INTERMATHS, VOL. 4, NO. 1 (2023), **118–134**
https://doi.org/10.22481/intermaths.v4i1.11784
Artigos Gerais

Abordagem de polígonos com materiais didáticos manipulativos: uma proposta de utilização do Origami e do Tangram

Approach of polygons with manipulative teaching materials: a proposal for the use of Origami and Tangram

Daniel de Sousa Caldeira [a,*], **Fernanda Andrea F. Silva** [a]

[a] Instituto Federal da Paraíba (IFPB), Cajazeiras - PB, Brasil

* Correspondência para: daniel.caldeira@academico.ifpb.edu.br

Resumo: O presente estudo trata-se de um recorte do TCC do autor deste artigo que teve como objetivo propor e analisar a abordagem de uma situação de ensino envolvendo polígonos com o auxílio de materiais didáticos manipulativos, Origami e Tangram, visando o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 6° ano do ensino fundamental. Para este artigo, objetivamos apresentar a análise de duas das atividades propostas na situação de ensino abordada, acentuando as potencialidades existentes nesse processo, além de aprofundarmos a análise realizada pelo o autor. Sobre a importância e contribuição dos materiais didáticos manipulativos no ensino da matemática tivemos como fundamentação Passos e Lorenzato, já em relação à análise e desenvolvimento da situação de ensino composta por 5 atividades, nos fundamentamos em Costa e Câmera dos Santos que abordam a teoria Vanhieliana- Desenvolvimento do pensamento geométrico. A análise dos dados foi embasada nas informações obtidas nas atividades propostas da situação de ensino aplicada para 17 alunos de uma turma de 6° ano do ensino fundamental, de uma escola da rede municipal de Monte Horebe-PB, realizada pelo autor deste artigo em seu TCC. Verificamos que a abordagem adotada, além de tornar as aulas dinâmicas e atribuir significado aos conceitos geométricos trabalhados, promoveu a interação e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Além de ter proporcionado momentos de investigação e de desenvolvimento da criatividade.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis; Pensamento geométrico; Polígonos; Origami; Tangram.

Abstract: The present study is an excerpt from the TCC of the author of this article, which aimed to propose and analyze the approach of a teaching situation involving polygons with the aid of manipulative didactic materials, Origami and Tangram, aiming at the development of geometric thinking in 6th grade students of elementary school. For this article, we aim to present the analysis of two of the activities proposed in the teaching situation addressed, emphasizing the existing potential in this process, in addition to deepening the analysis carried out by the author. Regarding the importance and contribution of manipulative didactic materials in the teaching of mathematics, we had Passos and Lorenzato as a foundation, in relation to the analysis and development of the teaching situation composed of 5 activities, we based ourselves on Costa and Câmara dos Santos who address the Vanhielian- Development of geometric thinking. Data analysis was based on information obtained from the proposed activities of the teaching situation applied to 17 students from a 6th grade class of elementary school, from a municipal school in Monte Horebe-PB, carried out by the author of this article in his TCC. We found that the adopted approach, in addition to making the classes dynamic and assigning meaning to the geometric concepts worked on, promoted interaction and the development of geometric thinking. In addition to having provided moments of research and development of creativity.

keywords: Manipulable materials; Geometric thinking; Polygons; Origami; Tangram.

Recebido em: 29 dezembro 2022 Aceito em: 29 abril 2023 Publicado em: 30 junho 2023
ISSN 2675-8318

Introdução

Tornar o aluno protagonista no processo de ensino e aprendizagem, levá-los a reflexão e ao desenvolvimento de estratégias são elementos primordiais para o raciocínio matemático quando trabalhados com o viés das metodologias ativas. A Base Nacional Comum Curricular– BNCC [1], por exemplo, sugerem o uso de recursos didáticos como os materiais manipulativos nas aulas de matemática, visto que são essenciais para a construção dos conceitos matemáticos, em especial os conceitos geométricos.

Entretanto, [2] afirma que "Os alunos do ensino básico têm apresentado baixos desempenhos em Geometria nas avaliações em larga escala, em âmbitos estadual (PERNAMBUCO, 2015), nacional (BRASIL, 2015) e internacional (OECD, 2015)" [2, p. 03]. Assim sendo, entendemos que algumas medidas devem serem tomadas, visando a inversão desse cenário.

