


## Resoluções de situações-problema de comparação multiplicativa: um olhar baseado na criatividade matemática

**Luana Cerqueira de Almeida** 

UESB, Jequié – BA, Brasil

[2021m0131@uesb.edu.br](mailto:2021m0131@uesb.edu.br)

**Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana** 

UESC, Ilhéus – BA, Brasil

[eurivalda@uesc.br](mailto:eurivalda@uesc.br)

### Resolution of multiplicative comparison situations: a look based on mathematical creativity

#### Abstract

This research aims to analyze influence(s) of a teaching sequence, elaborated based on mathematical creativity, can bring to analyzes given by students in situations of multiplicative comparison with unknown relation. For that, we support the Theory of Conceptual Fields, we apply on the Multiplicative Comparison and the precepts of Mathematical Creativity. The study was developed with eight students from a public school. For the production of data worked with a teaching sequence containing nine problem situations in the Multiplicative Comparison axis, but, in this work, it analyzes how solutions given by students in two situations, in which the relationship is unknown. The results point to students who present a greater amount of correct solutions in situations where the expression is "more often" and the most used operation was subtracted, but, leads to error. In addition, this value does not respect the dimensions of mathematical creativity fluency is the dimension in which it is most shown when compared to flexibility and originality.

**Keywords:** Multiplicative Comparison; Mathematical Creativity; Teaching sequence.

#### Resumo

Este estudo tem como objetivo analisar a(s) influência(s) que uma sequência de ensino, elaborada com base na criatividade matemática, pode trazer para as resoluções dadas por estudantes em situações de comparação multiplicativa com a relação desconhecida. Para tanto, apoiamos-nos na Teoria dos Campos Conceituais, especificamente sobre a Comparação Multiplicativa e nos preceitos da Criatividade Matemática. O estudo foi desenvolvido com oito estudantes de uma escola pública. Para a produção de dados trabalhamos com uma sequência de ensino contendo nove situações-problema do eixo Comparação Multiplicativa, mas, neste trabalho, analisamos as soluções dadas pelos estudantes em duas dessas situações, em que a relação é desconhecida. Os resultados apontam que os estudantes apresentam maior quantidade de soluções corretas nas situações cuja expressão é "vezes mais" e a operação mais utilizada foi a subtração, porém essa leva, em sua maioria, ao erro. Além disso, no que diz respeito as dimensões da criatividade matemática, a fluência é a dimensão em que mais se destaca quando comparada com a flexibilidade e originalidade.

**Palavras-chave:** Comparação Multiplicativa; Criatividade Matemática; Sequência de ensino.

Submetido em: 05 de fevereiro de 2022 - Aceito em: 06 de abril de 2022

## INTRODUÇÃO

---

É importante que os estudantes possam lidar com diferentes formas de solucionar uma situação-problema. Uma possibilidade para fomentar essas diferentes formas de resolução, é que as situações-problema sejam elaboradas de maneira que o estudante possa apresentar diferentes maneiras de resolução e, estar com linguagem acessível para que os estudantes tenham condições de desenvolver diferentes raciocínios. Um caminho que apresenta essas possibilidades é a criatividade matemática que busca maneiras de motivar processos de resolução de situações-problema nos quais o estudante possa expressar vários esquemas de resolução para encontrar suas respostas.

Segundo Vale e Pimentel [1, pp. 350], “a criatividade desempenha um papel importante neste contexto, sendo uma característica dinâmica que os alunos devem desenvolver; para isso, os professores devem proporcionar-lhes oportunidades de aprendizagem adequadas”. Nesse sentido, precisamos dar condições aos estudantes para desenvolverem sua criatividade matemática [2].

A partir disso, este artigo terá como objetivo analisar a(s) influência(s) que uma sequência de ensino, elaborada com base na criatividade matemática, pode trazer para as resoluções dadas por estudantes em situações de comparação multiplicativa com a relação desconhecida.

Nos aportamos na Teoria dos Campos Conceituais para classificar as situações-problemas, aqui estudadas e compreender as relações que as estruturam. E, na criatividade matemática para analisar as resoluções feitas pelos estudantes participantes da pesquisa.

## 1 A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

---

Um importante aspecto de mudança que precisa ser feita para ajudar os estudantes a sobreviverem no século XXI envolve a capacidade de pensar criativamente para resolver problemas [3]. Dessa forma, não cabe mais solicitar aos estudantes soluções engessadas que fazem uso de apenas um método de resolução, mas possibilitá-los a exploração dessas situações.

Sendo necessário aos educadores matemáticos ver a criatividade não como domínio de alguns indivíduos excepcionais, mas sim como uma orientação ou disposição para a atividade matemática que pode ser promovida em termos gerais, a população escolar em geral [4].

A criatividade matemática é considerada,

[...] como a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns [5, pp. 37].

Essa definição, a nosso ver, está diretamente ligada às dimensões da criatividade matemática. Sendo a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas ligada a *fluência*, quando focalizam aspectos distintos ligada a *flexibilidade* (formas diferenciadas) e

as formas incomuns à *originalidade*. Mas, para que seja possível aos estudantes apresentarem essas soluções, as situações-problema precisam ser elaboradas de forma que os convide a interagir com ela, buscando resolvê-las e apresentar novas soluções. Segundo Silver [4] a criatividade não está na situação-problema em si, mas na interação do sujeito com essa, buscando resolvê-la.

A criatividade apresentada pelos estudantes por meio de suas resoluções pode ser identificada a partir de suas dimensões: *fluência*, *flexibilidade* e *originalidade* [6].

A *fluência* segundo Vale [6, pp. 10] “é a capacidade de produzir um grande número de resoluções para a mesma tarefa”. Ao explorar uma situação-problema o estudante pode apresentar uma variedade de resoluções. Para Silver [4], ela pode ser medida a partir da quantidade de formas corretas que o estudante resolve a situação-problema.

