

# Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

 Lourdes de la Rosa Onuchic

Departamento de Educação Matemática  
IGCE – UNESP, 13506-900 Rio Claro, SP - Brasil  
Ironuchic@gmail.com

## Introdução

---

Resumidamente o que já foi dito em artigos, dissertações e teses em Educação Matemática pelo GTERP (Grupo de trabalho e Estudos em Resolução de Problemas) esse trabalho teve início em final de 1989 quando tive contato direto com o casal Judith T. Sowder e Larry Sowder no SUSD (Universidade Estadual de San Diego), na Califórnia, Estados Unidos. O GTERP foi criado em 1992.

O primeiro registro a respeito desses estudos sobre Resolução de Problemas, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP Rio Claro/SP, consta do livro Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas [1], em um artigo intitulado Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas [2]. Nesse artigo, fizemos referência ao tratamento de problemas matemáticos, ao longo da História da Matemática.

Nessas publicações, um ponto importante a ser analisado é a visão extremamente limitada no tocante à aprendizagem de resolução de problemas. Ensinar a resolver problemas significava apresentar situações-problema e, talvez, incluir um exemplo com uma resolução realizada a partir da aplicação de alguma técnica específica [3].

Dando continuidade às pesquisas, e a partir da consolidação do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), novos conhecimentos foram construídos sobre a Resolução de Problemas na Educação Matemática.

O GTERP atento às novas tendências e demandas mundiais que se apresentavam para o ensino e a aprendizagem de Matemática, debruçou-se em estudos sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e, conseqüentemente, atendendo também à formação de professores.

Num segundo livro, Educação Matemática pesquisa em movimento [4], no artigo intitulado Novas Reflexões sobre Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas [5], foi apresentada e discutida uma nova e mais atual possibilidade de abordagem para a resolução de problemas em sala de aula de Matemática, que vinha sendo sistematicamente pesquisada pelos membros do GTERP.

Nesse momento, objetivava-se avançar em relação ao que fora registrado nos dois trabalhos anteriores, no que diz respeito ao conhecimento produzido a partir do amadurecimento das ideias e das contínuas e intensas pesquisas que continuavam a ser produzidas pelo Grupo e que tinham adotado como norte a seguinte indagação geral: como se realiza a construção do conhecimento matemático pelo aluno e o trabalho do professor quando da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Em seu conteúdo uma seção inicial retomou alguns aspectos históricos da Resolução de Problemas, considerando que eles eram essenciais para uma compreensão mais efetiva de suas tendências que se configuravam para a Resolução de Problemas. A partir daí foram aprofundados os fundamentos da abordagem que representavam uma nova tendência no ensino de Matemática qual seja, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Em seguida foram analisados dois aspectos que têm norteado fortemente os trabalhos desenvolvidos pelo GTERP: a concepção de Matemática como ciência de padrão e ordem e a Matemática Discreta. Uma outra parte foi dedicada a apresentar, brevemente, as pesquisas concluídas dentro no GTERP até então.

## Situando Historicamente a Resolução de Problema

---

A pesquisa sobre Resolução de Problemas e as iniciativas de considerá-la como uma forma de ensinar Matemática receberam atenção a partir de Polya [6], considerado o pai da Resolução de Problemas.

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para esse trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso.

Inicia-se, então, a fase da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do Construtivismo e na Teoria Sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico. O foco, nessa fase, foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas. Nessa fase, muitos recursos foram desenvolvidos na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividade e orientações para avaliar o desempenho dos alunos nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula. Muito desse material contribuiu para que os professores fizessem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho.

Entretanto, não havia coerência e clareza na direção necessária para se atingir bons resultados com o ensino de Matemática apoiado na resolução de problemas; ou seja, não havia concordância quanto à forma pela qual esse objetivo seria alcançado. Onuchic [2, p. 206] esclareceu que essa falta de concordância tenha ocorrido possivelmente, devido às diferenças de concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de “resolução de problemas ser o foco da matemática escolar”, como recomendava o An Agenda for Action [7].

Com relação a esse aspecto, Schroeder e Lester [8] apresentaram três modos de abordar Resolução de Problemas, que podem ajudar a entender e a refletir sobre essas diferenças de entendimento ou de abordagem que se faziam presentes, com maior ou menor intensidade, no contexto do ensino: (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas. Ocorreu que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar sobre esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas.