Julgamos fortemente que vários são os fatores que contribuem com esta triste realidade, acreditamos ainda que o maior deles, seja a forma como os conhecimentos geométricos são trabalhados em sala de aula. Frequentemente, a unidade temática geometria ainda é ignorada ou abordada de forma superficial pelo professor, não favorecendo o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias aos discentes [3], [4] e [5]. Além disso, a inquietude e desmotivação fazem parte do perfil de alguns estudantes, somados a questões históricas de que a matemática é uma das disciplinas mais complexas da matriz curricular, o que torna o ensino da disciplina um desafio ainda maior, levando assim, o professor a buscar alternativas que driblem essa realidade, no intuito de promover a aprendizagem [6].

Assim sendo, este trabalho teve por objetivo apresentar a análise de duas das atividades propostas na situação de ensino abordada no Trabalho de Conclusão de Curso- TCC do autor deste artigo, realizado com alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal situada na zona rural de Monte Horebe-PB, enfatizando o desenvolvimento do pensamento geométrico a partir o uso do Tangram e do Origami no ensino dos polígonos.

Não é de hoje que o ensino requer dinamicidade, ludicidade e o principal a participação do aluno, sendo este um personagem primordial da sala de aula, dentro dessa perspectiva, [7] acredita que aulas tradicionais e monótonas onde o aluno é um mero receptor passivo não é um bom caminho para a construção do conhecimento, e se mantida a adoção dessas velhas práticas, não será possível inverter o quadro atual de fracasso escolar. Nesse sentido, buscamos utilizar os materiais manipuláveis, Origami e Tangram para abordar polígonos a partir da sua construção, possibilitando uma aula dinâmica onde o aluno é o protagonista no processo de aprendizagem.

Por outro lado, devemos compreender que usar recursos didáticos não é garantia de uma boa aula, muito menos de aprendizagem, o que determina o sucesso ou não, é a forma como se é utilizado. Isto é, o uso desses recursos didáticos deve ser planejado e interligado a metodologias que agreguem ao processo de aprendizagem, uma vez que quando não existe uma finalidade e metas traçadas em nada irão acrescentar. Isto é, para se alcançar os resultados almejados é necessário planejamento.

Desse modo buscamos compreender as contribuições que os recursos didáticos manipuláveis podem trazer para o ensino dos polígonos e o desenvolvimento do pensamento geométrico.

1 O Desenvolvimento do Pensamento Geomátrico e o Ensino de Geometria com o Uso de Materiais Manipulativos

Buscando compreender as razões das dificuldades de aprendizagem em geometria apresentadas por alunos de uma escola de ensino básico de Amsterdã, Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf através de uma análise de um experimento didático aferiu a existência de níveis do pensamento geométrico relacionados à aprendizagem de conceitos. [2] abordam em seu trabalho a Teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico do casal Van-Hiele, conforme abordaremos ao longo deste trabalho.

Traduzindo o quadro organizado por Jehin e Chenu (2000) que apresentam os níveis do pensamento geométrico de Van-Hiele, [8] busca descrever esses níveis, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Níveis do pensamento geométrico de Van-Hiele.

NÍVEL	DESCRIÇÃO	EXEMPLO
Primeiro nível – básico	Os alunos percebem os objetos geométricos de acordo com a sua aparência física. Eles justificam suas produções por meio de considerações visuais, (protótipos visuais) sem usar explicitamente as propriedades desses objetos	Os alunos consideram que um losango é losango "porque ele está na borda" ou uma altura é uma altura "porque é vertical".
Segundo nível - análise	Os alunos são capazes de reconhecer os objetos geométricos por meio de suas propriedades. No entanto, eles usam um conjunto de propriedades necessárias para a identificação e a descrição desses objetos.	Os alunos consideram que um quadrado é um quadrado porque tem quatro lados de mesmo comprimento, quatro ângulos retos e seus lados opostos são paralelos.
Terceiro nível – dedução informal	Os alunos são capazes de ordenar as propriedades de objetos geométricos, construir definições abstratas, distinguir as propriedades necessárias e as propriedades suficientes para determinar um conceito e entender deduções simples. No entanto, demonstrações não estão incluídas.	Os alunos consideram que um quadrado é um quadrado, porque é um retângulo com quatro lados de igual comprimento.
Quarto nível – dedução formal	Os alunos são capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver demonstrações originais ou, pelo menos, compreendê-las.	Os alunos são capazes de demonstrar que um paralelogramo que tem dois lados consecutivos de mesmo comprimento é um losango.
Quinto nível – rigor	Os alunos são capazes de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos e estudar várias geometrias na ausência de modelos concretos.	Os alunos são capazes de entender geometrias não euclidianas.

