DOI: 10.22481/intermaths.v3i1.10987
Licença Creative Commons
Artigo

INTERMATHS
ISSN 2675-8318
Vol. 3, N. 1, Jan - Jun 2022, pp. 183 – 209

Processos de pensamentos ativados na resolução de tarefas matemáticas Standards e Não Standards

Aparecido Alves das Flôres

Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEn) - UESB/Vitória da Conquista, BA, Brasil

aparecido.matematica@gmail.com

Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - UESB/Vitória da Conquista, BA, Brasil

professorataniagusmao@gmail.com

Thoughts processes activated in the solve of *Standard* and *Non-standard* Mathematics Tasks

Abstract

For the study that we bring up, we have raised the following research question: Which thought processes are activated by students while solving *standard* and *non-standard* mathematical tasks? In order to answer this question, we have analyzed secondary school students' answers to two tests consisting in *standard* and *non-standard* tasks. The research assembles data of students enrolled in the Building Technician course offered by the Professional Education Territorial Center (CETEP), situated in the backland of Bahia, Brazil. Within a qualitative, descriptive approach, we analyzed the data according to cognitive and metacognitive references about students' behavior while solving mathematical problems. We organized the protocols of answers to the tests in categories of activated thought processes, namely: *poor*, *rich*, *very rich*, *confuse* and *blank*. Upon the conclusion of our analysis, we noticed that most students present poor thought processes for both types of tasks, using a few cognitive and metacognitive strategies. We have deduced that students are more accustomed to solving *standard* tasks than *non-standard* ones, since they showed some thought rigidity while solving questions that were out of their school routine.

Keywords: *Standard* mathematical tasks; *Non-standard* mathematical tasks; Cognitive Processes.

Resumo

Para o estudo que trazemos à baila, levantamos a seguinte questão de pesquisa: que processos de pensamento são ativados por estudantes enquanto realizam tarefas matemáticas *standards* e *não standards*? Para respondermos a essa questão, analisamos as respostas de estudantes do ensino médio a dois testes, constituídos por tarefas *standards* e *não standards*. A pesquisa reúne dados de estudantes do curso Técnico em Edificações, oferecido no Centro Territorial de Educação Profissional (CETEP), localizado no interior da Bahia, Brasil. Dentro de uma abordagem qualitativa, do tipo descritiva, analisamos os dados à luz de referenciais cognitivos e metacognitivos sobre a conduta de estudantes ao resolverem problemas de matemática. Organizamos os protocolos de respostas aos testes em categorias de processos de pensamento ativados, a saber: *pobre*, *rico*, *muito rico*, *confuso* e *em branco*. Ao concluir a nossa análise, notamos que a maior parte dos estudantes manifesta processos de pensamento pobre para ambos os tipos de tarefas, utilizando pouco de estratégias cognitivas e também metacognitivas. Deduzimos daí que estudantes estão mais acostumados com a resolução de tarefas *standards* que de tarefas *não standards*, já que apresentaram certa rigidez no pensamento durante a resolução de questões que fugiam à rotina escolar.

Palavras-chave: Tarefas matemáticas *standards*; Tarefas matemáticas *não standards*; Processos Cognitivos.

Submetido em: 30 de abril de 2022 - **Aceito em**: 22 de junho de 2022

1 INTRODUÇÃO

Cyrino e Jesus [1] e Skovsmose [2] consideram tarefas como exercícios elaborados ou retirados de livros didáticos por professores que são resolvidos pelos estudantes mecanicamente. De outro modo, encontramos o conceito apresentado por [3] e [4], segundo os quais tarefas são um conjunto de atividades que professores pensam e planejam com o intuito de instigar os estudantes a estabelecer estratégias para a busca de uma solução, de modo a alcançar uma aprendizagem significativa.

Consideramos tarefas *standards* como problemas propostos aos estudantes que admitem normalmente uma solução única e podem ser resolvidos com menos esforço cognitivo; e tarefas *não standards* como aqueles problemas que dão margem à apresentação de múltiplas soluções, o que exige dos estudantes um esforço cognitivo mais acentuado, que envolve criatividade, subjetividade, autonomia e autoconhecimento [5, p. 187].

No estudo de conteúdos da matemática e para solucionar tarefas propostas nesse componente curricular, os estudantes ativam processos de pensamento [3], [6], [7], [8], [9], [10] e [11], os quais, durante a resolução de tarefas *standards* e *não standards*, estão ligados ao modo como os estudantes aprendem [8]

Segundo [12], esses processos de pensamento são denominados de cognitivos e metacognitivos. Os processos cognitivos são as *diretrizes cognitivas de ordem inferior*, nível em que o estudante codifica, armazena, recupera e transforma informações relacionadas à aprendizagem; já os processos metacognitivos, chamados de *processos de ordem superior*, são aqueles de autorregulação, nos quais os estudantes planejam, ativam, monitoram, avaliam e modificam os processos cognitivos [12].

É importante frisar que os dois processos de pensamento estão inter-relacionados e presentes no momento da aprendizagem, pois os estudantes apresentam destrezas cognitivas ao aprender, mas também metacognitivas, isto é, reflexões sobre como estão aprendendo [8], [10], [13] e [14].

Para avaliar esses processos – cognitivos e metacognitivos - [8] e [15] trazem critérios, que serão tomados aqui como referências na análise dos dados do nosso trabalho investigativo. Tais autores nos apresentam indicadores para avaliar processos de pensamento ativados por estudantes, os quais, em nosso estudo, foram classificados como *pobres*, *ricos* e *muito ricos*, conforme o quadro a seguir:

Quadro 1: Processos de pensamento cognitivos e metacognitivos ativados na resolução de tarefas *standards* e *não standards*

Processos pobres	
Processos ativados	Descrição dos processos
Sobrevivência escolar	Responde qualquer coisa, seja para cumprir um contrato didático ou satisfazer o professor, seja para sobreviver no contexto escolar [15, p. 161].
Econômico	Apresenta linha de raciocínio e justificativa de forma muito econômica; "respostas pouco elucidativas, às vezes monossilábica do tipo: 'sim' e 'não"' [15, p. 161].
Evasivo	"demonstram não ter interesse em se implicar no problema, apresentando respostas evasivas do tipo: 'não sei'; fogem à obrigatoriedade de um uso explícito da linguagem matemática; abstêm-se de procedimentos de cálculos; modificam a linguagem adaptando-a às informações que se quer comunicar" [15, p. 161].
Ingênuo/Raciocínio ingênuo/Experimentação ingênua	"[...] apresenta um raciocínio mais simplório (...) muitas vezes desprovida de conhecimentos teóricos e, por isso, as respostas podem ser associadas à falta de conhecimento" [15, p. 162]. Nesse tipo de raciocínio, os alunos costumam incluir os dados procurados em suas resoluções; costumam experimentar qualquer coisa, sem se sujeitar às condições do problema ou às características do contexto [8, p. 139].
Dedução mecânica	Aplica um processo usual nas aulas de matemática, exemplo: $3x - 6 = 0 \rightarrow 3x = 6$ [8].
Não domina conteúdo/Erros de cálculo	Apresenta erros de cálculos tentando manipular regras ou algoritmos ou imitar algum modelo; respostas desprovidas de conhecimentos teóricos, indicando falta de conhecimento [15, p. 162].
Ensaio e erro	"aplicam aleatoriamente qualquer tipo de transformação autorizada e percorrem o espaço do problema até que encontram o estado-fim [15, p. 68].
Ingenuidade dependente	Uma demonstração da ingenuidade dependente é quando "realizam cálculos com os números do enunciado, como se fosse necessário encaixá-los, ainda que não tenham sentido [8, p. 331].
Discute crenças válidas ou erradas baseadas no senso comum	Usa argumentos baseados em experiências de mundo e no senso comum, o que impede de perceber outros caminhos para a resolução do problema.
Única solução/Solução parcial	Apresenta uma única solução para problemas que admitem múltiplas soluções; apresenta uma solução parcial, não se sujeitando, em parte, às condições do problema e dando por certa e completa a resolução.
Planos confusos, imprecisos/ Argumentações imprecisas	Os planos ou argumentos apresentados não deixam claro uma linha de raciocínio precisa, dificultando a avaliação do processo ativado [8].
Domínio de técnica sem justificativa	Apresenta somente a resposta correta e sem cálculo; provavelmente faz uso do cálculo mental ou então apaga suas tentativas [16, p. 29].
Experimentação seletiva de uma eleição	Num conjunto de opções de respostas possíveis, experimenta/elege a resposta conforme o contexto da tarefa e dos instrumentos que estão à sua disposição [8, p. 139].
Semântica	Apresenta capacidade de interpretar símbolos, mas não confronta outras informações do problema [8, p. 337].
Descoberta de insuficiência	Indica que faltam dados no enunciado da tarefa e por conta disso não continua a resolução [8, p. 337].
Nível pouco consciente dos processos de supervisão, regulação e avaliação	Os planos e argumentos apresentam-se com pouca compreensão quando se referem ao enunciado da tarefa; não se sujeitam às condições e exigências da tarefa; não são flexíveis e não modificam as estratégias de pensamento.

