mestra que define a complexidade do sistema. Passaremos, então, à descrição dessa forma de complexidade.

Em primeiro lugar, na grande maioria dos sistemas complexos agregativos, destaca-se a impossibilidade de mapeamento de todas as interações entre os componentes do sistema (fluxos internos) e com o seu meio ambiente (fluxos externos), devido à enorme quantidade e variedade dessas interações. Apesar dessa impossibilidade, é com base nesses fluxos de energia, informação ou matéria que percebemos os processos inerentes à complexidade agregativa.

Um desses processos é a formação de uma espécie de “estrutura interna” do sistema, a qual é definida pela força das interações entre os componentes e destes com seu ambiente externo. Pelo fato de esta “estrutura” ser extremamente dinâmica, ou plástica, pode-se imaginar uma “topologia interna” do sistema, mais do que propriamente uma “estrutura”, geralmente definida com base em relacionamentos pré-determinados e fixos ao longo do tempo. Assim, à medida que o sistema complexo se desenvolve por agregação, os seus componentes vão interagindo com mais ou menos força uns com os outros, formando subsistemas a partir de ligações mais fortes, mais intensas ou mais frequentes entre componentes. Esse processo permite a formação de subsistemas diferentes, mesmo a partir de componentes assemelhados, valendo também a constante possibilidade de novos rearranjos nessas interações, formando, assim, novos subsistemas, dada a característica dinâmica das interações ao longo do tempo.

Este aspecto dinâmico dos sistemas complexos é destacado por Demo (2002) que cita Prigogine (1996) e Prigogine e Stengers (1997), os quais propõem o conceito de “estruturas dissipativas” precisamente para caracterizar uma “estrutura dinâmica” imprevisível, incontrolável e capaz de criatividade, apresentando sempre um “**modo de ser** inovador de **vir a ser**”. (DEMO, 2002, p. 14).

Uma outra decorrência da plasticidade da estrutura interna do sistema complexo é a relativa “autonomia” dos componentes desse tipo de sistema porque, devido à densidade relacional entre componentes, não há como unificar os objetivos de cada componente num objetivo comum a todo o sistema (MANSON, 2001). Esta autonomia relativa também é reforçada por Demo (2002, p. 21), associando-a à possibilidade de aprendizagem e diferenciação qualitativa, características do comportamento complexo.

Segundo Manson (2001), a memória (e o decorrente aprendizado) dos sistemas complexos resulta principalmente do fato de sua interação com o ambiente externo não ser do tipo estímulo–resposta. A memória do sistema complexo permite que a sua interação com o ambiente externo seja direcionada ao atendimento das suas necessidades. Aliada a uma habilidade de ajustar um fluxo regular de energia, informação e matéria de origem externa para dentro dos diversos subsistemas, ocorre o que chamamos de crescimento do sistema como um todo. Nesse processo, a memória do sistema fica impressa na sua estrutura dinâmica interna (HOLLAND, 1992 apud MANSON, 2001).

A memória gravada na própria estrutura dinâmica dos fluxos internos e externos entre uma grande variedade de componentes e subsistemas ligados de maneira complexa viabiliza o aparecimento de mais algumas características fundamentais dos sistemas complexos: sua habilidade em adotar formas específicas, reações e antecipações, bem como a capacidade de lidar com situações genuinamente novas, caracterizando o “aprendizado” do sistema. Este aprendizado é distribuído entre os diversos subsistemas porque, no processo de formação dos fluxos internos e externos, alguns subsistemas tornam-se especificamente capazes para lidar com determinadas situações (especialização). Dessa distribuição de memória e aprendizado, decorre a necessidade de manter uma certa variedade de subsistemas, de modo a promover a capacidade do sistema como um todo em lidar com uma maior gama de situações novas. Por este motivo, a eliminação de relações entre subsistemas e entre componentes pode afetar drasticamente tanto a resiliência quanto a adaptabilidade dos sistemas complexos.

