

A formação de professores no âmbito de competências do raciocínio geométrico: uma revisão de literatura

Abel da Encarnação 

Departamento de Educação e
Psicologia - CIDTFF, Universidade
de Aveiro, Aveiro, Portugal

✉ abel.encarnacao@ua.pt

Teresa Neto 

Departamento de Educação e
Psicologia - CIDTFF, Universidade
de Aveiro, Aveiro, Portugal

✉ teresaneto@ua.pt

Ana Breda 

Departamento de Matemática -
CIDMA, Universidade de Aveiro,
Aveiro, Portugal

✉ ambreda@ua.pt

Training teachers in the scope of competences of geometric reasoning: a literature review

Abstract

This article presents a literature review in the context of an ongoing doctoral project, which focuses on the knowledge and geometric skills of mathematics teachers, in order to sustain research on a continuous training program of Angolan teachers. It aimed to standardize practices of training of mathematics teachers in the context of Geometry. Five search terms were established, which coincide with the keywords, in three different languages whose sources were selected taking into account quality assurance, relying on the choice of databases and repositories for research taking into account criteria previously defined for the composition of the documentary corpus composed of 15 articles developed in different contexts, that have been the subject of analysis. One of the results of the analysis showed the meager geometric knowledge of teachers, which suggests the need to design specific training actions in the context of geometric reasoning in the current plans of continuous training of mathematics teachers aiming, on the one hand, to empower the teacher with knowledge and skills to better teach the subjects on these contents and, on the other hand, to awaken in the student the interest in the discipline.

Keywords: *Standard* Geometric reasoning. Geometric thinking. Mathematical knowledge. Didactic knowledge. Teacher training.

Resumo

Este artigo apresenta uma revisão de literatura no âmbito de um projeto de doutoramento, em curso, que incide sobre o conhecimento e competências geométricas de professores de Matemática, no sentido de sustentar investigação sobre um programa de formação contínua de professores angolanos. Teve como objetivo caracterizar práticas de formação de professores de Matemática em contexto de Geometria. Foram estabelecidos cinco termos de pesquisa, que coincidem com as palavras-chave, em três diferentes línguas cujas fontes foram seleccionadas tendo em conta a garantia de qualidade, apoiando-se para tal na escolha de bases de dados e repositórios para pesquisa tendo em consideração critérios previamente definidos para a composição do corpus documental composto por 15 artigos desenvolvidos em diferentes contextos, que foram objeto de análise. Um dos resultados da análise efetuada colocou em evidência o parco conhecimento geométrico dos professores, o que sugere a necessidade de projetar ações específicas de formação em contexto de raciocínio geométrico nos atuais planos de formação contínua de professores de Matemática visando, por um lado, potenciar o professor com conhecimentos e habilidades para melhor lecionar as matérias sobre estes conteúdos e, por outro, despertar no aluno o interesse pela Geometria.

Palavras-chave: Raciocínio geométrico; Pensamento geométrico; Conhecimento matemático; Conhecimento didático; Formação de professores.

Submetido em: 22 de fevereiro de 2022 - Aceito em: 19 de maio de 2022

1 INTRODUÇÃO

A presente revisão de literatura enquadra-se no âmbito de um projeto de doutoramento, em curso, que incide sobre o conhecimento e competências geométricas de professores de Matemática, competência transversal e essencial a todos os ciclos de ensino, cujo objetivo buscou responder como se caracterizam as práticas de formação de professores de Matemática em contexto de Geometria. A pesquisa assume um paradigma de investigação interpretativo assente numa perspetiva primordialmente qualitativa.

O raciocínio geométrico tem sido objeto de numerosas investigações na Educação Matemática [1],[2], [3], [4], [5] e [6]. Nestas investigações tem-se ressaltado o papel que o raciocínio geométrico tem na aprendizagem Matemática em geral e, de maneira especial, na aprendizagem da Geometria, pelo que sua avaliação e desenvolvimento deve ser um objetivo do ensino nos distintos níveis educativos. Esta importância vê-se refletida nos currículos oficiais de educação primária de vários países, [7] e [8], e deveria também estar presente nos currículos de formação de professores.

O desenvolvimento do raciocínio geométrico tem que se servir de uma diversidade de representações e de ações adaptadas ao raciocínio a desenvolver. Assim, os materiais que permitem representar os objetos geométricos devem ser escolhidos em função das estruturas geométricas que se pretendem trabalhar. Os materiais estão ao serviço das estruturas e não o contrário como tantas vezes acontece, são um meio, não um fim [9].

Breda *et al.* [10, p. 15] referem que

a Geometria permite que os alunos adquiram o vocabulário geométrico mas, a par disso, espera-se que os alunos desenvolvam a sua capacidade de compreensão dos conceitos e suas relações, da análise da informação, de resolução de problemas, de comunicação, mas também de abstração e generalização e de compreender e elaborar argumentações.

Assim, torna-se importante uma formação de professores que promova conhecimentos didático-matemáticos no âmbito da Geometria.