Quando o estudante apresenta diferentes raciocínios nessas resoluções ele estará sendo flexível, pois a *flexibilidade* “é a capacidade para pensar de modos diferentes, para produzir uma variedade de ideias diferentes sobre o mesmo problema [...]” [6, pp. 10].

Ao analisarmos as resoluções feitas pelo grupo de todos os estudantes que resolveram a situação-problema, aquelas que aparecerem com menor frequência ou que apresentam um raciocínio não esperado para aquele grupo, será a original. Segundo Silver [4] a *originalidade* é a capacidade de um estudante pensar de forma diferente dos demais, pensar de forma não usual.

Conway [3] apresenta um método composto de quatro fases para a avaliação da *fluência*, *flexibilidade* e *originalidade*, são eles: organização das possíveis soluções da situação-problema por categorias; resolução das situações-problema pelos alunos; identificação das categorias em que se enquadram as respostas; e, pontuação dos estudantes para cada dimensão.

## 2 COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

---

Neste estudo apresentamos aos estudantes situações-problema da categoria comparação multiplicativa, propondo a sua resolução, para analisá-las conforme as dimensões da criatividade matemática. Dessa forma, aportamo-nos na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud para conceituar a comparação multiplicativa e nos princípios da Criatividade Matemática para analisar as soluções apresentadas pelos estudantes.

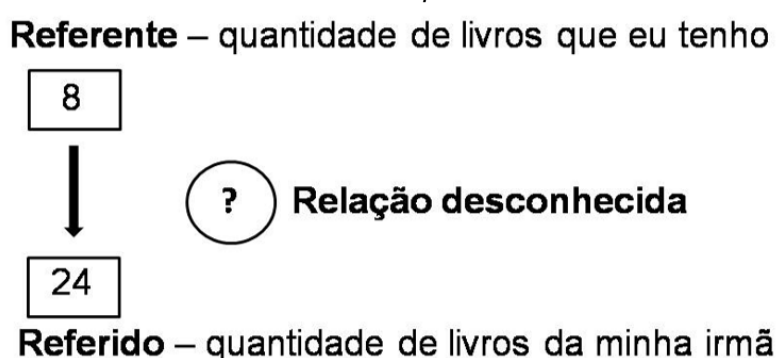
Para Vergnaud [7], a compreensão de um conceito acontece por meio de uma variedade de situações e elas, por sua vez, constituem-se com mais de um conceito. Sendo assim, se faz necessário falar em Campo Conceitual. Um Campo Conceitual “é um conjunto de problemas e situações para o tratamento necessário de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas estritamente interligados” [8, pp. 127, tradução nossa].

A comparação multiplicativa, foco desse estudo, faz parte do campo conceitual multiplicativo que discute situações-problema que requerem para sua resolução o uso da operação de

multiplicação, divisão ou a combinação de ambas.

Segundo Santos [9], as situações-problema de comparação multiplicativa envolvem a noção de comparação entre duas quantidades de mesma natureza e exige que pensemos a situação-problema em termos de uma relação ternária. Especificamente, discutiremos aqui situações-problema cuja relação é desconhecida. A relação tem a função de transformar uma medida. Essas medidas são denominadas de referente e referido. O referente é a medida tomada como referência no momento da transformação e o referido é a medida que se obtém após a transformação feita pela relação estabelecida entre referente e referido. O exemplo 1 ilustra uma situação-problema cuja medida da relação é desconhecida.

*Exemplo 1: Tenho oito livros e minha irmã tem 24 livros. Minha irmã tem quantas vezes mais livros que eu?*



Nesse exemplo, temos a medida da relação desconhecida (quantas vezes mais), temos o referente (tenho oito livros) e o referido (minha irmã tem 24 livros).

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa, pois buscamos descrever, interpretar e analisar as resoluções apresentadas pelos estudantes. O método descritivo objetiva fazer “[...] a descrição das características de determinada população ou fenômeno”[10, pp. 42]. E, o método interpretativo requer “habilidades de observação, comparação, contraste e reflexões que todo humano possui”[11, pp. 157]. Assim, fazemos uso da interpretação que privilegie observação e reflexão, de maneira sistemática e discutida.

As resoluções foram coletadas no ambiente de sala de aula, por meio de dois instrumentos diagnósticos, o inicial e o final, e do desenvolvimento da sequência de ensino durante a intervenção de ensino. Para a coleta de dados no momento da sequência de ensino, nos baseamos na escrita dos estudantes e no diário de campo utilizado pela pesquisadora. Os momentos de desenvolvimento da sequência de ensino e da resolução das atividades, foram acompanhados e gravados com o objetivo de identificar os raciocínios dos estudantes registrados em suas expressões orais. Todas as atividades da pesquisa foram desenvolvidas em sala de aula pela pesquisadora e a professora da turma acompanhou de maneira presencial todo o processo.

As aulas em que a sequência de ensino foi desenvolvida foram disponibilizada por critérios da professora da turma.

O projeto foi aprovado pelo CEP (Conselho de Ética em Pesquisa) sob parecer nº 1.556.116. Oito estudantes, do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, participaram de todas as ações da pesquisa. Para manter o anonimato dos sujeitos de pesquisa, na análise dos dados, os nomes usados para nos referir aos estudantes são fictícios. Trabalhamos com um instrumento diagnóstico (inicial e final) contendo dez situações-problema, em duas a relação era o elemento desconhecido. As situações-problema do instrumento diagnóstico inicial e final continham o mesmo grau de dificuldade e mesmos valores numéricos, mudamos o contexto buscando evitar que os estudantes identificassem que o instrumento era o mesmo (Quadro 1). Elaboramos, também, a sequência de ensino contendo nove situações-problema de comparação multiplicativa, dentre essas, em uma era solicitado que o estudante realizasse a formulação do enunciado, ou seja, ele elaboraria uma situação de comparação multiplicativa. Os instrumentos diagnósticos inicial e final foram, respectivamente, respondidos pelos estudantes antes e após o desenvolvimento da sequência de ensino. E, as situações da sequência foram trabalhadas durante quatro encontros de 1 hora e 40 minutos cada. Nos encontros, as situações foram apresentadas na seguinte ordem: (1) referido desconhecido; (2) referente desconhecido e (3) relação desconhecida. Nesse estudo versamos sobre as situações cuja relação é desconhecida (Quadro 1).