Fonte: [8, pp. 4-5].

Essa teoria sugere que a partir de uma sucessão de níveis de compreensão de conceitos ocorra o avanço do pensamento geométrico do estudante, à medida que ele aprende geometria [2].

Apresentando cinco níveis hierárquicos, a evolução dos níveis da teoria Vanheliana do desenvolvimento do pensamento ocorre de forma gradual. Resumindo, todos eles são pré-requisitos de passagem de um para o outro, isto é, só é considerado no nível 2, aqueles que têm as atribuições do nível 1 e assim por diante [2].

O planejamento docente amparado em atividades motivadoras que estimulem a indagação e levem o aluno ao papel de protagonista na aprendizagem, facilita a passagem de nível do pensamento geométrico proposto por Van-Hiele, de acordo com [8]. Dessa forma, os Materiais didáticos - MDs, podem ser excelentes aliados nesse processo.

Vale salientar que para [4, p. 18], “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Destacamos ainda, que abordamos os termos materiais didáticos, recursos didáticos e matérias didáticos manipulativos como sinônimos, durante toda construção do texto.

Trazer dinamicidade para aulas de matemática é essencial, porém não devemos utilizar os MDs apenas com esta finalidade, pois o uso desse recurso nos possibilita ir além disso, visto que seu objetivo maior é auxiliar o aluno na construção da aprendizagem, de forma que facilite sua compreensão e não apenas na intenção de “entreter o aluno”. Para [9], o uso dos MDs nas aulas de geometria contribui significativamente na construção de conceitos iniciais matemáticos, uma vez que oportunizam os alunos a conjecturar, indagar, apresentar suas observações e levantar hipóteses a partir de questionamentos feitos pelo docente. E dessa forma são dadas condições para aprimorar seus conhecimentos.

Tendo em vista a utilização do MD, [4] apresenta potencialidades que seu uso pode desenvolver no ensino, apontando diferenças de resultados na aprendizagem quando o aluno faz o manuseio do MD e quando o professor apenas ilustra situações a partir dele. Entre as potencialidades mencionadas pelo autor, temos: Identificação do nível de aprendizagem do aluno, compreendendo quais conceitos precisam ser reforçados; regular o ritmo de ensino, respeitando o tempo de aprendizagem de cada aluno e possibilitar com que os alunos sejam capazes de construir suas próprias constatações, observações e hipóteses; possibilidade de atendimento a diferentes públicos, de variadas idades e níveis de ensino; e adaptação Nesta perspectiva, apontamos as contribuições que o Origami e o Tangram podem trazer ao ensino da matemática.

Mesmo surgindo de uma simples folha de papel, O origami pode estimular a participação e atenção dos estudantes e por meio das manipulações orientadas pelo professor o aluno poderá assumir o papel de investigador, levantando hipóteses e construindo seu próprio conhecimento. Baseado na literatura de [10] e [11], Geometria das dobraduras, compreendemos que o Origami pode aguçar a criatividade dos discentes, além de proporcionar melhor compreensão de conceitos matemáticos, já que sua manipulação possibilita a identificação de relações matemáticas envolvidas nesse processo.

O Tangram é um quebra-cabeça geométrico muito antigo, constituído por 7 peças: 5 triângulos (Dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo, formados a partir de recortes de uma figura com a forma de um quadrado. A partir do Tangram pode-se representar inúmeras figuras, apenas com a condição de que todas as peças devem ser usadas, sem sobrepô-las. Assim como o Origami, o Tangram pode auxiliar na construção de conceitos matemáticos relacionados a geometria plana.

2 Percurso Metodológico

[6] objetivando propor e analisar a abordagem de uma situação de ensino envolvendo polígonos para o 6º ano do ensino fundamental com uso de recursos didáticos manipuláveis, dividiu seu trabalho em duas etapas: a elaboração de uma intervenção didática e a sua aplicação.

Segundo [12, p. 20], “a pesquisa qualitativa considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números”.

E ainda, de acordo [12, p. 21], “a pesquisa descritiva visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de levantamento”.

Portanto, a pesquisa do presente estudo, é considerada de abordagem qualitativa por buscar coletar dados não mensuráveis, e também descritiva por descrever características dos sujeitos da pesquisa e resultados.