Processos ricos	
Dedução inquerida	"[...] desenha a estratégia completa e, portanto, experimenta o processo que o leva a descobrir a resposta" [8, p.140].
Dedução parcial/Domínio de elementos particulares	Apresenta uma dedução parcial do raciocínio; apresenta exemplos do tipo ilustração, demonstrando domínio de elementos particulares.
Múltiplas respostas/Múltiplas representações	Percebe a abertura do problema, apresentando várias soluções ou representações para ele. Nesse processo, percebe-se a flexibilidade de pensamento.
Contraste de informações: coerência frente à relevância	Detecta contradições implícitas e explícitas existentes nas tarefas e também as redundâncias [8, p. 337].
Raciocínio hipotético concreto/ Aceitação hipotética de um termo médio	Aponta a falta de dados na tarefa e depois faz suposições, levanta hipóteses e trabalha um ou mais dados possíveis [8, p. 331].
Nível consciente e elaborado dos processos de supervisão, regulação e avaliação	Faz revisões dos planos e estratégias empregadas; modifica procedimentos empregados; aponta correlações pontuais; realiza correções pontuais [8].
Processos muito ricos	
Pensamento metafórico	"[...] é um tipo particular de raciocínio, que utiliza ideias conhecidas para criar sentidos novos para outras ideias [17, p. 198]."
Pensamento analógico	"[...] tenta seguir a mesma estratégia ao passar de uma situação simples para outra mais complexa" [8, p. 164].
Solução alternativa/Solução original	Capacidade de desenhar/propor uma alternativa diferente – não pensada pelo professor – para o problema ou uma solução original, o que pode ser uma aplicação em outros contextos, demonstrando processos de criatividade e flexibilidade de pensamento [8].
Particularização/ Generalização	Os processos de particularização se manifestam nos exemplos particulares ilustrativos da solução geral [8]; os processos de generalização são a habilidade de ver algo geral conhecido no particular e concreto ou desconhecido no isolado e particular, o que implica substituir elementos constantes por elementos variáveis e ampliar a estrutura matemática [18].
Transferência	No processo de transferência, há uma percepção da estrutura comum subjacente em duas situações-problemas para então reduzir o novo problema ao anterior [8, p. 161].
Flexibilidade	A flexibilidade é percebida pela facilidade de mudança de uma operação mental ou do método de resolução, essa mudança pode ser qualitativa [18]; pela "capacidade para pensar de modos diferentes" [19, p. 191]; e pela "capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas" [20, p. 37].
Nível consciente e bastante elaborado dos processos de supervisão, regulação e avaliação global	As ações de supervisão, regulação e avaliação são muito mais elaboradas e declaradas que nos processos anteriores. Com total consciência desses processos, o resolutor é capaz de demonstrar um domínio dos processos cognitivos e de conhecimento do conteúdo que o leva a uma reflexão mais ampla sobre a solução do problema.

Os processos de pensamento pobres são aqueles que aparecem de forma muito simples e intuitiva [15], como dedução mecânica, imitação de um modelo, falta de domínio de conteúdo ou de técnica e raciocínio ingênuo. Os processos de pensamento ricos, por sua vez, são concebidos como aqueles em que os estudantes fazem "uso correto de técnicas, processos de validação, indo além de uma simples manipulação de informações" [15, p. 150] ou fazem uso consciente dos processos de supervisão, regulação e avaliação, com "períodos de espera e novas abordagens" [8, p. 105] – aqui, destacam-se a dedução inquirida ou parcial, o domínio de elementos particulares e as múltiplas respostas. Os processos de pensamento muito ricos podem ser definidos como aqueles nos quais os estudantes apresentam em suas respostas processos de analogia, de pensamento metafórico, de particularização e de generalização, entre outros [8].

2 METODOLOGIA

Com este estudo, tivemos o propósito de responder à seguinte questão de pesquisa: que processos de pensamento são ativados por estudantes enquanto resolvem tarefas matemáticas *standards* e *não standards*?

Dentro de uma abordagem qualitativa, realizamos uma pesquisa de campo ao adentrarmos o ambiente escolar, considerando este como um espaço natural para a produção dos dados e para compreender fenômenos que aí acontecem [21]. Quanto aos objetivos, a pesquisa é descritiva, pois buscamos descrever as tipologias de respostas dadas por estudantes do ensino médio a dois testes de matemática, um com questões *standards* – o enunciado das questões conduz o estudante a uma solução única – e outro com questões *não standards* – questões não rotineiras, que fogem à rotina estabelecida pelas aulas tradicionais.

Participaram da aplicação do teste quatro turmas de alunos do Curso Técnico em Edificações do Centro Territorial de Educação Profissional (CETEP) de Vitória da Conquista, uma cidade de grande porte do interior da Bahia. Esse curso é oferecido pela Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEC) e faz parte da Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio (EPI), que abrange cursos técnicos integrados ao ensino médio, com duração de quatro anos.

Os estudantes integrantes da pesquisa, com 16 anos em média, são provenientes de diferentes municípios circunvizinhos a Vitória da Conquista e de diferentes classes sociais, econômicas e culturais. Essa diversidade apresenta formas variadas de interação e enriquece a nossa observação acerca das suas práticas na resolução de tarefas matemáticas *standards* e *não standards*.

Participaram do trabalho investigativo quatro turmas, assim distribuídas: vinte e seis (26) alunos do primeiro ano, vinte e sete (27) do segundo ano, vinte e nove (29) do terceiro ano e trinta e três (33) do quarto ano, o que totalizou 115 alunos. A escolha das turmas foi baseada na aceitação desses grupos em participar da pesquisa e na disponibilidade dos professores em ceder suas aulas para a aplicação dos testes – esses últimos também auxiliaram na organização da sala de aula, na distribuição e no recolhimento dos testes.

As turmas do 1º, 2º e 4º ano responderam aos testes em dias separados, o primeiro em um dia e o segundo em outro, pelo fato de serem disponibilizados 50 minutos de aula em dias diferentes. A turma do 3º ano respondeu aos dois testes no mesmo dia, em horário geminado de 100 minutos (duas aulas) – primeiro foi aplicado o teste *standard*, que continha 6 (seis) questões rotineiras. À medida que os alunos entregavam o primeiro teste, entregávamos o segundo *não standard*, que continha 7 (sete) questões não rotineiras.

Para a composição dos testes, consideramos questões abordadas em um estudo piloto realizado pelo primeiro autor e em estudos de [8], [22] e [23]. O tempo gasto por cada aluno durante a realização do teste foi anotado nesse próprio instrumento, no ato da entrega. Durante a aplicação não houve nenhum episódio que pudesse comprometer o andamento da atividade.

Este texto faz parte de uma pesquisa mais ampla [24] aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) e todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). No primeiro teste, contamos com a participação de 115 alunos, e, no segundo, tivemos 112 alunos presentes, visto que três alunos do 2º ano se ausentaram no dia combinado para a execução do segundo teste naquela turma.

Como critério para analisar os dados deste estudo, à luz da revisão da literatura mencionada, organizamos as respostas dadas pelos alunos em categorias pré-estabelecidas, a saber: *pensamento pobre*, *rico*, *muito rico*, *confuso* e *em branco*, segundo indicadores quantitativos e qualitativos.