Relacionando o conteúdo dos Standards [9] ao percurso histórico, chegamos à passagem da penúltima fase, onde é destacada a aprendizagem através da resolução de problemas. Foi, de fato, a partir dos Standards [9] que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e os professores como responsáveis por conduzir esse processo.

Esse é o ponto central de interesse dos trabalhos que temos desenvolvido, isto é, o trabalho com matemática através da resolução de problemas. Esse trabalho se apoia na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino-aprendizagem é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro das atividades feitas em cada unidade temática [2] e de que o ensino pode ser feito por meio da resolução de problemas.

## **A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**

---

É sabido que se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como três coisas distintas, que não necessariamente ocorrem ao mesmo tempo ou como decorrência uma da outra.

O século XX, século de muitas reformas no ensino de Matemática, passou a entender, porém, que ensino e aprendizagem deveriam ocorrer simultaneamente.

Adotando este objetivo, o GTERP passou a utilizar a palavra composta ensino - aprendizagem. As comunidades de pesquisa em Educação Matemática se interessaram em criar novos produtos com a intenção de melhorar o ensino e a aprendizagem. Esses produtos, que podem ser novos materiais educativos, envolvem um processo de engenharia, de inventar partes e colocá-las juntas para formar algo novo. Assim, qualquer produto novo criado requer avaliação.

Ocorreu que também o conceito de avaliação começou a ser repensado nos ambientes de ensino. A partir da compreensão da necessidade de adotar os princípios da avaliação contínua e formativa, esta passou a ser incorpo-

rada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos. No ensino-aprendizagem a avaliação é um componente extremamente importante.

A avaliação é um dos elementos de destaque entre os desafios que Kilpatrick e Silver [10] apontam para os educadores matemáticos para as décadas seguintes: assegurar matemática para todos, promover a compreensão dos estudantes, manter o equilíbrio no currículo, fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional.

Envolvidos com o tema Resolução de Problemas, e assumindo a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas, o GTERP passou a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, que passamos a entender como uma metodologia. Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós Polya de ver resolução de problemas.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Fundamentar a Resolução de Problemas e implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que,

nem sempre, é fácil conseguir.

Não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática. Porém, visando a uma forma de ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas, em 1998, foi criado um Roteiro de Atividades que permitia fazer uso dessa metodologia, promover mais entusiasmo em suas salas de aula e fazer com que os alunos vissem a Matemática com um olhar mais confiante. Essa versão do roteiro para implementação de um trabalho através da resolução de problemas se compunha das seguintes etapas: formar grupos e entregar uma atividade; o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização [2].

Entretanto, constatamos, nas pesquisas desenvolvidas e nas experiências com formação de professores, que esses últimos têm enfrentado muitas dificuldades para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar. Consequentemente, esses alunos sabem cada vez menos Matemática. Tentando atender à demanda de prover os alunos de conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento mais produtivo da metodologia, mudamos um pouco o Primeiro Roteiro, incluindo novos elementos e criando o Segundo Roteiro:

- Preparação do problema – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- Leitura individual – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- Leitura em conjunto – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
  - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
  - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

- Resolução do problema – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-constructores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
  - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- **Formalização do conteúdo** – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal organizada e estruturada em linguagem matemática padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Reitere-se que, nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema [11].

## Referências

---

- [1] BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- [2] ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199 – 220.
- [3] STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematical Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston, VA: NCTM, 1990. p. 1 – 22.
- [4] BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.
- [5] ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 – 231.

- [6] POLYA, G. **How to Solve It**. Princeton: Princeton University Press, 1944.
- [7] NCTM. **An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980s**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.
- [8] SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31 – 42.
- [9] NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- [10] KILPATRICK, J.; SILVER, E. A. Unfinished Business: Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades. In: Learning Mathematics for a New Century. Reston, VA: NCTM, 2000. p. 223-235.
- [11] ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas**. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p. 1 – 19, jul./dez. 2009.

## Breve Biografia

---

**Lourdes de la Rosa Onuchic**  <https://orcid.org/0000-0001-7713-2157>

Doutora em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos-USP (1978). Atualmente é professora voluntária da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: resolução de problemas, educação matemática, metodologia de ensino, formação de professores e ensino-aprendizagem-avaliação de matemática.

---

|Aceito: 24 de Maio de 2022|

|Publicado: 30 de Junho de 2022|