Os instrumentos diagnósticos, inicial e final, foram apresentados aos estudantes de maneira coletiva, mas cada estudante respondeu de maneira individual. A sequência foi desenvolvida com os estudantes divididos em duplas, com a seguinte dinâmica: (1) todos foram convidados a resolverem as situações-problema com o máximo de resoluções possíveis; (2) durante esse processo a pesquisadora observava as duplas e fazia alguns questionamentos de forma que, os incentivassem a pensar em mais de uma maneira de resolver; (3) os estudantes apresentavam na lousa as resoluções realizadas; (4) a pesquisadora mediava, buscando identificar se os demais estudantes concordavam com as resoluções apresentadas e, (5) a pesquisadora em discussão com os estudantes sistematizava as resoluções.

Para analisar os dados buscamos identificar as resoluções dadas pelos estudantes às situações nos instrumentos diagnósticos e na sequência de ensino. Para tanto, determinamos categorias para cada situação-problema da sequência de forma que nos dessem condições de mensurar as dimensões da criatividade matemática. Essas categorias foram construídas, a priori, pela pesquisadora e complementadas a partir das resoluções dos estudantes. Elas serão apresentadas no decorrer da análise, juntamente com as resoluções, buscando exemplificar os esquemas usados pelos estudantes.

No Quadro 1 apresentamos as situações-problema dos instrumentos diagnósticos que serão analisadas nesse artigo.

**Quadro 1:** Objeto do conhecimento e habilidades para o 8º ano do Ensino

Situação-problema Diagnóstico Inicial	Relação entre as medidas
S1 - Em sua caminhada diária Laura dá quatro voltas na quadra e Beto dá oito voltas. Laura dá quantas vezes menos voltas que Beto?	Vezes menos
S2 - Comprei um sapato por R\$ 84,00 e uma sandália por R\$ 14,00. Quantas vezes o sapato foi mais caro que a sandália?	Vezes mais
Situação-problema Diagnóstico Final	Relação entre as medidas
S1 - Em sua caminhada diária Rita dá quatro voltas na quadra e Val dá oito voltas. Rita dá quantas vezes menos voltas que Val?	Vezes menos
S2 - Comprei uma calça por R\$ 84,00 e uma camiseta por R\$ 14,00. Quantas vezes a calça foi mais cara que a camiseta?	Vezes mais

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Na S1 do Diagnóstico Inicial temos o referente (quantidade de voltas de Beto), o referido (quantidade de voltas de Laura) e queremos encontrar a relação (quantas vezes menos). Para sua resolução, a operação requerida é a divisão. Esperávamos como resposta: Laura dá duas vezes menos voltas que Beto.

Na S2 do Diagnóstico Inicial temos o referente (o valor da sandália), o referido (o valor do sapato) e precisamos encontrar a relação (quantas vezes mais). Para sua resolução, a operação requerida, a divisão, é inversa à indicada no enunciado. Dessa forma, acreditamos que essa situação apresente um grau de dificuldade maior. Esperávamos que os estudantes apresentassem como resposta: o sapato foi seis vezes mais caro que a sandália.

O Quadro 2 apresenta as situações-problema da sequência de ensino com a relação desconhecida.

**Quadro 2:** Situações-problema da sequência de ensino solicitando a medida da relação desconhecida

Situação-problema
Situação 1: Claudia e Gilda compraram terrenos de uma construtora. A área do terreno de Claudia mede 36m <sup>2</sup> . O terreno de Gilda tem 12m de largura e 9m de comprimento. Desse modo, quantas vezes menos metros quadrados tem a área do terreno de Cláudia quando comparamos com o terreno de Gilda?
Situação 2: Para fazer um buquê Mariana tem oito flores amarelas e 12 flores brancas. Ela quer que no buquê a quantidade de flores amarelas e a quantidade de flores brancas sejam múltiplas. Com quais quantidades de flores amarelas e flores brancas o buquê pode ser feito?

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Na Situação 1 temos o referente (área do terreno de Gilda) o referido (área do terreno de Cláudia) e buscamos encontrar a medida da relação (quantas vezes menos). Para a sua resolução, era esperado que o estudante fizesse uma multiplicação para encontrar a área do terreno de Gilda e, depois, uma divisão para encontrar a medida da relação.

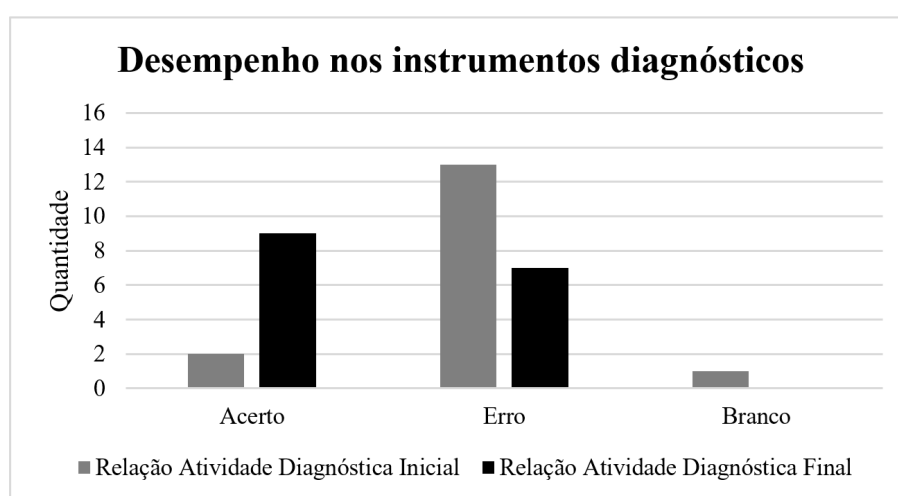
Na Situação 2 temos o referente (quantidade de flores tomadas inicialmente), o referido (quantidade de flores encontradas após a transformação) e buscamos encontrar a medida da