3 RESULTADOS, DISCUSSÕES E ANÁLISES

A seguir, apresentaremos a análise de 4 (quatro) questões, duas de cada teste, esclarecendo que, enquanto as duas questões do primeiro teste tinham natureza mais fechada, permitindo respostas únicas, as duas questões do segundo teste – *não standard* – eram redesenhos das duas primeiras, dando maior abertura em sua solução e permitindo, por conseguinte, respostas diferentes, acompanhadas de reflexões.

As categorias de análise (*processos de pensamento pobre*, *rico*, *muito rico*, *confuso* e resposta *em branco*), pré-estabelecidas no referencial teórico, foram sustentadas, majoritariamente, nos trabalhos de [8] e de [15] quando do exame das condutas dos estudantes ao resolverem tarefas matemáticas. Vale ressaltar que alguns estudantes apresentaram respostas que impossibilitaram a nossa análise ou simplesmente não responderam à questão, deixando-a em branco. Foram esses dois tipos de respostas que categorizamos como *confuso* e *em branco*, respectivamente.

Quadro 2: Questão 4

Questão *standard*	Questão *não standard*
Questão 4 – ([23]) Resolva o seguinte sistema de equação do 1º grau: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$	**Questão 4:** Quatro amigos vão a uma sorveteria e tomam sorvetes do mesmo tipo e sucos também do mesmo tipo. Eles pagam tudo junto e, para determinar o preço do sorvete (x) e o preço do suco (y), cada um deles escreveu duas relações entre os preços, ou seja, montou um sistema de equações para a situação. Veja as equações escritas pelos quatro amigos: Andreia: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=5 \end{cases}$ Carol: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$ Beto: $\begin{cases} 2x+2y=6 \\ 4x+4y=12 \end{cases}$ David: $\begin{cases} 2x+2y=5 \\ 2x+2y=6 \end{cases}$ Comente e justifique se cada uma das propostas pode ser ou não válida.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A questão *standard* 4 é comumente apresentada nos livros didáticos e, embora não esteja contextualizada, está de acordo com a unidade temática "Álgebra", que aparece na BNCC para o 8º ano integrando o objeto do conhecimento "Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano". Para esse sistema, é apresentada a habilidade EF08MA08: "Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso" [25, p. 313].

Os alunos podem apresentar a solução desta questão por meio do método da substituição, da adição ou por substituição de valores que satisfaçam as igualdades apresentadas. Vejamos essas três maneiras de solucionar a questão:

Pelo método da substituição:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$$

Vamos isolar a variável y na equação $x+y=3$.

$$x+y=3 \Rightarrow y=3-x$$

Agora, vamos substituir o valor de y na equação $2x+3y=7$ e desenvolver os cálculos.

$$2x+3(3-x)=7 \Rightarrow 2x+9-3x=7 \Rightarrow 2x-3x=7-9 \Rightarrow -x=-2 \Rightarrow x=2$$

Finalmente, como $y = 3 - x$, substituímos o valor de $x = 2$ na expressão e encontramos $y = 1$.
Resposta: $x = 2$ e $y = 1$. *Pelo método da adição:*
Multiplicamos a equação $x + y = 3$ por -2 e obtemos $-2x - 2y = -6$. Assim, temos:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

Ao somarmos as duas equações, obtemos $y = 1$. Finalmente, vamos substituir o valor de $y = 1$ na equação $x + y = 3$:

$$x + y = 3 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 3 - 1 \Rightarrow x = 2$$

Resposta: $x = 2$ e $y = 1$.
Pela substiruição de valores:
O aluno poderia fazer tentativas de substituição com valor numérico e poderia chegar à seguinte solução:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + 1 = 3 \\ 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + 1 = 3 \\ 4 + 3 = 7 \end{cases}$$

Conclusão: $x = 2$ e $y = 1$.

Na tabela a seguir, apresentamos as tipologias de respostas agrupadas nas categorias pré-estabelecidas.

Tabela 1: Tipologias de respostas à questão 4 – *standard* – segundo categorias

Categorias	Processos ativados	Tipologias de respostas	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	%	S/R/A
Pobre	Domínio de técnica sem justificativa	Apresenta o valor de x e o valor de y, mas não apresenta cálculo.	1	0	0	0	0,9%	S/R/A(1)
27,8%	Não domina conteúdo/Erros de cálculo	Apresenta erros nos cálculos ou apresenta solução incompleta.	3	4	12	10	25,2%	6S/R/A; 3S/A
	Evasivo	Justifica: “não sei” ou “utilizaria baskara, mas não me recordo”.	0	0	0	2	1,7%	
Rico	Dedução inquirida	Aplica o método da substituição ou da adição e acerta.	1	3	6	1	9,6%	2S/A
14,8%	Dedução parcial/Domínio de elementos particulares	Substitui valor numérico nas incógnitas e encontra a resposta.	4	1	1	0	5,2%	1S/R/A

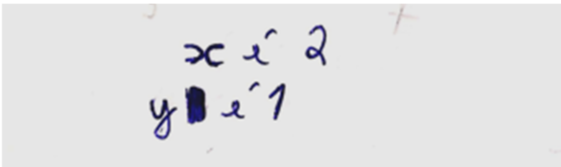
Muito rico 0,0%			0	0	0	0	0,0%
Confuso 29,6%	Planos confusos, imprecisos	Resposta que impossibilita análise.	11	10	5	8	29,6%
Em branco 27,8%		Não respondeu.	6	9	5	12	27,8%
		Total	26	27	29	33	100,0%

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Dos 115 alunos participantes, 27,8% (32 alunos) apresentam respostas com um processo de raciocínio *pobre*, 14,8% (17 alunos) se enquadram na categoria *rico*, 29,6% (34 alunos) dão resposta *confusa* e 27,8% (32 alunos) entregaram a questão *em branco*.

Um exemplo de resposta na categoria *pobre* foi dado pelo aluno A3, que apresentou o valor de x e o valor de y, porém não apresentou cálculo – provavelmente fez uso do cálculo mental, o que nos sugere enquadrar sua resposta no critério *domínio de técnica sem justificativa*. Ele apresentou rasuras (riscou a resposta), sugerindo-nos também que *supervisionou*, *regulou* e *avaliou* a sua ação durante a resolução da tarefa.

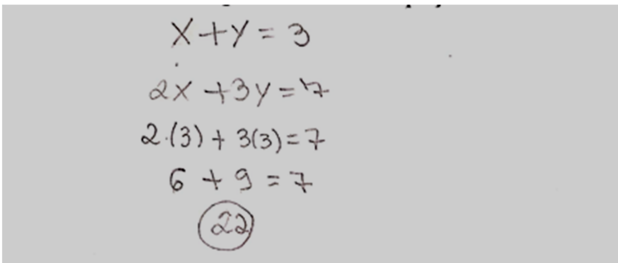
Figura 1: Aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ainda nessa categoria, revelando um raciocínio pobre, 25,2% (29 alunos) apresentaram *erros nos cálculos* ou trouxeram uma solução incompleta, dando a entender *não dominar o conteúdo*. Vejamos um exemplo:

Figura 2: Aluno A64



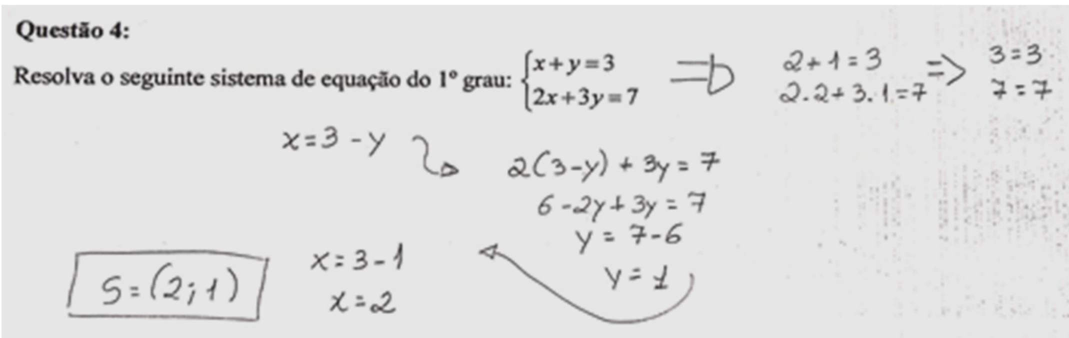
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O estudante A64 tenta responder à questão substituindo o valor "3" no lugar das incógnitas, mas, além de substituir um valor inadequado, não consegue operar corretamente a sentença aritmética.