O professor de Matemática tem que conhecer o conteúdo que leciona, articular esse conhecimento e estabelecer uma correspondência com níveis mais elevados de conhecimento matemático. No modelo do Enfoque Ontosemiótico do Ensino e Aprendizagem da Matemática apresentado em [11], [12] e [13] é referido como conhecimento comum (correspondente ao nível em que é ensinado) e de conhecimento expandido (correspondente a níveis mais elevados). Os mesmos autores referem que o conhecimento puramente matemático não é suficiente para o professor organizar, implementar e avaliar os processos de ensino e aprendizagem. Os fatores que influenciam esses processos são complexos, e também é necessário que tenha um conhecimento mais profundo da Matemática e do seu ensino, diferente do adquirido pelos alunos, chamado conhecimento didático-matemático. As competências traduzem-se na capa-

cidade e superação que se espera do professor de Matemática para enfrentar problemas básicos existentes no processo de ensino. Além disso, objetos matemáticos e didáticos específicos também estão envolvidos nas práticas de ensino e resolução de problemas. Para desenvolver essas competências e conhecimentos, o EOS fornece certas ferramentas teóricas e metodológicas, dando origem a uma competência geral de *design* de intervenção docente, típica do professor de Matemática [14].

Os currículos de Matemática, por vezes, não contemplam conceitos, procedimentos e disposições necessários para promover o raciocínio geométrico [15].

Alguns estudos apontam para uma tentativa de apresentar análises relacionadas com a temática do raciocínio geométrico. Associada à essa apresentação, estão as estratégias efetivas que podem ser implementadas no processo de ensino e aprendizagem visando observar as particularidades individuais dos alunos [16], [17], [18], e a disponibilização de uma síntese de orientações para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática [19] e [20].

As pesquisas que aumentam as competências do professor de Matemática, apontam para uma reflexão atual e que emerge das necessidades de mudanças, as quais devem ocorrer no processo de formação de professores, nas concepções e atitudes dos profissionais da educação e na rotina educacional que é proposta no ambiente escolar, quando tratamos da educação inclusiva na Matemática [21].

A Didática da Matemática tornou-se num espaço de diálogo profundos e abertos em que se promovem novas práticas e estratégias para ensinar/aprender, criando ambientes mais favoráveis para os alunos. É nessa dinâmica que são desenvolvidas as competências dos professores e outros agentes que participam do processo de ensino e aprendizagem.

Leivas e Cury [22] consideram que a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica pode contribuir para a formação de professores com um olhar mais abrangente para os vários aspetos ou dimensões em que a Geometria pode ser analisada. As escolas contemporâneas têm estado a trabalhar na perspetiva de proporcionar uma educação de qualidade aos cidadãos respeitando as suas particularidades individuais e facilitando o processo de transição para a vida ativa visando integrar a sociedade com maior autonomia. Portanto, é fundamental que as escolas estejam organizadas por forma a responder com eficiência e qualidade o seu propósito que é formar os alunos para a sociedade.

Assim, a nossa motivação em realizar a revisão de literatura aqui apresentada culminou na realização de uma pesquisa que tem como objetivo apresentar um panorama de estudos que enfatizam conhecimentos e competências de professores de Matemática no âmbito do raciocínio geométrico.

O texto seguinte está organizado segundo as seguintes rúbricas: Contextualização no projeto de tese, problemática, questão de investigação, tipo de estudo (revisão sistemática), justificação, descrição das diferentes secções; metodologia adotada na revisão de literatura;

análise do corpus documental e finalmente apresentam-se algumas considerações finais.

2 PROBLEMÁTICA E QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

Tendo em conta os conceitos de raciocínio geométrico, pensamento geométrico, visualização, ensino da Geometria, formação de professores a presente revisão de literatura tem como justificativa identificar e analisar, através da análise documental de 15 artigos científicos, todos eles com revisão de pares e com metodologia que descreve detalhadamente como os conceitos emergem ou são relacionados com o desenvolvimento das competências específicas (conteúdo como Aritmética, Álgebra, Geometria, etc.) e transversais (cálculo mental, estratégia de resolução de problemas, identificação de símbolos, etc.), da Educação Matemática.

Portanto, para esta sistematização teórica enunciámos como questão de investigação: Que práticas de formação são utilizadas com professores de Matemática, em contexto do raciocínio geométrico? Ainda, para delimitar o campo de pesquisa, definimos como principal objetivo analisar o processo formativo utilizado na formação de professores, em contexto de Geometria.

2.1 Metodologia

Segundo Newman e Gough [23], o método seguido pelos revisores num determinado estudo, deve ser ditado pelas perguntas que constituem a zona de inquérito. Nesse sentido, considerando a questão que emergiu no nosso estudo para direcionar o processo de revisão, assumimos como referencial metodológico [23], desenvolvendo uma revisão a partir da nossa questão norteadora. Logo, situamos o presente trabalho como uma revisão de literatura em pesquisa educacional, apresentando-se como uma revisão de literatura “[...] que fornece uma visão geral do conhecimento atual sobre um tema” [23, p. 3], que no nosso estudo, são as práticas de formação utilizadas com professores de Matemática, em contexto do raciocínio geométrico.

A elaboração desta revisão de literatura assentou no cumprimento do conjunto de etapas distintas, ilustradas na tabela 1, descritas por Bryman [24, p. 103]:

Tabela 1: Estrutura das etapas da revisão sistemática

Etapas	Descrição
1	“Definir o objetivo e o âmbito da revisão”;
2	“Definir questões de investigação”;
3	“Pesquisar estudos relevantes para o propósito da revisão”;
4	“Examinar os estudos identificados na etapa anterior (...) com base na aplicação rigorosa dos critérios definidos”;
5	“Analisar cada estudo e sintetizar os resultados”.