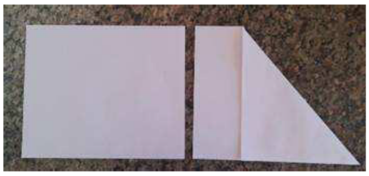
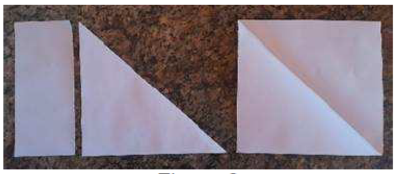
Segundo [13, p. 67], “A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reunir um conjunto de informações a serem documentadas [...].” Nesse sentido, esta pesquisa também se enquadra como pesquisa de campo, já que buscamos analisar os efeitos provocados por uma situação de ensino diretamente com o público alvo em que a temática trabalhada é abordada.

Na primeira etapa [6], elaborou uma situação de ensino envolvendo cinco atividades que tinham como objetivo, nas três primeiras, a construção de conceitos geométricos relacionados aos polígonos: triângulo, quadrado e paralelogramo fazendo uso do Origami. Para a construção desses polígonos foi tomado por base [11]. E nas duas últimas atividades, objetivaram identificar elementos geométricos dos polígonos presentes no Tangram quadrado de sete peças, tendo sido uma atividade adaptada de [14].

A partir de instruções e ilustrações de dobraduras nas atribuições sugeridas para a construção dos polígonos solicitados, foi proposto questionamentos que provocassem nos alunos reflexões e investigações acerca das definições, características e propriedades dos polígonos abordados, a fim de que pudessem construir os conceitos relativos a estes. Devido a delimitação de páginas para produção do artigo apresentaremos a seguir apenas duas das atividades aplicadas (Atividade I - Construção do quadrado e Atividade II - Construção do triângulo).

Na atividade I, foram apresentadas orientações para a construção de um quadrado na folha sulfite A4 por meio de dobraduras. Logo após a construção do quadrado propôs-se 7 questões que abordaram os conceitos de lados, vértices, ângulos, diagonais, perpendicularismo, paralelismo e características específicas do quadrado envolvendo a quantidade e relações entre lados e ângulos, conforme o Quadro 2.

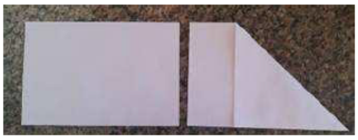
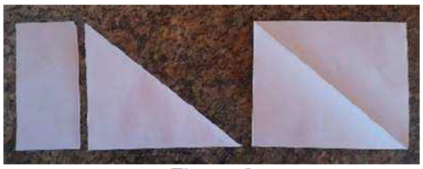
Quadro 2: Atividade I - Construção do quadrado.

Atividade I: Construção do quadrado.	**Questionamentos**
Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos: 1.Utilize uma folha retangular e dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.  Figura 1 2.Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).  Figura 2	1. Que figura geométrica foi formada? Como você concluiu isso? 1.1 O que podemos afirmar em relação aos lados dessa figura? O que podemos fazer para mostrar por meio de dobraduras (sem o auxílio de réguas) que sua afirmação é verdadeira? 1.2 Qual a quantidade de lados desse polígono? Quantos encontros de lados (Vértices) ele apresenta? E quantos ângulos internos (abertura entre os lados que se encontram)? 2. E em relação à abertura interna entre os lados consecutivos (ou seja, que se encontram em um ponto) do polígono (ângulos), o que conseguimos observar? Como você concluiu isso? 2.1. Como podemos chamar esses lados? 3. Nesta figura existem lados que não se encontram. Quem são esses lados? Como podemos chamá-los? 4. O traço construído com o vinco chama-se diagonal do quadrado. O que podemos dizer sobre ela? Podemos encontrar outra diagonal no quadrado? Se sim, ache a outra diagonal.

Fonte: [6, pp. 36-37].

Enquanto que na atividade II, usando a mesma metodologia da atividade I sugerimos a construção do triângulo isósceles retângulo. Contando com 4 questões, idealizamos trabalhar os elementos lados, vértices e ângulos, como também, características específicas do triângulo em questão, em conformidade com o Quadro 3.

Quadro 3: Atividade II - Construção do triângulo.

Atividade II: Construção do triângulo	**Questionamentos**
A partir de uma folha retangular, encontre um quadrado conforme as orientações 1 e 2, em seguida faça o que se pede: 1. Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.  Figura 1 2.Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).  Figura 2 3. Descarte a parte do excesso, conforme a Figura 3 e responda aos questionamentos.  Figura 3	1. Que figura geométrica você consegue observar? Quantos lados ela possui? Quantos ângulos internos? E quantos vértices? 2. O que podemos dizer sobre os lados da figura construída? Como você concluiu isso? 3. Nessa figura temos lados perpendiculares? Quais são eles? E porque você concluiu que eles são perpendiculares? 3.1 Então como você pode descrever essa figura geométrica para alguém que não está visualizando-a? (Tente ser o mais detalhista possível).