Ainda nessa categoria, 1,7% (2 alunos) teve uma conduta evasiva, um apresentando a resposta "não sei" e outro que "utilizaria baskara, mas não me recordo". Tais respostas nos sugerem que os alunos "demonstram não ter interesse em se implicar no problema" [15, p. 161].

Na categoria rico, encontramos 9,6% (11 alunos) que acertaram a questão ao aplicar o método da substituição ou o método da adição. Esses alunos ativam o processo de dedução inquirida, pois desenham a estratégia completa e descobrem a resposta para a situação apresentada [8]. A seguir, apresentamos um exemplo:

Figura 3: Aluno A114



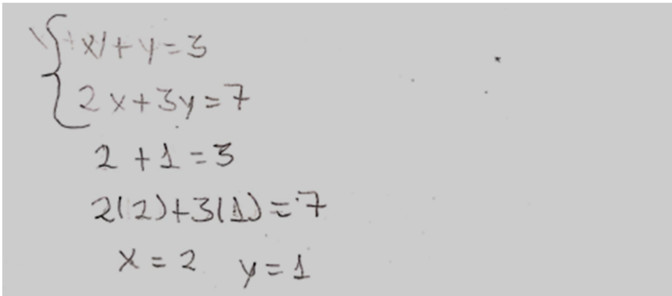
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O aluno A114 aplica o método da substituição para resolver a tarefa e encontra a resposta desejável. Além disso, faz uma *supervisão* e uma *avaliação* ao testar os valores encontrados, como podemos ver no canto superior direito da imagem da sua resposta.

Nessa categoria rico, encontramos raciocínios que parece ter feito uso de processos de *supervisão*, *regulação* e *avaliação*, ora apresentando cálculos auxiliares e respostas conclusivas, ora abandonando o caminho (risca a resposta) e procurando redirecionar a sua solução.

Tivemos 5,2% (6 alunos) que conseguiram encontrar a resposta ao substituir um valor numérico em lugar das incógnitas. Esses alunos apresentam um *domínio de elementos particulares*, já que mostram exemplo a modo de ilustração como feito pelo aluno A43.

Figura 4: Aluno A43



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A43 apresenta *dedução parcial/domínio de elementos particulares* ao encontrar uma resposta aceitável, substituindo valores numéricos no lugar das incógnitas (2 em lugar de x e 1 m lugar de y).

Com respeito à questão 4 *não standard*, uma vez resolvida a questão 4 anterior (*standard*), esperamos que o aluno perceba a relação entre as duas questões para solucionar o sistema. Gusmão [8, p. 336] faz a seguinte análise para essa questão:

> *O sistema apresentado por Andreia nesta questão é impossível, pois se um sorvete e um suco custam três, como pode dois de cada custar cinco? Não seria seis?*
> *O sistema elaborado por Carol é determinado, porque possui um resultado compatível com o que é proposto no enunciado.*
> *O sistema proposto por Beto é possível, porém indeterminado, pois a segunda equação não traz nada de novo em relação à primeira e impossibilita a definição de um valor real para x ou para y.*

> *O sistema mostrado por David é impossível, porque como pode dois sorvetes e dois sucos, representados na primeira equação, custarem cinco e a mesma situação representada na segunda equação ter custo igual a seis? Cinco é igual a seis? Então há aí uma contradição explícita.*

Para [8], o que se pretende com esse tipo de questão é verificar o domínio do aluno sobre o reconhecimento e a avaliação de contradições e redundâncias e não a preocupação com a resolução dos sistemas de equações em si.

Na tabela a seguir, apresentamos as tipologias de respostas a essa questão, agrupadas nas categorias pré-estabelecidas.

Tabela 2: Tipologias de respostas à questão 4 – *não standard* – segundo categorias

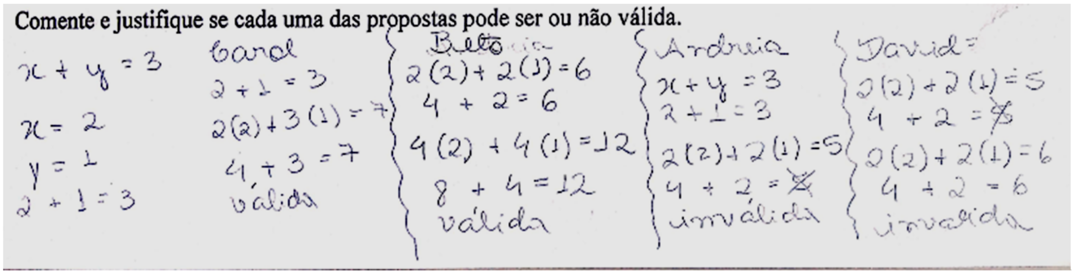
Categorias	Processos ativados	Tipologias de respostas	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	%	S/R/A
Pobre	Não domina conteúdos/erros de cálculo	Apresenta erros na resolução dos sistemas.	5	4	5	3	15,2%	3S/A
28,6%	Semântica	Apresenta a resolução de cada sistema e interpreta os valores numéricos que satisfazem os sistemas, mas não percebe outras informações.	0	2	2	4	7,1%	2S/A
	Ingenuidade dependente	Apresenta justificativa com os dados do enunciado.	0	1	0	0	0,9%	
	Evasivo	Respostas do tipo "não sei fazer isso" ou "pode ser".	2	0	1	2	4,5%	1S/R/A
	Econômico	Resposta pouco elucidativa: "sim".	0	0	0	1	0,9%	
Rico 1,8%	Contraste de informações	Percebe as contradições implícita e explícita nos sistemas, porém não percebe a indeterminação do sistema proposto por Beto.	0	1	1	0	1,8%	
Muito rico 0,0%			0	0	0	0	0,0%	
Confuso 26,8%	Planos confusos, imprecisos/Argumentações imprecisas	A justificativa não deixa clara uma linha de raciocínio.	8	6	5	11	26,8%	
Em branco 42,9%			11	10	15	12	42,9%	
		Total	26	24	29	33	100,0%	

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Na análise das respostas a essa questão, consideramos que 28,6% (32 alunos) se enquadram nos p*rocessos de pensamento pobre* e 1,8% (2 alunos) nos *processos de pensamento rico*. Ademais, 26,8% (30 alunos) apresentaram respostas *confusas*, que impossibilitaram a nossa análise, e 42,9% (48 alunos) não responderam à questão, deixando-a *em branco*.

Na categoria *pobre*, 15,2% (17 alunos) apresentaram respostas com erros nas resoluções do sistema, incorrendo em *erros de cálculos*, e 7,1% (8 alunos) apresentaram respostas que demonstram o reconhecimento de valores numéricos que satisfazem as equações dos sistemas, mas não a percepção de informações de *contradição* e *redundância* presentes na tarefa. Assim sendo, essas últimas respostas sugerem que os alunos ativam um processo de *semântica*: o "aluno é capaz de interpretar símbolos, mas não confronta outras informações do problema" [8, p. 337], conforme o aluno A35 a seguir:

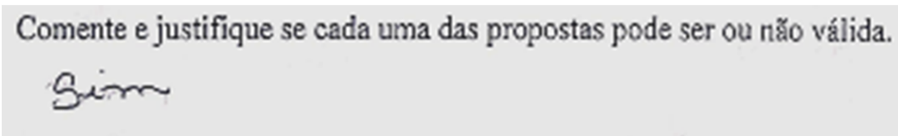
Figura 5: Aluno A35



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ainda nessa categoria, apresentando raciocínio pobre, um aluno demonstra i*ngenuidade dependente*, ao justificar a sua resposta com os dados do enunciado; 4,5% (5 alunos) apresentaram respostas *evasivas*: "não sei fazer isso" ou "pode ser"; um aluno, A93, bem *econômico* em suas palavras, apresentou uma resposta pouco elucidativa.