Fonte: [24]

2.2 Identificação e seleção do *corpus* documental

Numa primeira etapa, procedeu-se à seleção das fontes, tendo em conta a questão e objetivo da investigação com a finalidade de se extrair os artigos relevantes para se identificar e selecionar o *corpus* documental. Avançou-se para a etapa correspondente à identificação e seleção dos artigos que iriam constituir o *corpus* documental que se iniciou com a “leitura flutuante” conforme o tema, visando a obtenção de uma visão geral dos artigos disponíveis e da forma como o tema tem vindo a ser investigado. Assim, foi possível identificar os conceitos e os autores mais referenciados que originou a definição das palavras-chave e dos critérios de inclusão e exclusão dos artigos de acordo com a sua pertinência para a resposta à questão de investigação. Posteriormente, efetuou-se a pesquisa com recursos à inserção das palavras-chave nos campos de busca das bases de dados e repositórios científicos selecionados, designadamente *Scielo*, *Rcaap*, *B-on* e *Google Académico*, à qual se seguiu a seleção de cada *corpus* documental.

2.3 Definição das palavras-chave

Para encontrar os estudos que observam os critérios estabelecidos na estratégia de pesquisa, utilizou-se as principais palavras-chave e outras correlacionadas nas três línguas obrigatórias definidas bem como a busca completa das suas variações em inglês e espanhol (tabela 2).

Tabela 2: Palavras-chave

Termo Principal	Termos Correlacionados
Raciocínio geométrico	<ul style="list-style-type: none">● Visualização
Pensamento geométrico	<ul style="list-style-type: none">● Níveis de van Hiele
Conhecimento Científico Específico	<ul style="list-style-type: none">● Domínio de conteúdo
Conhecimento para ensinar Matemática	<ul style="list-style-type: none">● Conhecimento matemático● Conhecimento didático● Conhecimento pedagógico
Formação de professores	<ul style="list-style-type: none">● Formação de professores no âmbito da Geometria● Formação de professores em Didática da Matemática

Fonte: Elaborado pelos autores.

2.4 Seleção e triagem dos artigos

Para o desenvolvimento do presente trabalho, mais voltado para a revisão de literatura, foram definidos cinco termos de pesquisa em três diferentes idiomas designadamente português, inglês e espanhol nas bases de dados e repositórios já referidos acima com a finalidade de se selecionar os artigos para análise.

De igual modo, foram definidos como idiomas de pesquisa para este estudo o português, inglês e espanhol, partindo da leitura de títulos e de resumos/abstracts.

Na primeira fase de seleção nas bases de dados e repositórios referidos, através da aplicação de filtros na pesquisa avançada e/ou preferências da pesquisa, permitiram operacionalizar o protocolo de investigação definido pelos critérios de inclusão/exclusão, designadamente i) horizonte temporal: entre 2010 e 2021; ii) artigos publicados em revistas científicas presti-

giadas, disponíveis *online* e com revisão de pares; iii) *corpus* de análise constituído por três línguas (português, inglês e espanhol); iv) os artigos selecionados devem apresentar a descrição metodológica do estudo que os originou e v) não selecionar estudos publicados e/ou realizados na Universidade de Aveiro, Portugal.

De seguida, do processo acima mencionado obteve-se 2.034 resultados iniciais, cuja leitura flutuante dos títulos e/ou palavras-chave permitiu identificar 114 estudos potencialmente relevantes: 4 publicados em português, 110 em inglês e 2 em espanhol.

Posteriormente, procedeu-se à leitura exploratória dos resumos e/ou resultados, o que permitiu refinar e afunilar a seleção, excluindo-se 128 artigos por apresentarem objetos de estudo que não se aproximavam à questão e objetivo de investigação.

Desta forma foi possível efetuar a seleção dos 15 artigos que cumpriram os requisitos pré-estabelecidos e que nos pareceram mais adequados à metodologia visando atingir os objetivos escolhidos.

2.5 Identificação do *corpus* documental

A identificação do *corpus* documental detalha o número de ordem, autoria, ano de publicação, título, país onde o estudo foi realizado e o respetivo idioma utilizado na escrita, conforme ilustra a tabela 3:

Tabela 3: Identificação do *corpus* documental

N/O	Autor	Ano	Título	País	Idioma
1	Leivas, J. P. C. & Cury, H. N.	2010	Análise de erros em soluções de um problema de Geometria: uma investigação com professores em formação continuada.	Brasil	Português
2	Brunheira, L. & Ponte, J. P.	2018	From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: an experiment with prospective teachers.	Portugal	Inglês
3	Khembo, E.	2011	An investigation into grade 6 teachers' understanding of geometry according to the van Hiele level of geometric thought.	África do Sul	Inglês
4	Brunheira, L. & Ponte, J. P.	2015	Prospective teachers' development of geometric reasoning through an exploratory approach.	Portugal	Inglês
5	Seah, R. & Horne, M.	2019	The construction and validation of a geometric reasoning test item to support the development of learning progression.	Austrália	Inglês
6	Hourigan, M. & Leavy, A. M.	2017	Preservice primary teachers' geometric thinking: Is pre-tertiary mathematics education building sufficiently strong foundations?	Irlanda	Inglês