Fonte: [6, p. 37].

Na segunda etapa que correspondeu à aplicação da situação didática [6] teve como sujeitos de pesquisa alunos do 6° ano de uma escola da rede municipal de educação infantil e fundamental localizada na comunidade rural do sítio Braga, município de Monte Horebe-PB. A turma mencionada é formada por 17 alunos de faixa etária entre 11-12 anos, que são residentes da comunidade local e comunidades adjacentes. Com o ensino dos anos finais do ensino fundamental implantada há pouco mais de três anos, a escola mencionada atende os seguintes públicos: ensino infantil, anos iniciais, anos finais do ensino fundamental e EJA (Educação de Jovens e Adultos), cujos turnos de funcionamento são manhã, tarde e noite, respectivamente.

Na função de professor titular da turma e pesquisador, com o intuito de alcançar o objetivo almejado, [6] aplicou a situação didática proposta em 15 horas aula (600 minutos) distribuídas nas terças feiras com 3 aulas e nas quartas feiras com 2 aulas, levando um total de 3 semanas.

Dividido em três grupos (Dois grupos de 6 e um de 5 alunos) denominados grupo 1, grupo 2 e grupo 3, as atividades foram entregues respeitando o tempo de cada equipe no desenvolvimento dos registros de suas observações a partir dos questionamentos realizados. Os dados coletados dos 3 grupos formados, juntamente com o diário de bordo foram usados para a análise dos resultados alcançados, que são apresentados em nossa análise.

Para a aplicação das atividades I, II e III, [6] contou com 6 horas aula (240 minutos). Nesta aplicação, foi sugerido que todos os grupos discutissem suas observações e "descobertas" entre si, anotando todas as conclusões realizadas. Mantida as equipes iniciais para aplicação das atividades IV e V utilizamos 9 horas aulas (360 minutos), visto que ao término de cada atividade proposta, todos os grupos socializaram suas conclusões, abrindo espaço para o diálogo, discussão de pontos de vista e trocas de ideias.

3 Resultados da Pesquisa

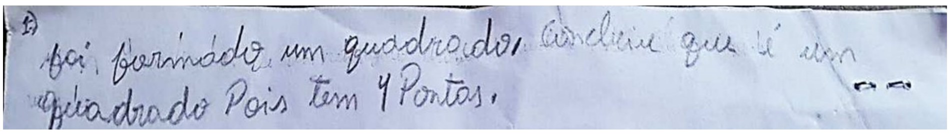
A aplicação da intervenção de ensino elaborada foi a segunda etapa de nossa pesquisa, composta por cinco atividades, sendo as quatros primeiras de construção do quadrado, triângulo, paralelogramo e do Tangram a partir do origami, respectivamente, e a última atividade de composição de figuras geométricas. Devido a delimitação de páginas para produção do artigo apresentaremos a seguir as análises de apenas duas das atividades aplicadas (Construção do quadrado e do triângulo) de acordo com os resultados obtidos pelos três grupos formados para aplicação da situação de ensino.

3.1 Análise da Atividade de Construção do Quadrado

Caldeira [6] propõe nesta atividade a construção do quadrado por meio de dobraduras em uma folha de papel A4, realizando sete questionamentos a partir do polígono que foi construído, onde todos os alunos conseguiram construir o polígono a partir das instruções dadas.

No item 1 que questiona a figura geométrica formada e como os alunos concluem isso, observou-se que o grupo 1 afirmou que foi formado um quadrado, pois tem quatro pontas, conforme Figura 1.

Fig. 1. Resposta da atividade 1 do Grupo 1.

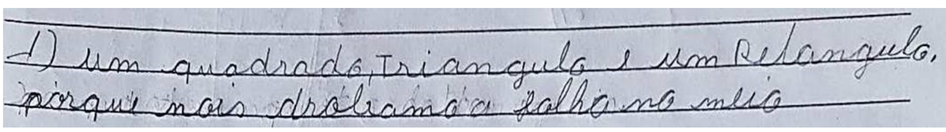

1) foi formado um quadrado, conclui que é um quadrado Pois tem 4 Pontas.

Fonte: [6, p. 43].