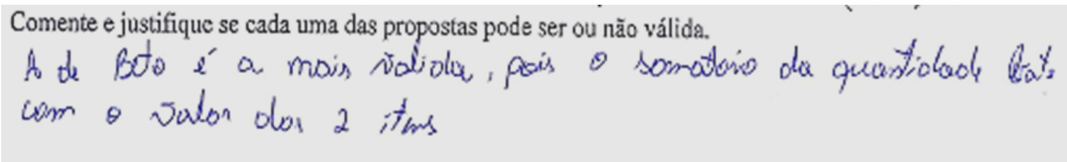
Figura 6: Aluno A93



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Observamos que 26,8% (30 alunos) não deixaram claro uma linha de raciocínio nas justificativas apresentadas, sugerindo-nos *planos confusos*, *imprecisos* ou com *argumentações imprecisas* e impossibilitando a nossa análise. Vejamos um exemplo:

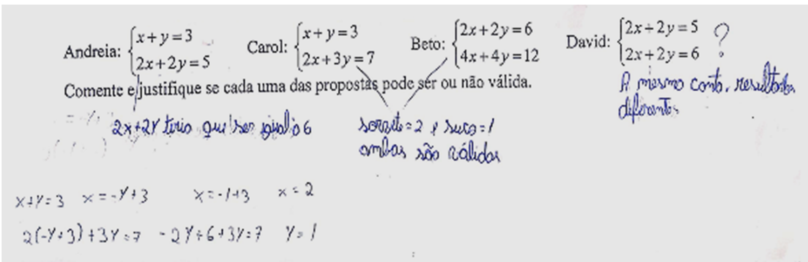
Figura 7: Aluno A87


Comente e justifique se cada uma das propostas pode ser ou não válida.
A de Beto é a mais válida, pois o somatório da quantidade bat. com o valor dos 2 itens

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Tratando-se de *processo de pensamento rico*, dois alunos perceberam a contradição implícita existente no sistema de Andreia e explícita no sistema de David, entretanto não perceberam a indeterminação no sistema proposto por Beto. Por essas percepções, consideramos que esses alunos ativam o processo *contraste de informações*. Vejamos a resposta de um desses alunos:

Figura 8: Aluno A67


Andreia: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=5 \end{cases}$ Carol: $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$ Beto: $\begin{cases} 2x+2y=6 \\ 4x+4y=12 \end{cases}$ David: $\begin{cases} 2x+2y=5 \\ 2x+2y=6 \end{cases}$?

Comente e justifique se cada uma das propostas pode ser ou não válida.

2x+2Y teria que ser igual à 6

sorvete=2 e suco=1
ambas são válidas

A mesmo conta, resultados diferentes

$x+y=3 \quad x=-y+3 \quad x=-1+3 \quad x=2$

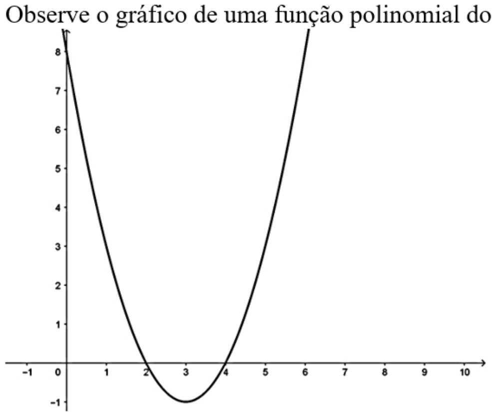
$2(-y+3)+3y=7 \quad -2y+6+3y=7 \quad y=1$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Dois alunos apresentaram respostas *confusas*, que impossibilitaram a nossa análise, e 42,9% (48 alunos) entregaram a questão *em branco*.

Passamos agora à análise de mais duas questões.

Quadro 3: Questões 5 e 6.

Questão *standard*	Questão *não standard*
Questão 6: Seja a função $y = x^2 - 6x + 8$. Calcule as raízes e construa o gráfico dessa função.	**Questão 5:** Observe o gráfico de uma função polinomial do 2º grau.  a) Encontre a função algébrica que representa o gráfico da função. b) Quantas raízes tem esta função? c) Para quais intervalos de x a função é positiva e negativa?

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Para resolver a questão 6, *standard*, os alunos podem aplicar a fórmula resolutiva da equação do segundo grau e resolvê-la conforme o seguinte modelo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Assim sendo, temos:
Coeficientes: $a = 1,\ b = -6$ e $c = 8$.
Aplicando a fórmula:

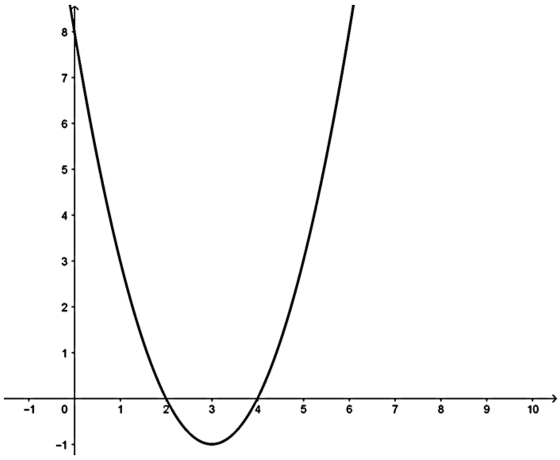
$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

Portanto, as raízes são:

$$x_1 = \frac{6-2}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{4}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \quad e \quad x_2 = \frac{6+2}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{8}{2} \Rightarrow x_2 = 4$$

Conjunto solução: $S = \{2, 4\}$.

Provavelmente o aluno apresentará o gráfico:



Na tabela seguinte, apresentamos as tipologias de respostas a essa questão, agrupadas nas categorias pré-estabelecidas.

Tabela 3: Tipologias de respostas à questão 6 – *standard* – segundo categorias

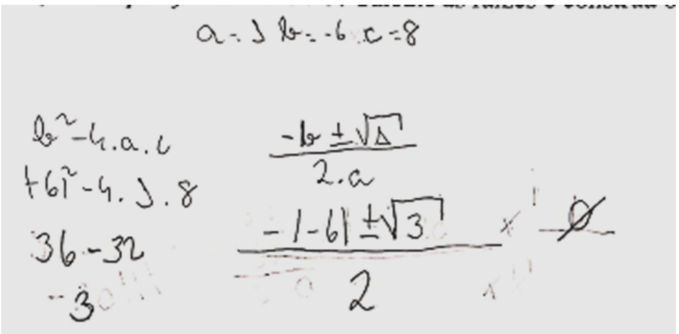
Categorias	Processos ativados	Tipologias de respostas	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	%	S/R/A
Pobre 37,4%	Não domina conteúdo/Erros de cálculo	Reconhece os termos *a*, *b* e c da função, mas erra os cálculos.	0	4	9	2	13,0%	1S/A
	Solução parcial	Calcula as raízes, mas não apresenta ou erra o gráfico.	9	8	6	2	21,7%	1S/R/A; 4S/A
	Evasivo	Apresenta as respostas “não sei” ou “não me lembro”.	0	0	0	3	2,6%	
Rico 9,6%	Dedução inquirida	Calcula as raízes por meio da fórmula resolutiva da equação do 2º grau e esboça o gráfico.	2	5	3	0	8,7%	1S/A
	Dedução parcial/Domínio de elementos particulares	Monta uma tabela e resolve a questão sem usar a fórmula resolutiva.	0	1	0	0	0,9%	
Muito rico 0,0%			0	0	0	0	0,0%	
Confuso 19,1%	Planos confusos, imprecisos	Resposta que impossibilita análise.	7	3	0	12	19,1%	
Em branco 33,9%		Não respondeu.	8	6	11	14	33,9%	
		Total	26	27	29	33	100,0%	

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Enquadraram-se na categoria *pobre* 37,4% (43 alunos); 9,6% (11 alunos) na categoria *rico*; 19,1% (22 alunos) na categoria *confuso*; e 33,9% (39 alunos) deixaram a questão *em branco*. Mesmo com um alto número de alunos que entregaram a questão em branco, tivemos mais da metade, 66,1%, do total, que apresentaram uma resposta para a questão.

Na categoria pobre, 13% (15 alunos) sugerem *não dominar o conteúdo* para resolver essa questão ou apresentam *erros de cálculos*. Nessa tipologia de resposta, encontramos um aluno que demonstra ter *supervisionado* e *avaliado* as suas ações. Alguns desses até reconhecem os termos a, b e c da função polinomial do 2º grau, mas não acertam os cálculos, como é o caso do aluno A46.