7	Lee, M. Y.	2015	The relationship between pre-service teachers' geometric reasoning and their van Hiele levels in a geometer's sketchpad environment.	Coreia do Sul	Inglês
8	Jones, K. & Tzekaki, M.	2016	Research on the teaching and learning of Geometry.	Holanda	Inglês
9	Sunzuma, G. & Maharaj, A.	2019	In-service Teacher's Geometry Content Knowledge: Implications for how Geometry is Taught in Teacher Training Institutions.	Zimbábue	Inglês
10	van der Sandt, S. & Nieuwoudt, H. D.	2013	Geometry content knowledge: Is pre-service training making a difference?	África do Sul	Inglês
11	Godino, J. D., Gonzato, M., Contreras, A., Estepa, A., & Díaz-Batanero, C.	2016	Evaluación de Conocimientos Didáctico-Matemáticos sobre Visualización de Objetos Tridimensionales en Futuros Profesores de Educación Primaria.	Espanha	Espanhol
12	Quaresma, M. & Ponte, J. P.	2017	Participar num estudo de aula: A perspetiva dos professores.	Portugal	Português
13	Godino, J. D., Batanero, C. Rivas, H. & Arteaga, P.	2013	Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas.	Chile	Espanhol
14	Costa, A. P.	2014	Evoluindo o raciocínio geométrico por meio de uma sequência didática: o caso dos quadriláteros.	Brasil	Português
15	Guerreiro, M. M. A.	2017	O raciocínio geométrico de alunos do 9º ano no estudo da circunferência.	Portugal	Português

Fonte: Elaborado pelos autores.

A localização geográfica dos países onde se realizaram os estudos selecionados para a revisão de literatura cobrem cinco continentes designadamente Europa com quatro países (Portugal, Espanha, Irlanda e Holanda), América com três países (Brasil, Chile e EUA), África com dois países (África do Sul e Zimbábue), Ásia com dois países (Malásia e Coreia do Sul) e Oceânia com um país (Austrália).

Quanto ao idioma dos artigos selecionados, 9 foram publicados em inglês, 4 em português e 2 em espanhol.

A distribuição dos artigos por ano de publicação, poderá representar um indicador de constante investigação na área e um fator importante da (re)construção do conhecimento que poderá servir de base sólida a outros estudos. Os artigos estão detalhados em função dos anos

em que foram publicados.

3 ANÁLISE DO CORPUS DOCUMENTAL

Por formas a garantir a qualidade do *corpus* documental, para análise dos artigos foram utilizados, de maneira adaptada, os parâmetros apresentados por [25] cujos resultados estão apresentados na tabela 4:

Tabela 4: Análise do *corpus* documental

Parâmetros de Avaliação da Qualidade	Artigos														
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15
Título	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Resumo/ <i>abstract</i>	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Palavras-chave	S	S	N	S	S	N	S	S	S	N	S	S	S	S	S
Estudo empírico	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Definição clara do tipo de estudo	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Paradigma qualitativo	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Paradigma quantitativo	N	S	N	N	N	N	N	N	S	N	N	N	N	N	N
Paradigma misto	N	S	N	N	N	N	N	N	S	N	N	N	N	N	N
Uso de software para análise de dados	N	S	N	S	N	N	S	S	N	N	N	N	N	N	N
Definição dos instrumentos de investigação	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Indicação clara dos objetivos e/ou questões de investigação	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Uso adequado da metodologia aos objetivos	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Relevância do estudo	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Clareza na caracterização dos participantes amostra e metodologia utilizada	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S
Resultados fundamentados e críveis	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Principais referências bibliográficas	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S

Fonte: Adaptado [25]

Todos os artigos apresentam a metodologia do estudo, evidenciam com clareza o tipo de estudo realizado, apresentam paradigma qualitativo, explicitam os instrumentos de pesquisa, indicam com clareza os objetivos e/ou questões da investigação, apresentam quadro teórico e resultados fundamentados e credíveis que garantem a relevância do estudo.

O *corpus* documental apresenta na sua totalidade características de investigações de natureza interpretativa e os artigos fazem uso de diversas técnicas próprias desse tipo de pesquisa como recolha de documentos, inquéritos por questionários e entrevistas, diários dos investigadores, transcrições de áudio e vídeo, grupos focais, etc.

Os artigos A3, A5 e A8 não são suficientemente claros no que se refere à caracterização dos participantes dos estudos e da metodologia utilizada em relação a técnicas de coleta e análise dos dados.

Os artigos A1, A4, A7, A8, A14 e A15 têm o foco no raciocínio geométrico, ou seja, estes artigos em geral sugerem que se rompam com as formas tradicionais de ensinar Geometria nas

nossas escolas e que os professores lutem para integrar conceitos geométricos no currículo da Matemática; outrossim, alguns estudos mostraram que a acessibilidade das tecnologias digitais é uma abordagem enriquecedora para o ensino e aprendizagem geométrica, fornecendo novas e diferentes formas de tratamento. Os artigos A2, A3, A5, A6, A9, A10, A11, A12 e A13 têm o foco na formação de professores (especificamente na área da Geometria), alguns destes artigos consideram que a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica pode contribuir para a formação de professores com um olhar mais abrangente para os vários aspetos ou dimensões em que a Geometria pode ser analisada.