relação (quantidades múltiplas). Para sua resolução era esperado que os estudantes fizessem uma multiplicação ou divisão, a depender da relação escolhida pelo mesmo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com objetivo de analisar e interpretar as resoluções dadas para as duas situações cuja relação é o elemento desconhecido (medida desconhecida), dos instrumentos diagnósticos inicial e final, a seguir, apresentamos a quantidade de respostas certas, erradas e em branco, realizadas pelos estudantes. Salientamos que como eram oito estudantes e duas questões, o total de respostas esperadas para cada atividade diagnóstica era 16.

**Figura 1:** Respostas certas, erradas e em branco nos instrumentos diagnósticos



**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

Observa-se que houve um aumento de sete acertos quando se compara as respostas dadas nos instrumentos diagnósticos inicial e final. No que diz respeito ao erro, houve uma redução de seis respostas e as respostas em branco deixaram de existir, ou seja, todos os estudantes tentaram responder as situações. Isso indica que o trabalho com a sequência de ensino, elaborada com base na criatividade matemática, influenciou os estudantes na tentativa em buscar responder as situações. Mas, de que forma os estudantes resolveram essas situações?

Nas resoluções apresentadas, pelos estudantes, identificamos quatro categorias que aparecem com mais frequência, que são identificadas pelas quatro operações fundamentais, pois o uso dessas operações foi o procedimento registrado pelos estudantes. Além delas, acrescentamos duas categorias: outros e em branco. Classificamos como outros, as resoluções com desenhos e agrupamentos e, em branco, aquelas que não possuem qualquer tipo de resolução. Salientamos que as resoluções dizem respeito as estratégias utilizadas pelos estudantes ao responder a situação-problema, dessa forma houve estudante que fez uso de mais de uma estratégia, ou seja, mais de uma resolução para a mesma situação-problema. A Tabela 1 apresenta a quantidade de resoluções na atividade diagnóstica inicial (ADI) e final (ADF) por

operação.

**Tabela 1:** Quantidade de resolução na ADI e ADF por operação

	Multiplicação	Divisão	Adição	Subtração	Outros	Em branco
ADI	6	2	3	9	1	1
ADF	6	9	3	5	1	0

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A operação requerida para a resolução desse tipo de situação é a divisão. Nota-se que na ADI os estudantes fizeram mais uso da subtração e a divisão foi a operação que apareceu com menor frequência. Na ADF, a divisão passou a ser a operação mais utilizada por eles. Estudos [12], [13], mostram que as expressões presentes no enunciado da situação-problema podem interferir na escolha da operação feita pelos estudantes, expressões como “vezes menos” pode induzir o estudante a fazer uso da subtração, por exemplo, mesmo não sendo a operação requerida para a resolução.

A seguir, descrevemos e analisamos os tipos de resoluções recorrentes nas situações dos instrumentos diagnósticos. Salientamos que, nesse momento, estamos olhando para os tipos de resoluções, independentemente de estarem certas ou erradas.

Multiplicação: nessa categoria, fazem parte as resoluções em que os estudantes fizeram uso da operação de multiplicação.

A Figura 2 apresenta a resolução da estudante Ana que fez uso da multiplicação.

**Figura 2:** Exemplo do uso da operação de multiplicação

2) Comprei uma calça por R\$ 84,00 e uma camiseta por R\$ 14,00. Quantas vezes a calça foi mais cara que a camiseta?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta 6 vezes mais cara

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).



Observe na Figura 2 que a operação requerida é a divisão, visto que é dado o referente (valor da camiseta) e o referido (valor da calça) e solicita a medida da relação (quantas vezes mais), mas a estudante faz uso da multiplicação em sua resolução. Fatores como, pensar em qual número multiplicado por 14 resulta em 84 ou como nos estudos [12], [13], a expressão “vezes” presente no enunciado da situação podem ter contribuído para o uso dessa operação, mas não podemos afirmar essa interferência, visto que não entrevistamos a estudante. Contudo, o raciocínio e esquema utilizado por Ana conduz ao acerto. Das 12 resoluções que fizeram uso dessa operação cinco levou ao acerto e sete ao erro, sendo que desses, seis foram na ADI (Tabela 1). Das resoluções feitas pelos estudantes que levaram ao erro aconteceram as seguintes situações: os estudantes erraram ao efetuar a multiplicação; fizeram a multiplicação corretamente, mas erraram ao responder a situação; ou, multiplicaram os valores presentes no enunciado.

Divisão: nessa categoria, fazem parte as resoluções em que os estudantes fizeram uso da operação de divisão. A Figura 3 apresenta as resoluções das estudantes Iris e Lori que fizeram uso da divisão.

**Figura 3:** Exemplos do uso da operação de divisão

10) Em sua caminhada diária Rita dá quatro voltas na quadra e Val dá oito voltas. Rita dá quantas vezes menos voltas que Val?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 48 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Resposta Rita 2 vezes menos voltas

10) Em sua caminhada diária Rita dá quatro voltas na quadra e Val dá oito voltas. Rita dá quantas vezes menos voltas que Val?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 84 \\ 21 \\ \hline 04 \end{array}$$

Resposta 4 Voltas menos que Val

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A resolução da esquerda, apresentada pela estudante Iris, levou-a ao acerto. Porém, a estudante trocou o divisor pelo dividendo. Na resolução da direita, a estudante Lori, também, realiza uma divisão, mas essa escreve o quociente no lugar do dividendo, levando assim a uma

compreensão errônea da situação, não levando em consideração e expressão vezes e, apresenta como resposta “4 voltas menos que Val”.