Figura 9: Aluno A46

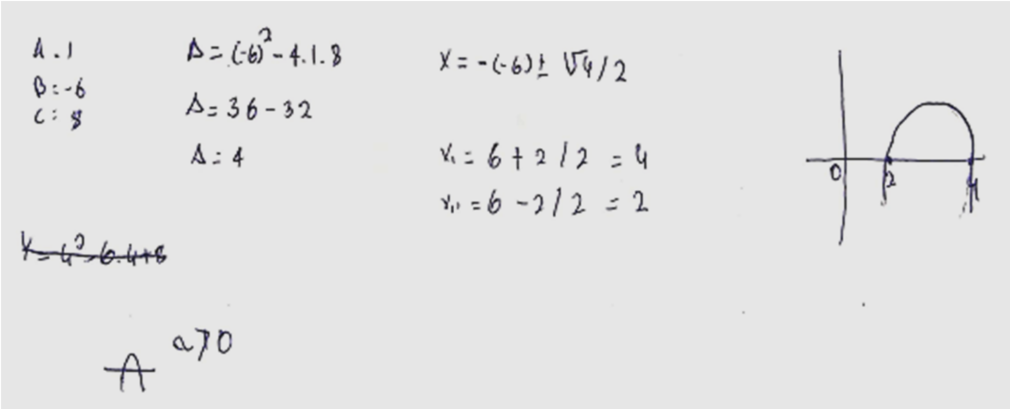


Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A46 identifica os coeficientes de uma função quadrática ao apresentar os coeficientes $a = 1$, $b = -6$ e $c = 8$ e demonstra conhecer a fórmula resolutiva da equação do 2º grau, mas, ao dar continuidade à sua resposta, apresenta um *erro de cálculo* $(36 - 32 = 3)$, não conseguindo solucionar a tarefa.

Apresentaram uma *solução parcial* 21,7% (25 alunos). Nesse tipo de resposta, cinco alunos fazem uso de processos de *supervisão*, *regulação* e *avaliação* de suas ações. Os alunos conseguem calcular as raízes da função, mas não constroem o gráfico ou apresentam erro na construção dessa representação geométrica, como o aluno A52.

Figura 10: Aluno A52



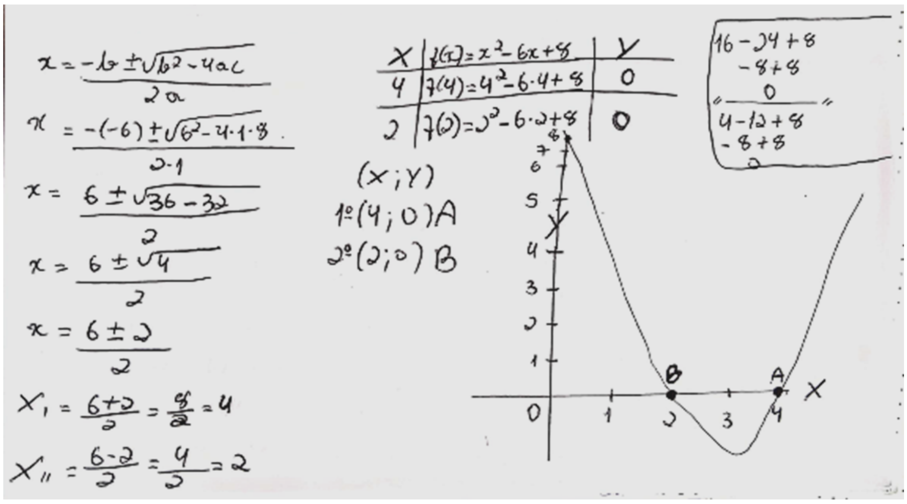
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O aluno A52 consegue calcular as raízes da função quadrática, mas não consegue esboçar o gráfico corretamente, visto que apresenta um esboço da parábola com concavidade voltada para baixo (deveria ser voltada para cima, pois o termo a da função é positivo). Dessa maneira, A52 apresenta uma *solução parcial* da tarefa. Ele também *supervisiona*, *regula* e *avalia*, ao modificar o caminho – riscar a resposta –, como podemos ver no canto inferior esquerdo da imagem da sua solução.

Também, nessa categoria, encontramos três alunos que apresentaram uma conduta *evasiva*, ao escrever no espaço destinado a resposta "não sei" ou "não me lembro".

Na categoria *rico*, tivemos 8,7% do total de participantes (10 alunos) que conseguiram calcular as raízes por meio da fórmula resolutiva da equação do segundo grau e esboçar o gráfico corretamente. Um desses alunos *supervisionou* e *avaliou* as suas ações. Consideramos que esse grupo de alunos ativa o processo de *dedução inquirida*, conforme ilustração da resposta do aluno A68.

Figura 11: Aluno A46



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ao observarmos o canto superior esquerdo da imagem da solução apresentada pelo estudante A68, percebemos que ele apresenta a fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Na sequência, substitui adequadamente os valores dos coeficientes da função dada na fórmula e obtém as raízes da função. Além disso, apresenta uma tabela com os valores das raízes substituídos na função, pontos (A e B), e cálculos auxiliares, que servem de *supervisão* e de *avaliação* das ações implementadas por ele na resolução da tarefa. No canto inferior direito da imagem da sua resposta, podemos ver um esboço correto do gráfico dessa função. Dessa forma, A68 incorre em *dedução inquirida*, uma vez que "desenha a estratégia completa e, portanto, experimenta o processo que o leva a descobrir a resposta" [8, p. 140].

Nessa questão, 19,1% (22 alunos) apresentaram respostas *confusas* que impossibilitaram a nossa análise e 33,9% (39 alunos) deixaram a questão em branco.

Com respeito à questão 5 – *não standard* –, buscamos fazer analogia com a questão 6 – *standard*. A questão 5 envolve os conhecimentos teóricos acerca do estudo de funções, mais especificamente da função polinomial do 2º grau, e foi inserida em meio às questões *não standards*, com o objetivo de observar até que ponto os alunos conseguem estabelecer uma relação com o que foi visto recentemente na questão 6 do teste 1, porém, agora, foi solicitado que o aluno encontrasse a função algébrica que representasse o gráfico dado. Perguntamos: até que ponto o aluno perceberá isso? Outro fato curioso dessa questão é que a pergunta da letra b não solicita muito esforço do aluno para descobrir. Na verdade, supomos que ele já tenha calculado as raízes da função na questão 6 do outro teste e, portanto, encontrou duas raízes reais e distintas. Se ele não se recordar de tal fato, poderá observar o gráfico e, se souber que as raízes simplesmente são os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas, descobrirá as duas raízes explícitas no gráfico dado: $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$.

Caso nada disso seja suficiente para solucionar a letra *a*, o aluno deve lembrar que uma função quadrática completa tem a seguinte configuração: $y = ax^2 + bx + c$, com a diferente de zero e b e c reais quaisquer. Assim, o aluno poderia, por exemplo, escolher os dois pontos do gráfico que configuram as raízes da equação e o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas e montar um sistema de equações. Vejamos como isso poderia ser feito:

Tomamos os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas e os denominamos A, B e C. Desse modo, no eixo das abscissas, temos: $A(2,0)$ e $B(4,0)$; no eixo das ordenadas: $C(0,8)$.
Agora vamos substituir esses pontos na forma geral da função quadrática e estruturar um sistema de equações:

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 8 \\ 0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = a \cdot 4 + b \cdot 2 + 8 \\ 0 = a \cdot 16 + b \cdot 4 + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ 16a + 4b = -8 \end{cases}$$

O aluno poderá utilizar o método da adição, da substituição ou aplicar no lugar das incógnitas valores para encontrar *a* e *b*. Esses três métodos foram apresentamos na questão 4 do primeiro teste ao resolver um sistema de equações. Dessa forma, mostramos para essa questão apenas um desses métodos: o método da adição.

Considerando o sistema

$$\begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ 16a + 4b = -8 \end{cases}$$

multiplicamos a equação $4a + 2b = -8$ por -2 e obtemos $-8a - 4b = 16$.