Os resultados da presente revisão de literatura evidenciam o impacto positivo que as práticas de formação com professores de Matemática, em contexto do raciocínio geométrico representam para o sistema educativo pois traduzem-se numa mais-valia na medida em que proporcionam ao professor competências cognitivas essenciais tais como autonomia, confiança e capacidades para gerir desafios e resolver problemas na sala de aula. Os estudos analisados convergiram ainda para evidenciar efeitos benéficos na transformação das conceções dos docentes [26] e das práticas letivas, que passaram a centrar-se nos alunos e em dinâmicas mais ativas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente revisão de literatura que teve como ponto de partida a questão de investigação “Que práticas de formação são utilizadas com professores de Matemática, em contexto do raciocínio geométrico?”, teve como objetivo analisar processos formativos utilizados na formação de professores, em contexto de Geometria, no sentido de sustentar investigação sobre um programa de formação contínua de professores angolanos.

Os resultados obtidos emergiram, essencialmente de três eixos de análise: i) necessidades formativas dos professores, ii) dificuldades dos professores, e iii) efeitos do envolvimento docente (conceções e práticas) e nos alunos (aprendizagens). Relativamente às principais necessidades formativas, estas prenderam-se com as competências geométricas e na implementação de novas estratégias didáticas. Num outro prisma, em relação às dificuldades, sobressaem as que dizem respeito ao desenvolvimento do raciocínio geométrico.

As ações de formação devem procurar integrar de modo geral uma organização de conhecimentos que visa transformar o modo de pensar, de um pensar elementar para um pensar crítico, o que poderá conduzir às desejáveis (re)conceções e mudanças nas práticas letivas com vista à melhoria das aprendizagens dos alunos. Os estudos analisados mostram que os professores reconhecem um conjunto diversificado de necessidades de formação que lhes permita responder aos desafios que a escola lhes coloca [26]. As evidências identificadas salientam duas dimensões: uma primeira, que é a necessidade de adoção de estratégias e propostas didáticas relativas ao ensino da Geometria; e uma outra, na mesma linha, relacionada com a importância da implementação de novas estratégias didáticas, promotoras do raciocínio geométrico.

Segundo [27] “é preciso romper com as formas tradicionais de ensinar Geometria nas nossas escolas e que os professores lutem para integrar conceitos geométricos no currículo da Matemática”. Lee [28] acrescenta que “os resultados evidenciam o significado de definir e apresentar definições corretas, utilizando propriedades que anteriormente ignoraram, e mostrando a compreensão dos conceitos subjacentes”.

Moss *et al.* [29] sugerem aumentar a conscientização e o comprometimento dos professores para a inclusão de Geometria de alta qualidade e raciocínio espacial como componente crítico da Matemática dos primeiros anos.

O trabalho em Geometria não deve centrar-se apenas nos objetos geométricos, devendo atender muito mais às ações que podem ser aplicadas sobre eles, sob pena das crianças só aprenderem nomes de figuras e começarem a distingui-las apenas pelo seu aspeto ou posição. As ações como classificação, composição, decomposição, construção e transformação devem ter um destaque especial ao longo de toda a aprendizagem [9].

Da análise realizada concluiu-se que a aprendizagem de conceitos geométricos e o seu emprego no desenvolvimento de várias tarefas educativas, favorece o desenvolvimento de competências de raciocínio geométrico.

Concluimos afirmando que esta pesquisa, embora seja de carácter interpretativo assente numa perspetiva qualitativa, é um contributo que visa aumentar os parcos conhecimentos de uma problemática pouco estudada no contexto angolano.

Renovamos assim a expectativa de que a pesquisa, em particular as conclusões a que chegamos, possa servir de motor de reflexão para os sujeitos implicados e todos que nele se revejam, bem como ponto de partida e/ou continuidade para outras pesquisas sobre esta problemática em Angola.

REFERÊNCIAS

- [1] M. T. Battista, “The Development of Geometric and Spatial Thinking”. In *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, F. Lester (Ed.), Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2007, pp. 843-908.
- [2] A. J. Bishop. “Review of research on visualization in mathematics education”. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 1989, pp. 7-16.
- [3] D. H. Clements and M. T. Battista. “Geometry and spatial reasoning”. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, D. A. Grouws (Ed.), New York: Macmillan Publishing Co., 1992, pp. 420-464.
- [4] A. Gutiérrez. “Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio”. In *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, Giménez *et al.* (Eds.), Granada: Comares, 1996, pp. 143-170. <https://doi.org/10.2307/j.ctv103x9s5.12>
- [5] R. Hershkowitz, B. Parzys and J. Van Dormolen. “Space and shape”. In *International Handbook of Mathematics Education*, A. J. Bishop *et al.* (Eds). London: Kluwer, 1996, pp. 161- 204. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_7