A operação requerida para a resolução dessa situação é a divisão. Tínhamos duas situações-problema em cada atividade diagnóstica cuja relação era o elemento desconhecido, ou seja, quatro no total, como nossos sujeitos de pesquisa eram oito estudantes era esperado 32 soluções possíveis, que fizesse uso dessa operação, visto que ela era a operação requerida nessas questões. Das 32 soluções possíveis, em 11 os estudantes fizeram uso dela, sendo duas na ADI e nove na ADF. Isso nos indica que os estudantes passaram a fazer maior uso dessa operação após a intervenção de ensino. As resoluções apresentadas na ADI levaram ao erro e das nove resoluções da ADF seis levaram ao acerto. Isso indica que além de passar a fazer maior uso da operação requerida para a resolução, elas também levaram, em sua maioria, ao acerto.

Adição: nessa categoria, foram classificadas as resoluções em que os estudantes fizeram uso da operação de adição.

A Figura 4 apresenta a resolução do estudante Ruy que fez uso da adição.

**Figura 4:** Exemplo do uso da operação de adição

2) Comprei uma calça por R\$ 84,00 e uma camiseta por R\$ 14,00. Quantas vezes a calça foi mais cara que a camiseta?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 2 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ \hline 84 \end{array}$$

Resposta: Foi mais cara 6 vezes

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A resolução apresentada pelo estudante Ruy levou ao acerto, pois fez uma adição de

parcelas repetidas, ou seja, adicionou o 14 seis vezes. A operação de adição foi utilizada em seis resoluções, sendo três na ADI e três na ADF. Além disso, o uso dessa operação aconteceu apenas nas situações em que aparecia a expressão “vezes mais”. Como na pesquisa de Magina, Santos e Merline [13] a presença desse termo no enunciado pode ter determinado o uso dessa operação. Cinco das resoluções que fizeram uso dessa operação levaram ao acerto.

Subtração: nessa categoria, foram classificadas as resoluções em que os estudantes fizeram uso da operação de subtração.

A Figura 5 apresenta a resolução da estudante Ana que fez uso da subtração.

**Figura 5:** Exemplo do uso da operação de subtração

2) Em sua caminhada diária Laura dá quatro voltas na quadra e Beto dá oito voltas. Laura dá quantas vezes menos voltas que Beto?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

Resposta 4 voltas

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A subtração foi a operação usada com maior frequência, aparecendo 14 vezes nas resoluções, sendo nove na ADI e cinco na ADF, 12 dessas levaram ao erro. Os estudantes realizaram a subtração com os números do enunciado, como é possível observar na resolução realizada pela estudante Ana, na situação 2. Acreditamos que a presença da expressão “vezes menos” no enunciado pode ter levado o estudante a escolha da operação de subtração. Contudo, são apenas inferências.

Outros: nessa categoria, fazem parte as resoluções em que os estudantes fizeram uso de desenho.

**Figura 6:** Exemplo de desenho, feito por Igor

2) Em sua caminhada diária Laura dá quatro voltas na quadra e Beto dá oito voltas. Laura dá quantas vezes menos voltas que Beto?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

4  
x 8  
—  
32

Resposta Laura dá 32 voltas

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

Além da multiplicação o estudante Igor faz uso de desenho. Observe que ele desenhou 32 bolinhas organizadas em quatro colunas e oito linhas, a cada oito bolinhas podemos considerar uma volta de Beto e, sendo essa contagem repetida por quatro vezes. Contudo, esse raciocínio conduz a quatro ocorrências com oito repetições cada, o que dá um total de 32 ocorrências. Inferimos que esse tenha sido o raciocínio de Igor, o que o conduziu ao erro. Esse tipo de resolução, foi feita por dois estudantes, um levou ao erro e o outro ao acerto (Tabela 1).

Em branco: nessa categoria, fazem parte as resoluções que não foram feitos registros de nenhum tipo. Apenas um estudante fez uso dessa categoria, essa se deu na ADI.

Inicialmente fizemos a análise das resoluções utilizadas pelos estudantes nas atividades diagnósticas. Em seguida, por meio das dimensões da criatividade matemática, analisamos as resoluções apresentadas pelos estudantes, nas situações da sequência de ensino. No decorrer da análise, apresentamos suas resoluções, buscando exemplificar os esquemas usados por eles e a maneira com que realizamos a categorização.

Ressaltamos que, para mensurar a flexibilidade, é necessário elencar categorias [3]. Dessa forma, apresentamos, após cada situação-problema, as categorias para a análise da flexibilidade. Essas categorias foram elencadas a priori, e complementadas a partir das resoluções apresentadas pelos estudantes durante o trabalho com a sequência de ensino.

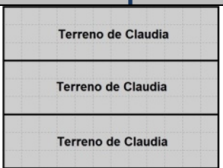

**Figura 7:** Relação com a expressão vezes menos

*Situação 1: Cláudia e Gilda compraram terrenos de uma construtora. A área do terreno de Cláudia mede  $36\text{m}^2$ . O terreno de Gilda tem  $12\text{m}$  de largura e  $9\text{m}$  de comprimento. Desse modo, quantas vezes menos metros quadrados tem a área do terreno de Cláudia quando comparamos com o terreno de Gilda?*

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

Essa situação tem como elemento desconhecido a medida da relação (vezes menos). Para a sua solução, era esperado que o estudante fizesse uma multiplicação para encontrar a área do terreno de Gilda e, depois, uma divisão para encontrar a relação. O Quadro 3 apresenta as categorias relacionadas à flexibilidade da Situação 1.