Devido a essa especialização, certos subsistemas podem permanecer “restritos” a interações localizadas, não havendo um fluxo de energia, informação ou matéria comum a todo o sistema, embora das interações entre subsistemas resulte o sistema como um todo. Em suma, localidade e totalidade se constituem de forma diversificada e singularizada, não havendo uma lei de formação geral para essa constituição.

Uma vez que já foram apresentadas as possibilidades de fluxos internos e externos ao sistema complexo, cabe esclarecer que a demarcação entre interno e externo a um sistema complexo nem sempre pode ser estabelecida de maneira muito clara, uma vez que tal como sua estrutura interna é dinâmica, seus limites também o são. Contudo, independentemente da clareza nessa demarcação, o sistema complexo apresenta um fluxo de matéria, energia, e informação através da sua estrutura dinâmica e são esses fluxos que resultam nas ações e interações dos seus componentes, na formação de subsistemas, na fixação de sua memória, aprendizado e especialização que beneficiam o sistema como um todo.

Como já dissemos, as possibilidades de um sistema complexo estão além do acúmulo das propriedades de suas partes tomadas individualmente. Isso significa dizer que tal sistema apresentará qualidades que não são tratáveis analiticamente pela justaposição ou somatório das propriedades dessas partes. Essas qualidades são denominadas de “emergentes”. Dito de outra forma, a emergência surge em função da sinergia entre os componentes de um sistema, permitindo a formação de características novas para todo o sistema, sendo que estas características não resultam da superposição – ou de um efeito aditivo – das características desses componentes.

Os fenômenos emergentes estão, via de regra, além de nossas possibilidades de previsão ou controle. Por esse motivo, ao provocarmos alterações num sistema complexo, mesmo que restritas a um único componente, a previsão do comportamento do sistema como um todo só poderá ser feita para curtíssimo prazo, uma vez que

não há como prever a maneira pela qual essa alteração irá repercutir nas relações entre componentes e, conseqüentemente, na estrutura dinâmica interna ao sistema. Nota-se, neste ponto, uma semelhança de caracterização da complexidade agregativa com a determinística no tocante a que pequenas alterações em uma das partes podem gerar alterações desproporcionais no comportamento de todo o sistema.

Embora não haja uma previsibilidade quanto a que alterações ocorrerão num sistema complexo e levando-se em conta que a sua dinâmica é constante, identificam-se basicamente três tipos de transição ou estados assumidos por um sistema complexo: a) auto-organização, b) estado dissipativo, c) estado crítico auto-organizado.

A auto-organização é o estado que permite a reorganização da estrutura dinâmica interna do sistema, transformando tanto a sua interação com o ambiente quanto a forma de aprendizado, através de pequenas alterações sucessivas na dinâmica dos fluxos internos. O estado dissipativo ocorre a partir de um fluxo externo ou perturbação interna – mesmo que pequena – levando o sistema a um estado altamente desorganizado para, repentinamente, adotar uma nova organização, ou seja, uma nova estabilização temporária na dinâmica dos fluxos internos e no fluxo externo. Quando o sistema permanece no limite de entrar em colapso sem, contudo, fazê-lo, ele está empregando a sua capacidade auto-organizacional de permanecer num estado crítico, marcado pela ocorrência de mudanças tão rápidas a ponto de o sistema não ser capaz de acomodá-las. Algumas pesquisas indicam que tal estado é mantido por motivos de sobrevivência do sistema.

A principal vantagem da linha de pesquisa em complexidade agregativa está no seu desafio às noções convencionais de estabilidade e mudança. Embora uma grande parte do sucesso da ciência tenha sido obtido dentro de uma visão de estabilidade dos sistemas, tal não ocorre no estudo de sistemas complexos. Por esse motivo, a pesquisa em complexidade concentra-se em conceitos ligados à diversidade, tais como: “equilíbrios múltiplos”, falta de previsibilidade, ineficiência, dependência contextual e assimetria, favorecendo sua aplicação às ciências sociais bem como aos fenômenos e comportamentos humanos.