- [6] N. C. Presmeg. "Research on visualization in learning and teaching mathematics". In *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, A. Gutiérrez and P. Boero (Eds.), Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2006, pp. 205-235. https://doi.org/10.1163/9789087901127_009
- [7] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), "Principles and Standards for School Mathematics". EEUU: *National Council of Teachers of Mathematics*, 2000. <https://doi.org/10.17226/9870>
- [8] MEC. Real Decreto 1513/2006, de 7 de Diciembre, *por el que se Establecen las Enseñanzas Mínimas de la Educación Primaria*, 2006.
- [9] C. Loureiro, "Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Contributos Para Uma Gestão Curricular Reflexiva", 2009.
- [10] A. Breda, L. Serrazina, L. Menezes, L. Sousa and P. Oliveira, "Geometria e Medida no Ensino Básico". *Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: Ministério da Educação, 2011.
- [11] J. D. Godino. "Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas". *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011. <https://doi.org/10.18050/eduser.v6i3.2406>
- [12] J. D. Godino. "Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática". In *Investigación en Educación Matemática*, A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García and L. Ordóñez (Eds.), XVI, Jaén: SEIEM, 2012, pp. 49 - 68. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.4>
- [13] J. D. Godino, C. Batanero and V. Font. "Um enfoque ontosemiótica do conhecimento e a instrução matemática". *ACTA SCIENTIAE – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 2008. [Online]. Available:
- [14] J. D. Godino, C. Batanero, H. Rivas and P. Arteaga, "Componentes e Indicadores de Idoneidad de Programas de Formación de Profesores en Didáctica de las Matemáticas". *REVEMAT*, ISSN 1981-1322, Florianópolis, vol. 08, no. 1, 2013, pp. 46-74. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46>
- [15] R. Seah and M. Horne, "The Construction and Validation of a Geometric Reasoning Test Item to Support the Velopment of Learning Progression". *Mathematics Education Research Journal*, 2019. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00273-2>
- [16] J. E. H. Barnett and S. Cleary, "Review of Evidence-based Mathematics Interventions for Students with Autism Spectrum Disorders". *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 50(2), 2015, pp. 172-185.
- [17] C. Gevarter *et al.*, "Mathematics Interventions for Individuals With Autism Spectrum Disorder: A Systematic Review". *Journal of Autism and Developmental Disorder*, 3, 2016, pp. 224-238. <https://doi.org/10.1007/s40489-016-0078-9>
- [18] S. A. King, C. J. Lemons and K. A. Davidson, "Math Interventions for Students With Autism Spectrum Disorder: A Best-Evidence Synthesis". *Exceptional Children*, 82(4), 2016, pp. 1-20. <https://doi.org/10.1177/0014402915625066>
- [19] H. Kim and C. E. Cameron, "Implications of Visuospatial Skills and Executive Functions for Learning Mathematics: Evidence from Children With Autism and Williams Syndrome". *AERA Open*, 2(4), 2016, pp. 1-16. <https://doi.org/10.1177/2332858416675124>
- [20] H. Ehsan, M. Rispoli, C. Lory and E. Gregori, "A Systematic Review of STEM Instruction With Students With Autism Spectrum Disorders". *Review Journal of Autism and Developmental Disorders*, 5, 2018, pp. 327-348. <https://doi.org/10.1007/s40489-018-0142-8>
- [21] I. M. Baraldi, F. M. C. Rosa, V. L. M. F. Capellini, E. A. C. Rosa and E. T. J. Miranda, "School Inclusion: Considerations About the Education Process of Teachers Who Teach Mathematics". In *Inclusive Mathematics Education: State-of-the-Art Research from Brazil and Germany*, D. Kolloche, R. Marcone, M. Knigge, M. G. Penteado and O. Skovsmose (Eds.), Switzerland: Springer, 2019, pp. 25-40. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11518-0_4

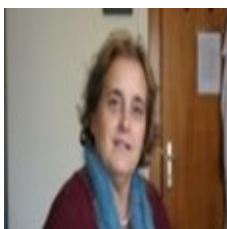
- [22] J. C. P. Leivas and H. N. Cury, “Análise de Erros em Soluções de um Problema de Geometria: Uma Investigação com Professores em Formação Continuada”. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.*, ISSN 1981-1322, Florianópolis, vol. 05, no. 1, 2010, pp. 71-83. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2010v5n1p71>
- [23] M. Newman and D. Gough, “Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application”. In *Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application*, O. Zawacki-Richter, M. Kerres, S. Bedenlier, M. Bond, K. Buntins (Eds.), Wiesbaden: Springer VS, 2020, pp. 3-22. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-27602-7>
- [24] A. Bryman, “Social Research Methods”, 4 ed., Oxford: Oxford University Press, 2012.
- [25] T. Dyba and T. Dingsoyr, “Empirical Studies of Agile Software Development: A Systematic Review”. *Information and Software Technology*. 50(9-110), pp. 833-859, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.infsof.2008.01.006>
- [26] R. Miranda and J. Damico, “Changes in Teachers’ Beliefs and Classroom Practices Concerning Inquiry-Based Instruction Following a Year-Long RET-PLC Program”. *Science Educator*, 24(1), 2015, pp. 23-35.
- [27] E. Khembo, “An Investigation into Grade 6 Teachers’ Understanding of Geometry According to the van Hiele Level of Geometric Thought”, 2011.
- [28] M. Y. Lee, “The Relationship Between Pre-service Teachers’ Geometric Reasoning and Their van Hiele Levels in a Geometer’s Sketchpad Environment”. *J. Korean Soc. Math. Educ., Ser. D, Res. Math. Educ.*, vol. 19, no. 4, December, 2015, pp. 229-245. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2015.19.4.229>
- [29] J. Moss, Z. Hawes, S. Naqvi and B. Caswell. “Adaptação do Estudo de Aulas japonesas para melhorar o ensino e o aprendizado da geometria e do raciocínio espacial nas salas de aula dos primeiros anos: Um estudo de caso”. *ZDM – Revista Internacional de Educação Matemática*, 47(3), 2015, pp. 377-390. Doi:10.1007/s11858-015-0679-2. <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.17.475-492>

BREVE BIOGRAFIA



Abel Lando da Encarnação  <https://orcid.org/0000-0002-3959-8367>

Licenciado em Matemática e Mestre em Ensino de Ciências, opção Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação da Huíla-Angola, Doutorando em Educação no Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro-Portugal. É membro do Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF) do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro-Portugal.