**Quadro 3:** Categorias de análise relacionadas à flexibilidade para a Situação 1

Categoria relacionada a flexibilidade	Exemplo
(1) desenho de figuras com a mesma dimensão	
(2) desenho de figuras com dimensões diferentes	
(3) uso da operação de multiplicação e divisão	$12\text{ m} \times 9\text{ m} = 108\text{ m}^2$ e $108\text{ m}^2 \div 36\text{ m}^2 = 3$

**Fonte:** Elaborado pelas autoras (2016).

Todas as duplas elaboraram resoluções corretas a essa situação, porém a dupla Alex e Ruy e a dupla Igor e Toni apresentaram apenas uma resolução. Na Tabela 2 constam as categorizações das resoluções em relação a criatividade matemática de todas as duplas.

**Tabela 2:** Categorização das resoluções em relação a criatividade matemática da Situação 1

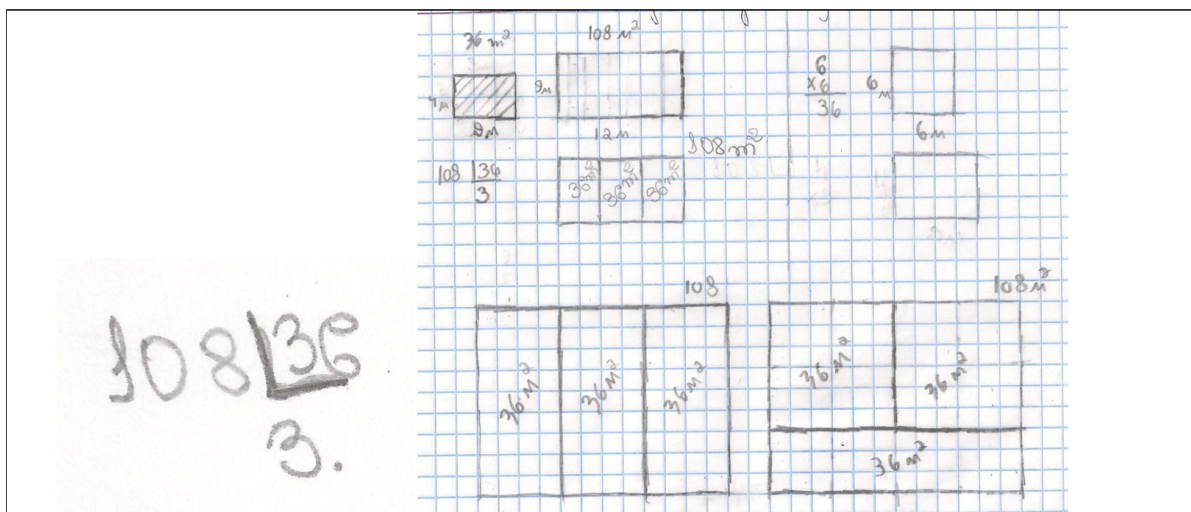
	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
<b>Dupla Alex e Ruy</b>	-	-	-
<b>Dupla Enzo e Iris</b>	3	3	2
<b>Dupla Igor e Toni</b>	-	-	-
<b>Dupla Lori e Ana</b>	2	2	1

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

As duplas fizeram até três resoluções nessa situação. Em termos das dimensões da criatividade matemática não temos como mensurar as resoluções das duplas Alex e Ruy e, Igor e

Toni, visto que elas apresentaram apenas uma resolução. As demais duplas apresentaram de duas a três resoluções. As resoluções da dupla Enzo e Iris estão descritas na Figura 8.

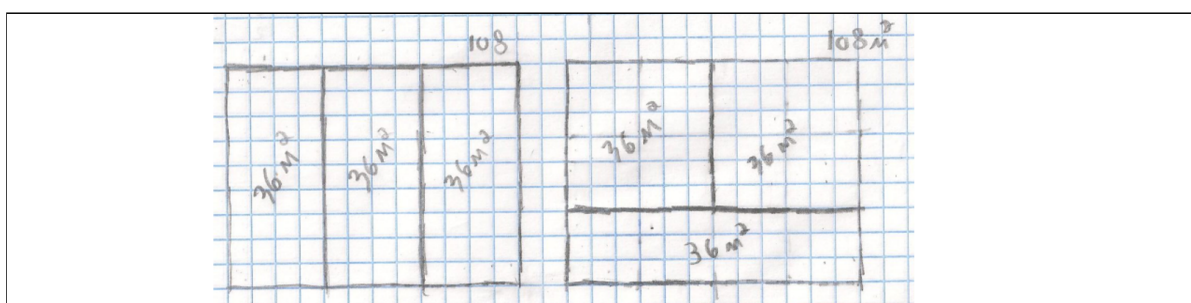
**Figura 8:** Resoluções dadas à situação 1 pela dupla Enzo e Iris



**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A dupla Enzo e Iris apresentou resoluções corretas à situação-problema. Em nível das dimensões da criatividade matemática, a dupla apresentou três resoluções fluentes fazendo uso de diferentes representações e, em termos de flexibilidade, essas três resoluções pertenciam a categorias diferentes, a saber, uso da operação de multiplicação e divisão; desenho de figuras com mesma dimensão e desenho de figuras com dimensões diferentes. A Figura 9 contém as resoluções que classificamos como originais realizadas por essa dupla.

**Figura 9:** Resolução original da dupla Enzo e Iris



**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

A resolução da esquerda foi realizada por apenas duas duplas e, a da direita, apenas a dupla Enzo e Iris realizou e, dessa forma, a dupla apresentou duas resoluções originais.

Inicialmente, a dupla Enzo e Iris demonstrou dificuldade em identificar a relação. Observe:

*Pesquisadora:* aqui é a área do terreno de quem [aponta para a figura que representa 36 m<sup>2</sup>]?  
*Estudante Enzo:* de Cláudia.