Desse jeito, temos:

$$\begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ 16a + 4b = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8a - 4b = 16 \\ 16a + 4b = -8 \end{cases}$$

e, somarmos as duas equações, obtemos $a = 1$.
Finalmente, vamos substituir o valor de $a = 1$ na equação $4a + 2b = -8$:

$$4a + 2b = -8 \Rightarrow 4 \cdot 1 + 2b = -8 \Rightarrow 2b = -8 - 4 \Rightarrow 2b = -12 \Rightarrow b = -6$$

Encontrados os valores de a e b, retornamos à configuração $y = ax^2 + bx + c$ e substituímos esses valores $y = 1x^2 - 6x + c$, mas temos $c = 8$, pois o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas é $(0,8)$, portanto $y = x^2 - 6x + 8$.

Depois passamos para a solução da próxima pergunta desta tarefa – a letra b. Para responder à pergunta da letra b, o aluno poderá observar o gráfico e dizer quantas raízes ele está visualizando no gráfico ou calculá-las conforme apresentamos na questão 6 do primeiro teste.

Para a terceira pergunta (a letra c), o aluno deve ser capaz de observar o gráfico cartesiano e fazer o estudo dos sinais da função $y = x^2 - 6x + 8$. Esse estudo poderá ser feito da seguinte forma:

i. Para o valor de x igual a 2 ou igual a 4, temos o valor de y igual a zero;
ii. Para quaisquer valores de x menores que 2 ou maiores que 4, temos valores de y positivos;
iii. Para valores de x entre 2 e 4, temos valores de y negativos.

O estudante poderá representar esse estudo dos sinais, também, utilizando símbolos matemáticos. Vejamos uma resposta possível:

i. $x = 2$ ou $x = 4 \Rightarrow y = 0$;
ii. $x < 2$ ou $x > 4 \Rightarrow y > 0$;
iii. $2 < x < 4 \Rightarrow y < 0$;

Vejamos na tabela a seguir as tipologias de respostas a essa questão, agrupadas nas categorias pré-estabelecidas.

Tabela 4: Tipologias de respostas à questão 5 – *não standard* – segundo categorias

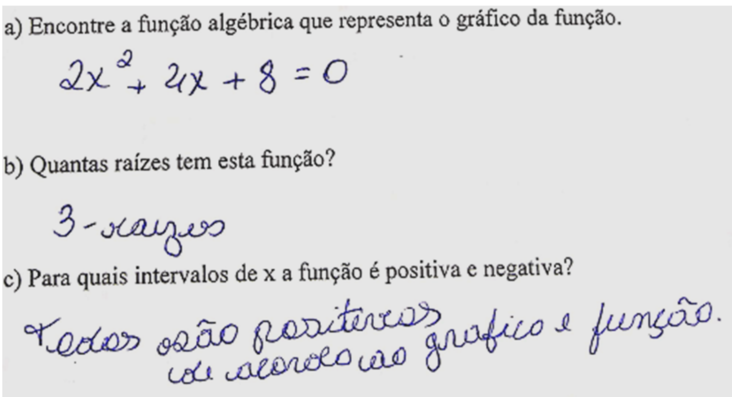
Categorias	Processos ativados	Tipologias de respostas	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	%	S/R/A
Pobre 67,9%	Não domina conteúdo/Erros de cálculo	Mostra respostas incorretas às perguntas *a*, *b* e *c*.	7	12	0	14	29,5%	
	Solução parcial	Apresenta a resposta correta para a pergunta da letra *b* da tarefa.	7	7	10	6	26,8%	
	Evasivo	Responde: "não sei" ou usa o símbolo "?" como resposta.	3	0	8	2	11,6%	
Rico 2,7%	Analogia	Responde corretamente à pergunta da letra *a* por analogia à questão 6 do teste *standard* .	0	0	3	0	2,7%	
Muito rico 0,0%			0	0	0	0	0,0%	
Confuso 0,0%			0	0	0	0	0,0%	
Em branco 29,5%		Não respondeu.	9	5	8	11	29,5%	
		Total	26	24	29	33	100,0%	

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Nessa questão, 5, 70,5% (79 alunos) enquadram-se na categoria *pobre*, 2,7% (3 alunos) adequam-se à categoria *rico* e 29,5% (33 alunos) não responderam à questão proposta, deixando-a *em branco*.

Na categoria *pobre*, 29,5% (33 alunos) sugerem *não dominar conteúdo*, já que apresentam *erros* em todas as perguntas da tarefa (perguntas a, b e c), conforme aluno A109.

Figura 12: Aluno A109


a) Encontre a função algébrica que representa o gráfico da função.

$2x^2 + 2x + 8 = 0$

b) Quantas raízes tem esta função?

3-raizes

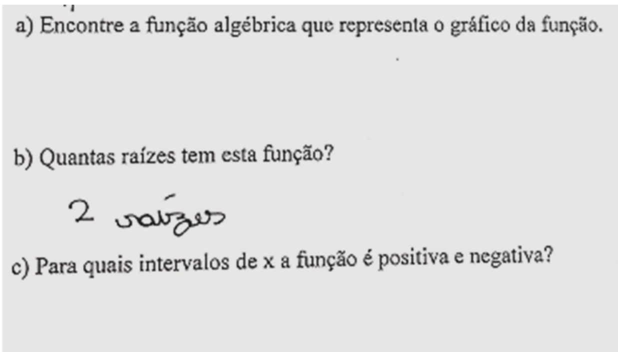
c) Para quais intervalos de x a função é positiva e negativa?

Todos são positivos de acordo ao gráfico e função.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Tivemos ainda 26,8% (30 alunos) que apresentaram uma resposta correta para pergunta da letra b da tarefa. Esses alunos *solucionaram parcialmente* a questão e pode ser que eles tenham observado o gráfico dado para obter a resposta. A seguir, apresentamos um exemplo desse tipo de resposta:

Figura 13: Aluno A16


a) Encontre a função algébrica que representa o gráfico da função.

b) Quantas raízes tem esta função?

2 raízes

c) Para quais intervalos de x a função é positiva e negativa?

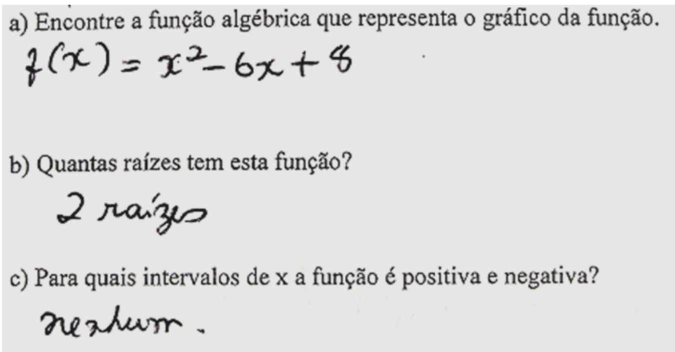
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O aluno A16 respondeu corretamente à pergunta da letra b. Esta resposta demonstra uma *solução parcial*, uma vez que não se sujeitou, em parte, às condições do problema, pois deixou de responder às demais perguntas da tarefa.

Também, nessa categoria (*pobre*), encontramos 11,6% (13 alunos) que apresentaram a resposta "não sei" ou usaram o símbolo de interrogação no espaço destinado à apresentação da solução. Enquadramos esse tipo de resposta como um comportamento *evasivo*.

Na categoria *rico*, três alunos conseguiram responder corretamente à pergunta da letra a. Pode ser que eles responderam por *analogia* à questão 6 do teste *standard*, pois mostraram somente a função que já tinha sido vista no outro teste (presente no enunciado da questão 6 *standard*) e não apresentaram nenhum cálculo que demonstrasse outro tipo de processo ativado. Os alunos que conseguiram responder por analogia à pergunta da letra a são do 3º ano – mesma turma que respondeu aos dois testes em um só momento, ou seja, num mesmo dia. Esse processo analógico não ocorreu com as demais turmas. Vejamos um exemplo:

Figura 14: Aluno A68


a) Encontre a função algébrica que representa o gráfico da função.

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

b) Quantas raízes tem esta função?

2 raízes

c) Para quais intervalos de x a função é positiva e negativa?

nenhum.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

CONCLUSÕES

Na análise sobre que processos de pensamento são ativados por estudantes ao resolverem tarefas matemáticas *standards* e *não standards*, as soluções apresentadas pelos estudantes, em ambos os testes, são praticamente as mesmas, e as respostas apresentadas são de tipo *standards*. Os estudantes não apresentaram modos de resolução diferentes nem para os tipos de tarefa, independentemente do grau de dificuldade, nem para as condições propostas.