Teresa Bixirão Neto  <https://orcid.org/0000-0001-9002-2155>

Doutorada em Didática e Formação/Doutoramento Europeu pela Universidade de Aveiro (Portugal), é atualmente professora no Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro e membro do Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores - CIDTFF. Está envolvida em vários projetos de investigação na área da formação de professores em Matemática, e em projetos de Cooperação para o Desenvolvimento dos Países da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa (CPLP).



Ana Breda  <https://orcid.org/0000-0001-7076-707X>

Doutorada em Matemática Pura na especialização em Geometria e Topologia pelas Universidades de Southampton, Reino Unido e de Coimbra, Portugal, é Professora Associada com Agregação da Universidade de Aveiro, membro do Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações CIDMA, membro do ICMI .PT e coordenadora da linha temática multidisciplinar GEOMETRIX. Autora de diversas publicações científicas e didáticas recebeu diversos prémios, sendo que, em 2018, a linha temática que coordena foi a vencedora do prémio de Inovação Científica e Tecnológica Jaime Filipe.

Tabela 5: Sistematização da Informação dos artigos

AUTOR, ANO	QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO	OBJETIVOS	METODOLOGIA	RESULTADOS/CONCLUSÕES
Leivas, J. P. C. & Cury, H. N. (2010)	O apelo a <i>softwares</i> de Geometria Dinâmica terá possibilidade de auxiliar professores e alunos a compreender conceitos de geometria?	Analisar os erros cometidos por docentes em questões que envolvem álgebra, Geometria, análise e probabilidade.	Análise de conteúdo	Considera-se que a utilização de <i>softwares</i> de Geometria Dinâmica pode contribuir para a formação de professores com um olhar mais abrangente para os vários aspetos ou dimensões em que a Geometria pode ser analisada.
Brunheira, L. & Ponte, J. P. (2018)	Como a aprendizagem da classificação hierárquica das figuras geométricas evolui a partir de um experimento de formação de professores que inclui a classificação de quadriláteros e prismas e segue uma abordagem exploratória do ensino?	Mudar práticas e aprimorar a preparação dos futuros professores em Geometria, particularmente o processo de classificação de figuras geométricas.	<i>Design</i>	Do ponto de vista da classificação hierárquica, os futuros professores não reconheceram as relações entre quadriláteros e apenas poucos deles consideraram um quadrado como um caso particular de retângulo e puderam explicar o porquê.
Khembo, E. (2011)	Que nível de pensamento os itens de Geometria nos testes de Competições e Avaliações Internacionais para Escolas esperam?	Fornecer uma imagem de uma certa característica do comportamento social ou da atividade num determinado cenário e os fatores que afetam essa situação.	Pesquisa qualitativa	O estudo sugere que precisa-se romper com as formas tradicionais de ensinar Geometria nas nossas escolas e que os professores lutem para integrar conceitos geométricos no currículo da Matemática.
Brunheira, L. & Ponte, J. P. (2015)	Esta perspetiva é coerente com a ideia defendida por Ma (1999) de que os professores necessitam de uma profunda compreensão da Matemática fundamental. Mas o que isso significa em Geometria?	Caracterizar como os professores prospectivos atuam na definição e classificação de quadriláteros através do trabalho em tarefas exploratórias.	<i>Design</i>	Os resultados mostram que mais compreendem o significado de definir e apresentar definições corretas, utilizando propriedades que anteriormente ignoravam, e mostrando a compreensão dos conceitos subjacentes.
Seah, R. & Horne, M. (2009)	O que é uma progressão/trajetória de aprendizagem?	(1) auditar o que os estudantes australianos nos anos médios de estudo sabem sobre o conceito de retângulo na hierarquia de formas geométricas; (2) relatar o processo de obtenção de pontuação confiável de um item de avaliação para informar o desenvolvimento da progressão geométrica de aprendizagem.	<i>Design</i>	Os dados apoiaram a visão de que o crescimento do conhecimento geométrico dos alunos depende do grau de conexão entre múltiplas representações utilizadas para expressar os conceitos, e a capacidade dos indivíduos de visualizar e comunicar as relações.