*Pesquisadora: e aqui [aponta para a figura que representa 108 m<sup>2</sup>]?*

*Estudante Enzo: de Gilda.*

*Pesquisadora: o quê fazemos agora?*

*Estudante Enzo: subtrai.*

*Pesquisadora: é subtrair?*

*Estudante Iris: subtrair.*

*Pesquisadora: subtrair o quê?*

*Estudante Enzo: o 108 menos 36.*

*Pesquisadora: lê a situação novamente.*

*Estudante Enzo: é vezes.*

*Estudante Iris: é dividir. A gente divide o 108 por 36. A gente vai saber quantas vezes o 36 cabe no 108.*

(Diálogo entre pesquisadora e estudantes, 2016)

Observa-se que os estudantes Enzo e Iris, inicialmente, pretendiam realizar a subtração da área do terreno de Cláudia pela área do terreno de Gilda. Após realizar mais uma leitura da situação, Enzo achou que seria necessário fazer uma multiplicação. Acreditamos que a escolha por essas resoluções pode ser devido à expressão “vezes menos”, presente no enunciado da situação. Ao identificar que seria necessário dividir, Iris explica, demonstrando ter compreendido a situação, pois afirma que “vai saber quantas vezes o 36 cabe no 108”.

Para a resolução dessa situação, foi necessário, primeiro, encontrar a medida da área do terreno de Gilda para, depois, identificar a relação existente entre as duas áreas. Os estudantes apresentaram dificuldade em calcular a área do terreno, a maioria estava calculando o perímetro, sendo necessária uma intervenção da pesquisadora para discutir o cálculo de área. Assim, acreditamos que a dificuldade com o cálculo de área pode ter limitado as suas resoluções. Descrevemos, a seguir, a situação 2.

#### Figura 10: Situação 2

*Situação 2: Para fazer um buquê Mariana tem oito flores amarelas e 12 flores brancas. Ela quer que no buquê a quantidade de flores amarelas e a quantidade de flores brancas sejam múltiplas. Com quais quantidades de flores amarelas e flores brancas o buquê pode ser feito?*

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Na Situação 2, assim como a anterior, cuja medida da relação é o elemento desconhecido, é requerido para sua solução, o uso da operação de multiplicação. Essa situação possibilita uma variedade de resoluções visto que há várias possibilidades de montar o buquê. No Quadro 4, elencamos as categorias de análise para a flexibilidade das resoluções dessa situação.

**Quadro 4:** Categorias de flexibilidade para a Situação 2

Categoria	Exemplo	
(1) uso da quantidade de flores amarelas como múltipla da quantidade de flores brancas	Branca	Amarela
	1	3
	2	6
	3	6
	4	8
	4	12
	5	10
(2) uso da quantidade de flores brancas como múltipla da quantidade de flores amarelas	Amarela	Branca
	1	7
	2	6
	3	9
	4	8
	5	10
	3	12
(3) uso da operação de multiplicação	2 flores brancas x 3 =6 flores amarelas	

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Todas as duplas conseguiram responder e apresentar algumas resoluções a essa situação. A Tabela 3 contém as dimensões da criatividade matemática das resoluções da turma a essa situação.

**Tabela 3:** Categorização das resoluções em relação a criatividade matemática da Situação 2

	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
<b>Dupla Alex e Ruy</b>	4	1	0
<b>Dupla Enzo e Iris</b>	21	2	1
<b>Dupla Igor e Toni</b>	4	2	1
<b>Dupla Lori e Ana</b>	5	2	1

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

Em termos de fluência a turma apresentou de quatro a 21 resoluções a essa situação, das quais três elaboraram duas resoluções flexíveis e uma original. A dupla Enzo e Iris demonstrou ter identificado maiores possibilidades de múltiplos, quando comparadas às resoluções das demais duplas.

A seguir, na Figura 11, encontram-se as resoluções da dupla Enzo e Iris, para que possamos discutir suas resoluções.



**Figura 11:** Resoluções da dupla Enzo e Iris

	Amarelo	X	Branco
1º Buquê	3	X	9
2º Buquê	2	X	4
3º Buquê	4	X	8
4º Buquê	6	X	12
5º Buquê	5	X	10
6º Buquê	3	X	8
7º Buquê	2	X	18
8º Buquê	2	X	6
9º Buquê	2	X	10
10º Buquê	4	X	12
11º Buquê	3	X	12

º Buquê	Branco	:	Amarelo	Resultado
1	12	:	3	4
2	10	:	5	2
3	9	:	3	3
4	12	:	4	3
5	12	:	2	6
6	6	:	3	2
7	8	:	8	1
8	12	:	6	2
9	4	:	2	2
10	6	:	2	3

**Fonte:** Dados da pesquisa (2016).

Nota-se que a dupla Enzo e Iris apresentou suas resoluções por meio de um quadro. No primeiro, a da esquerda, listou a quantidade de flores amarelas e brancas que usou para cada buquê, fazendo uso do x provavelmente para indicar que uma quantidade era múltipla da outra e, no quadro da direita, as quantidades de flores brancas e amarelas, fazendo uso do sinal de divisão e acrescentou uma coluna chamada resultado. Esse resultado pode estar representando o múltiplo.

Em nível das dimensões da criatividade matemática, a dupla Enzo e Iris apresentou 21 resoluções fluentes; resoluções flexíveis pertencentes a duas categorias: uso da quantidade de flores amarelas como múltipla da quantidade de flores brancas e uso da quantidade de flores brancas como múltipla da quantidade de flores amarelas. Em termos de originalidade, apenas duas duplas relacionaram flores brancas como múltiplas da quantidade de flores amarelas e, assim, a dupla Enzo e Iris conseguiu uma resolução original no contexto dessa turma.