A despeito dessas vantagens, o emprego dos conceitos da linha de pesquisa em complexidade agregativa ainda enfrenta importantes dificuldades metodológicas, tais como:

- a) falta de estabelecimento de uma demarcação de fronteiras entre sistemas e destes com seu ambiente externo;
- b) imprecisão nas definições tanto de seus conceitos-chave quanto dos comportamentos dos sistemas (aprendizado, adaptação, auto-organização, entre outros);
- c) realização de uma correspondência coerente entre todos os comportamentos atribuídos a um sistema complexo e os observados num sistema real;
- d) representação desses comportamentos dinâmicos, transientes e historicamente dependentes utilizando uma matemática orientada ao equilíbrio, e
- e) representação matemática da emergência em fenômenos sociais.

Uma possibilidade de superação dessas dificuldades estaria na crescente sofisticação de técnicas de simulação, todavia, o grande desafio será distinguir resultados legítimos que espelhem os fenômenos modelados de resultados puramente matemáticos, criados pela modelagem.

Mesmo com todos esses problemas, a linha de pesquisa em complexidade agregativa é bastante utilizada em simulações computacionais, especialmente em pesquisas sobre gestão empresarial, economia, ecologia e geografia social, para citar algumas (THRIFT, 1999 apud MANSON, 2001).

Contudo, os estudos sobre complexidade agregativa não estão limitados a simulações computacionais. As perspectivas pós-modernas e pós-estruturalistas ligam a complexidade ao comportamento social, linguagem e ética, entre tantos outros. Como exemplo, Manson (2001) cita Lyotard no tocante à sua concepção de forças criadoras de diversidade social através de dissensão e desestabilização, constituindo uma possível descrição de comportamento auto-organizado gerador

de um estado crítico. Spurrett (1999) cita como outro exemplo o modelo de linguagem em Saussure – e seu posterior desenvolvimento por Derrida, onde o significado dos signos não se refere ao seu conteúdo, mas às relações dos signos entre si, apontando para o estudo da linguagem enquanto sistema complexo, caracterizando-a com base nas relações entre seus componentes, conforme comentado por Cilliers (1998). Em seu artigo, este último autor propõe a aplicação do conceito de emergência na ética pós-moderna, considerando valores éticos como propriedades emergentes de sistemas sociais (CILLIERS, 1998). Em epistemologia, citamos McIntyre (1998), que avalia as implicações epistemológicas e ontológicas das teorias da complexidade. Sua argumentação pretende defender uma visão epistemológica e não ontológica dessas teorias, afirmando que sistemas complexos são formas epistêmicas de representação do real e não necessariamente correspondem à natureza ontológica do real. Indo mais além, McIntyre afirma que, enquanto representação, a noção de complexidade corresponde a mais um esforço – consoante à metodologia científica – no sentido de buscar a ordem e a regularidade dos fenômenos bem como o seu entendimento a partir da sua explicação simplificadora. Esta avaliação das teorias da complexidade parece alinhada à posição que Manson atribui aos “defensores da teoria da complexidade que a vêem como um meio de simplificar sistemas que se apresentam complexos” (MANSON, 2001, tradução minha). Contudo, esse mesmo autor lembra que, se a referida teoria possibilita uma simplificação, a sua aplicação ainda está longe de ser simples, dadas as dificuldades inerentes a cada uma das três linhas de pesquisa em complexidade apresentadas acima.

### **Conclusão**

Uma reflexão sobre as três linhas de pesquisa em complexidade apresentadas neste artigo reforça o aspecto profundamente interdisciplinar deste conceito, não apenas quanto à sua formação ao longo de pesquisas que datam desde o século XVII, com a formulação

do problema dos três corpos, mas também quanto à sua aplicabilidade a partir dessas pesquisas nos mais variados campos do saber.

Dada essa vasta aplicabilidade das teorias da complexidade em diversas disciplinas, tomadas isoladamente ou em conjunto, bem como a indefinição de alguns aspectos da complexidade, abre-se a possibilidade de representar os próprios pesquisadores em complexidade como componentes de subsistemas (as diferentes áreas do saber) de um sistema complexo maior (a totalidade das diversas áreas do saber).