Percebemos certa rigidez no pensamento dos estudantes ao responderem questões que fugiam à rotina escolar, um padrão de respostas sem flexibilidade. Os estudantes, praticamente, não ativaram processos de pensamento mais elaborados, com um nível mais elevado de *supervisão*, *regulação* e *avaliação*.

No geral, os resultados nos mostram que, tanto em questões *standards* quanto em questões *não standards*, a maioria dos estudantes do ensino médio apresenta dificuldade para solucioná-las, incorrendo em processos de pensamento *pobres*. São poucos os alunos que apresentam facilidade em lidar com os conteúdos e situações matemáticas e demonstram um pensamento *rico* ou *muito rico*.

No tocante às categorias *confuso* e *em branco*, percebemos que o número de estudantes desses dois conjuntos é maior quando lhes propomos tarefas *não standards* do que quando lhes apresentamos tarefas *standards*. Esse aspecto sugere que os estudantes podem estar mais acostumados a responder questões padrões de Matemática, talvez pelo fato de que o ensino desse componente curricular tenha ocorrido mais com tarefas que propõem questões de solução única.

Como perspectiva de futuras investigações a partir deste estudo, pensamos que os resultados possam ser replicados em outros contextos e com outros alunos, de modo a contrastá-los, repensá-los e aperfeiçoá-los.

REFERÊNCIAS

[1] M. C. C. T. Cyrino and C. C. de Jesus, "Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática", *Ciência & Educação*: Bauru, vol. 20, no. 3, pp. 751-764, set. 2014. http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000300015

[2] O. Skovsmose, "Cenários para investigação," *Revista Bolema*: Rio Claro, vol. 13, no. 14, pp. 66-91, 2000. [Online]. Available: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022 Thompson Learning, 2001.

[3] T. C. R. S, Gusmão, V. Font and J. A. Cajaraville, "Análises cognitivo e metacognitivo de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso nerea," *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, vol. 11, no. 1, 2009. [Online]. Available: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2134

[4] M. Pochulu, V. Font and M. Rodríguez "Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas," *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, vol. 19, no. 1, pp. 71-98, 2016. http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1913

[5] T. C. R. S, Gusmão "Desenho de tarefas para o desenvolvimento da cognição e metacognição matemática," in: *Contribuições da didática da matemática para a prática dos professores*, A. S. Neves, E. F. Carvalho, L. M. S. Farias e M. A. Campos (Orgs), Salvador: EDUFBA, 2016, pp. 318 (Coleção Ensino, filosofia e história das ciências; 2).

[6] F. E. González, "El Decálogo del resolvedor exitoso de problemas," *Investigación y Postgrado*, vol. 17, no. 1, pp. 11-45, 2002. [Online]. Available: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-00872002000100002&script=sci_arttext&tlng=pt

[7] N. S. G. Allevato, "Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência," *Tese (Doutorado em Educação Matemática)* – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

[8] T. C. R. S, Gusmão, "Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: uma perspectiva ontosemiótica," *Tese (Doutorado em Didática da Matemática)* – Universidade de Santiago de Compostela: Santiago de Compostela, 2006. [Online]. Available: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Tesis_doctoral_Tania_Gusmao.pdf

[9] B. P. Hidalgo and F. E. González, "Metabolización de información: un modelo dinámico para interpretar el proceso de producción de conocimiento," *Investigación y Postgrado*, vol. 24, no. 1, pp. 10-45, abr. 2009. [Online]. Available: http://revistas.upel.edu.ve/index.php/revinpost/article/view/908/350

[10] C. Dantas and C. C. Rodrigues, "Estratégias metacognitivas como intervenção psicopedagógica para o desenvolvimento do automonitoramento," *Revista Psicopedagogia*, vol. 30, no. 93, pp. 2026-2035, 2013. [Online]. Available: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S0103-84862013000300009&script=sci_abstract&tlng=en

[11] L. C. Leal Junior, "Tessitura sobre discursos acerca de Resolução de Problemas e seus pressupostos filosóficos em Educação Matemática: cosi è, se vi pare," *Tese (Doutorado em Educação Matemática)* – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2018.

[12] F. E. González, "Metacognicion y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos," *Revista Zetetiké*: Campinas, vol. 6, no. 9, pp. 59-87 (primeira parte: pp. 59-73), 1998. [Online]. Available: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646807

[13] F. E. González, "Procesos cognitivos y metacognitivos que activan los estudiantes universitários venezolanos cuando resuelven problemas matemáticos," ARJÉ, *Revista de Postgrado*: FACE-UC, vol. 8, no. 14, pp. 51-68, jun. 2014. [Online]. Available: http://www.arje.bc.uc.edu.ve/arj14esp/art03.pdf

[14] M. G. Gurat and C. T. Medula Jr, "Metacognitive Strategy Knowledge Use through Mathematical Problem Solving amongst Pre-service Teachers," *American Journal of Educational Research*, 4(2), pp. 170-189, 2016. [Online]. Available: http://pubs.sciepub.com/education/4/2/5/index.html

[15] H. P. G. de Moura "Análise das eleições e decisões dos estudantes quando enfrentam situações-problema de matemática: uma contribuição desde a didática fundamental da matemática," *Tese (Doutorado em Didática das Ciências Naturais e da Matemática)* – Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, 2015.

[16] J. R. V. dos Santos and R. L. C. de Buriasco, "Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica," *Revista Zetetiké*, vol. 16, no. 2, 2008. [Online]. Available: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8646889/13791/20981

[17] R. Primi, F. K. Miguel, G. Couto and M. Muniz, "Precisão de avaliadores na avaliação da criatividade por meio da produção de metáforas," *Psico-USF (Impr.)*: Itatiba, vol. 12, no. 2, pp. 197-210, dez. 2007. https://doi.org/10.1590/S1413-82712007000200008

[18] G. D. Wielewski, "Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada na obra de Krutetskii," *Tese (Doutorado)* – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

[19] I. Vale, "As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos," *Revista Interacções*, vol. 8, no. 20, 2012. [Online]. Available: https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493

[20] C. H. Gontijo, "Relações entre Criatividade, Criatividade em Matemática e Motivação em Matemática de Alunos do Ensino Médio," *Tese (Doutorado em Psicologia)* – Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

[21] M. F. C. Tozoni-Reis, *Metodologia da pesquisa*, 2nd. Curitiba: IESDE, Brasil S.A., 2009.

[22] C. Chamorro and J. M. Belmonte, *El problema de la medida: didactica de las magnitudes lineales*. Col. Matematicas: cultura y aprendizaje, Madrid: Editorial Síntesis, 2000.

[23] T. C. R. S, Gusmão, "Sequências didáticas para o aumento da cognição e metacognição matemática de estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental," *Projeto de Pesquisa: UESB* - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2014.

[24] A. A. das Flôres, "Processos de pensamento ativados por estudantes na resolução de tarefas matemáticas," *Dissertação (Mestrado em Ensino)* – Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEn), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (Uesb), Vitória da Conquista, f. 109. 2019.

[25] Brasil, *Ministério da Educação*, "Base Nacional Comum Curricular", Brasília, 2018. [Online]. Available: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

BREVE BIOGRAFIA

Aparecido Alves das Flôres https://orcid.org/0000-0001-8259-687X

Mestre em Ensino pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, com concentração em Ensino na Educação Básica, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Especialista em Matemática pela UESB. Graduado em Ciências com habilitação em Matemática pela UESB. Membro do Grupo de Estudos em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM), da UESB. Docente do Ensino Médio Regular, da Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio e da Educação de Jovens e Adultos do Ensino Médio, na rede pública do Estado da Bahia. E-mail: aparecido.matematica@gmail.com, https://lattes.cnpq.br/7866951021983575.

Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão https://orcid.org/0000-0001-6253-0435

Doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Santiago de Compostela (USC). Professora no Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores e no Programa de Pós-Graduação em Ensino, ambos na UESB. Coordenadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Museu Pedagógico: Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM/UESB). Bolsista Produtividade da Capes PQ-2. E-mail: professorataniagusmao@gmail.com, http://lattes.cnpq.br/4475063425193939.