Todos os estudantes demonstraram ter dificuldade para entender o que são quantidades múltiplas. Portanto, a pesquisadora precisou fazer uma intervenção sobre esse conceito apresentando na lousa números e exemplificando alguns de seus múltiplos.

Para a resolução da Situação 1 era necessário usar a operação de divisão e para a Situação 2 da multiplicação. Nota-se que as duplas apresentaram mais resoluções à Situação 2 e, um fator que pode ter contribuído para a pouca variedade de resoluções na Situação 1 foi a dificuldade relacionada ao cálculo de área.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Foi possível observar que, no que se refere as atividades diagnósticas, os estudantes apresentaram maior quantidade de resoluções corretas às situações que fazem uso da expressão vezes mais, em ambas (inicial e final). E, no que tange a sequência de ensino, das dimensões da criatividade matemática, a fluência foi a dimensão com mais destaque nas resoluções dos estudantes, indicando que os estudantes exploraram as situações produzindo até 21 resoluções diferentes para uma mesma situação, fator que indica a fluência. A flexibilidade aconteceu com uma ocorrência bem menor, dois, pois os estudantes não registraram, em suas resoluções, uma variedade de ideias, o que caracteriza a flexibilidade [6]. O mesmo pode ser observado em relação a originalidade quando se analisa a ocorrência de menor frequência de raciocínios não esperados para grupo, o que se classifica como originalidade [4].

Ao compararmos o desempenho dos estudantes antes e após o desenvolvimento da sequência de ensino, baseada nos preceitos da criatividade matemática, é possível observar um crescimento significativo na quantidade de respostas corretas e a ausência de respostas em branco. O que pode indicar aumento no domínio do conceito matemático da comparação multiplicativa, quando a relação é desconhecida.

Nas resoluções da atividade diagnóstica final os estudantes passam a utilizar mais a operação de divisão e reduz o uso da operação de subtração. Esse resultado traz indícios que o estudante passa a compreender mais as situações de comparação multiplicativa com a relação desconhecida, após o desenvolvimento da sequência de ensino.

O desenvolvimento da sequência de ensino foi pautado nos preceitos da criatividade matemática e a pesquisadora motivava os estudantes a responderem as questões com fluência e flexibilidade. Essa postura não foi assumida no momento que os estudantes responderam as atividades diagnósticas, mas mesmo sem assumir essa postura, na atividade diagnóstica final, os estudantes passaram a resolver as situações de forma correta e escolher mais adequadamente a operação matemática para a resolução. Acreditamos que essas resoluções dos estudantes possam ter sido influenciadas pelo desenvolvimento da sequência de ensino em sala de aula.

Esses resultados indicam que se for adotado na prática de ensino do professor o trabalho com a criatividade matemática, o estudante poderá melhorar seu desempenho e sua compreensão com conceitos matemáticos. Além disso, com essa perspectiva o estudante tem a possibilidade de trabalhar as diferentes resoluções para uma situação-problema, o que enfatiza para a sua formação cidadã a condição de buscar resoluções diferentes para problemas que lhes são postos.

## REFERÊNCIAS

- [1] I. Vale and T. Pimentel, “Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática”, *Investigação em Educação Matemática*, Porto Alegre, SPIEM, pp. 347-360, 2012.
- [2] M. G. Fonseca, J. C. S. de Souza, C. B. F. Mourão and P. H. S. Wanderley, “Pense e ação: quando a representação ilustrativa contribui para a formação/revisão conceitual de elementos da matemática básica”, *BoEM*, Joinville, vol. 6, no. 10, pp. 225-236, ago 2018. <https://doi.org/10.5965/2357724x06102018225>
- [3] K. Conway, “Assessing open-ended problems”. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(8), pp. 510-514, 1999. <https://doi.org/10.5951/MTMS.4.8.0510>
- [4] E. Silver, “Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing”, *ZDM*, 3, pp. 75-80, 1997.
- [5] C. Gontijo, “Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática em alunos do ensino médio”, *Tese de doutoramento*, Universidade de Brasília: Brasília, 2007.
- [6] I. Vale. “A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas”, *Educação e Matemática*, no. 135, pp. 9-15, nov/dez, 2015.
- [7] G. Vergnaud, “A Teoria dos Campos Conceituais”. In *Didática das matemáticas*, J. Brun, Tradução por Maria José Figueiredo, Lisboa: Instituto Piaget, pp. 155-191, 1996.
- [8] G. Vergnaud, “Multiplicative structures”. In: *Acquisition of mathematics concepts and operations processes*, R. Lesh and M. Landau (eds.), New York: Academic, pp. 127-174, 1983.
- [9] A. dos Santos, “Formação de Professores e as Estruturas Multiplicativas: Reflexões teóricas e práticas/Aparecido dos Santos”, 1st ed., Curitiba: *Appris*, 2015.
- [10] A. C. Gil, “Como elaborar projeto de pesquisa”. 4th ed., São Paulo: *Atlas*, 2002.
- [11] F. D. Erickson, “Qualitative methods in research on teaching”. In *Handbook of research on teaching*, M. C. Wittrock (Ed.), 3rd ed., New York, NY: MacMilla, pp. 119–161, 1986.
- [12] E. F. Pereira, “Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da Estrutura Multiplicativa”, *Dissertação de Mestrado* defendida junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UESC, 2015.
- [13] S. M. P. Magina, A. dos Santos and E V. L. Merlini, “Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos alunos”. *Anais do XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011.

## BREVE BIOGRAFIA



**Luana Cerqueira de Almeida**  <https://orcid.org/0000-0001-6858-627X>

Doutoranda do programa de Pós-graduação em Educação Científica e Formação de Professores pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). É membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências - GPEMEC. Atua na área de formação de professores.



**Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana**  <https://orcid.org/0000-0001-6156-1205>

Professora Plena da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil. Pós-doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa, Portugal. Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.