Hourigan, M. & Leavy, A. M. (2017)	Quais são os níveis de pensamento geométrico de professores primários de licenciatura antes de entrar no curso de formação inicial de professores de Geometria?	Examinar a natureza dos equívocos entre aqueles com pensamento geométrico limitado e apresentar sugestões para aprimorar os entendimentos geométricos de professores preservantes.	Descritivo	A pesquisa mostrou que o modelo van Hiele descreve apropriadamente o pensamento geométrico dos alunos em Geometria 2D e tem uma relação com a aprendizagem Matemática dos alunos em vários temas de Geometria.
Lee, M. Y. (2015)	Como o <i>software</i> GSP impacta o raciocínio geométrico de professores de pré-serviço em diferentes níveis do modelo van Hiele?	Detetar equívocos dos aprendizes sobre propriedades de um losango e áreas de figuras geométricas com ajuda do <i>software</i> GSP.	Descritivo	Os resultados evidenciam o significado de definir e apresentar definições corretas, utilizando propriedades que anteriormente ignoraram, e mostrando a compreensão dos conceitos subjacentes.
Jones, K. & Tzekaki, M. (2016)	Como realizar pesquisas mais abrangentes em educação geométrica?	Fornecer uma revisão abrangente de pesquisas recentes em educação geométrica, abrangendo pensamento geométrico e espacial, medição geométrica e visualização relacionada à Geometria.	Estudo de caso	O estudo mostrou que a acessibilidade das tecnologias digitais é uma abordagem enriquecedora para o ensino e aprendizagem geométrica e espacial, fornecendo nova ligação de diferentes significados e tratamentos.
Sunzuma, G. & Maharaj, A. (2019)	1. Quais são as opiniões dos professores sobre sua formação em ensino geométrico? 2. Que abordagens foram usadas por seus professores ao ensinar Geometria?	Descobrir como os professores em serviço foram treinados para ensinar Geometria no Zimbábue.	Qualitativos e quantitativos	Os resultados revelam que 52,5% dos professores estavam adequadamente preparados para ensinar Geometria e abordagens centradas no professor e no aluno foram usadas durante a sua formação.
van der Sandt, S. & Nieuwoudt, H. D. (2013)	Como manter ou melhorar os níveis de compreensão geométrica dos professores de Matemática?	Manter ou melhorar os níveis de compreensão geométrica (usando a Teoria de van Hiele).	Descritivo	Os resultados indicam que os professores saem de sua carreira escolar com maior compreensão geométrica do que após três anos de treinamento de conteúdo matemático e metodologia ou após quatro anos de treinamento de metodologia.
Godino, J. D., Gonzato, M., Contreras, A., Estepa, A., & Díaz-Batanero, C. (2016)	Como avaliar os aspetos relevantes do conhecimento didático-matemático dos professores na formação sobre visualização de objetos tridimensionais?	Avaliar o conhecimento didático-matemático sobre visualização de objetos tridimensionais em uma amostra de futuros professores da educação básica.	Análise quantitativa	Os resultados mostram um baixo nível de conhecimento geométrico, o que sugere a necessidade de projetar ações específicas de formação sobre esses conteúdos nos atuais planos de formação de professores.

<p>Quaresma, M. & Ponte, J. P. (2017)</p>	<p>Como os participantes em estudos de aula em Portugal percebem o processo formativo no que respeita à sua dinâmica e à perspetiva curricular?</p>	<p>Saber o modo como participantes em estudos de aula em Portugal percebem este processo formativo no que respeita à sua dinâmica e à perspetiva curricular.</p>	<p>Qualitativa e interpretativa</p>	<p>Neste estudo valorizam a abordagem curricular seguida, reconhecendo a importância de diversificar as tarefas, de promover o desenvolvimento da comunicação dos alunos, de dar aos alunos um papel mais ativo na sua aprendizagem bem como as potencialidades de um trabalho de natureza muito prática que tiveram oportunidade de experimentar também durante as sessões.</p>
<p>Godino, J. D., Batanero, C. Rivas, H. & Arteaga, P. (2013)</p>	<p>Como identificar os componentes e indicadores de adequação didática de processos de formação de professores de Matemática?</p>	<p>Identificar componentes e indicadores de adequação didática (segundo o modelo proposto na abordagem ontosemiótica em didática da Matemática) de processos de formação de professores de Matemática</p>	<p>Descritivo</p>	<p>Os indicadores de adequação são inferidos a partir de pesquisas didáticas e diretrizes curriculares de ampla disseminação e aceitação na comunidade de educadores matemáticos. No caso da formação de professores de matemática no ensino médio, é comum que a formação Matemática e a formação em didática da Matemática sejam consideradas separadamente. Mesmo geralmente ambas as formações podem ser atribuídas a diferentes departamentos, o que pode dificultar um desenvolvimento articulado de ambas as formações.</p>
<p>Costa, A. P. (2014)</p>	<p>Como se constrói o conceito de quadrilátero notável utilizando o GeoGebra?</p>	<p>Analisar os efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de quadriláteros notáveis, utilizando o <i>software</i> de Geometria Dinâmica GeoGebra como recurso didático.</p>	<p>Quantitativa</p>	<p>Concluiu-se que o GeoGebra contribuiu com a aprendizagem de conceitos geométricos e que pode ser empregado no desenvolvimento de várias tarefas educativas, para o favorecimento da aprendizagem dos estudantes.</p>
<p>Guerreiro, M. M. A. (2017)</p>	<p>1. Como se caracteriza o raciocínio geométrico dos alunos no que diz respeito à estruturação espacial e ao domínio de conceitos geométricos neste tópico? 2. Que dificuldades manifestam os alunos no que diz respeito à estruturação espacial e ao domínio de conceitos geométricos neste tópico?</p>	<p>Compreender a estruturação espacial e domínio de conceitos que os alunos realizam e quais as principais dificuldades manifestadas pelos mesmos neste conceito.</p>	<p>Qualitativo e interpretativo</p>	<p>Os resultados obtidos mostram que os alunos, na sua generalidade, recorrem frequentemente e de forma natural ao reconhecimento visual de objetos geométricos, sendo muitas vezes “enganados” pela posição ou pelo aspeto desses mesmos objetos.</p>