Partindo dessa possibilidade, faz sentido retomar a descrição dos sistemas complexos agregativos, nos quais a diversidade e a interatividade entre os subsistemas promovem a capacidade de lidar com situações novas, fortalecendo a resiliência, adaptabilidade e capacidade de aprendizagem. Levar estas características para a pesquisa e prática interdisciplinar em equipe, talvez seja uma das maiores contribuições que as teorias da complexidade possam oferecer à educação neste momento.

A interdisciplinaridade, como regra, não é proposta individual, mas de equipe. Nesta, sim, podemos desfiar vários aportes especializados, supondo que seja formada por especialistas oriundos de várias disciplinas, mormente daquelas histórica e metodologicamente mais distantes. Individualmente falando, o que pode [deveria] ocorrer é o esforço de alargar a base horizontal do conhecimento por meio de outras leituras, pesquisas e elaborações, para além da especialização verticalizada. (DEMO, 2002, p. 09).

#### **COMPLEXITY: THEORY AND INTERDISCIPLINARY PRACTICE**

**Abstract:** This article presents an interdisciplinary vision of complexity based on research conducted in several areas. This permitted the recognition of common and different points in three research areas of complexity: algorithmic complexity, deterministic complexity and aggregative complexity, reconstituted from their

origins. A bond between complexity and education is suggested in this paper through the research area of aggregative complexity because of its interdisciplinary studies.

**Key Words:** Complexity. Interdisciplinary Education.

### Referências Bibliográficas

CHIATIN, G. J. **Information, randomness and incompleteness.** Singapore: World Scientific, 1992.

CILLIERS, P. **Complexity and postmodernism: understanding complex systems.** London: Routledge, 1998.

CONVEY, P.; HIGHFIELD, R. **The search for complexity – the search for order in a chaotic world.** New York: Balantine Books, 1995.

DEMO, P. **Complexidade e aprendizagem - a dinâmica não linear do conhecimento.** São Paulo: Atlas, 2002. v. 1.

FORTOW, L.; HOMER, S. **A short history of computational complexity.** Disponível em: <<http://www.neci.nj.nec/homepages/fortnow>>. Acesso em: nov. 2002.

HOLLAND, J. H. **Emergence: from chaos to order.** Reading (MA): Perseus Books, 1999.

KAUFFMAN, S. **At home in the universe: the search for levels of self-organization and complexity.** Oxford: Oxford University Press, 1995.

MANSON, S. M. Simplifying Complexity: A review of Complexity Theory. **Geoforum**, n. 32 (3), p. 405-414, Elsevier, 2001. ISSN 0016-7185.

MARCONDES, D.; JAPIASSÚ, H. **Dicionário de filosofia.** 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1991.

McINTYRE, L. Complexity: a philosophers' reflections. **Complexity**, Wiley Periodicals Inc., n. 3 (6), p. 26-32, 1997.

OLIVEIRA, L. A. Bióides, biontes e borgues. In: NOVAES, A. (Org). **O homem máquina**. São Paulo: Cia. das letras, 2003.

PRIGOGINE, I. **O fim das certezas**: tempo, caos e as leis da natureza. Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Editora da Unesp, 1996.

ROSA, L. P. **Tecnociências e humanidades**: novos paradigmas, velhas questões. São Paulo: Paz e Terra, 2005. v. 1.

SERRES, M. Por que eu sou filósofo? Por causa de Hiroshima. Tradução de Nuno Ramos. In: \_\_\_\_\_. **Entrevistas ao Le Monde – filosofias**. São Paulo: Ática, 1990.

SPURRET, D. Complexity and postmodernism. **South African Journal of Philosophy**, v. 18, n. 2, p. 258-274, 1999. Review Article of CILLIERS, P. Turing, A. M. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. In: PROCEEDINGS OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY. Ser. 2, v. 42, 1937; and Ser. 2, v. 43, 1937, p. 230-265.

Von BERTALANFFY, L. **General Systems Theory**: Foundation, Development and Applications. London: Alan Lane, 1968.

WALDROP, M. M. **Complexity**: the emerging science in the edge of order and chaos. London: Penguin Books, 1992.

WOLFRAM, S. **A new kind of science**. New York: Wolfram Inc., 2002.