Como podemos observar, a resposta do grupo 1 relaciona o quadrado ao número de pontas (4) que a figura possui, sem que sejam observadas propriedades como os lados congruentes ou ângulos retos.

Enquanto que os grupos 2 e 3 mencionaram outras figuras construídas, como o retângulo (grupos 2 e 3), e o triângulo (grupo 2), conforme Figura 2.

Fig. 2. Resposta da atividade 1 do Grupo 2.


1) um quadrado, Triangulo e um Retangulo, porque nois drobamdo a folha no meio

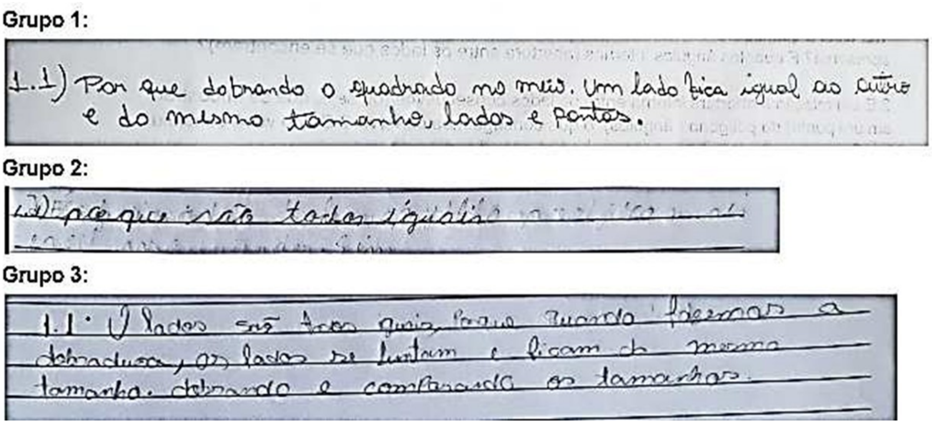
Fonte: [6, p. 43].

Devido à aparição do triângulo e do retângulo nas dobraduras orientadas para se chegar à proposta sugerida (Construção do quadrado) justifica-se a resposta dos grupos 2 e 3, que também se prenderam à imagem de um quadrado sem atentar às suas características.

Nesse sentido, relacionando as observações realizadas pelos alunos com a Teoria Vanhieliana, observa-se que todos os grupos atuaram no nível 1 de pensamento geométrico quanto ao quadrado, visto que estão presos à visualização da forma da figura, sem que haja algum rigor matemático de reconhecimento das características geométricas que o quadrado apresenta. Esse resultado se compara ao de [2] em um teste aplicado com alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de Recife-PE, em que visava a construção e classificação dos quadriláteros. Seus resultados demonstraram que esses alunos se encontravam no nível 1 da Teoria de Van-Hiele quanto a figura geométrica quadrado.

Questionados sobre as relações existentes entre os lados da figura construída (Quadrado) no item 1.1, esperava-se que fossem observados a congruência existente entre os lados do quadrado, a partir das transferências de medidas realizadas nas dobraduras sugeridas, o que foi verificado por todos os grupos, de acordo com a Figura 3.

Fig. 3. Respostas da questão 1.1 da atividade 1, dos Grupos 1,2 e 3.



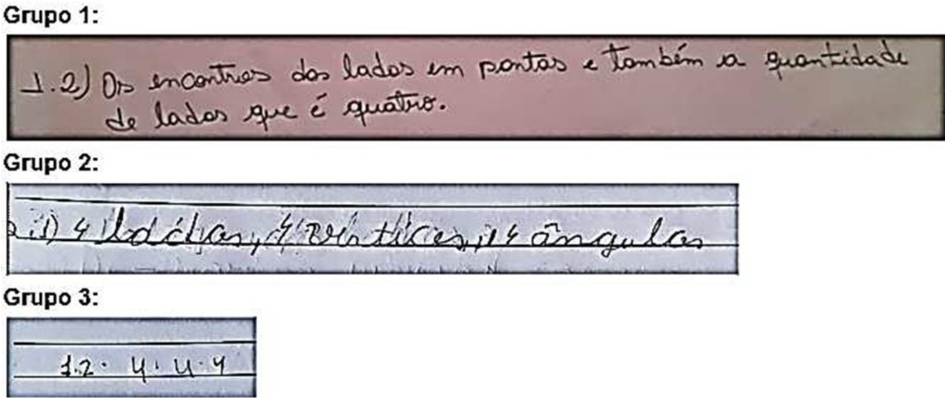
Fonte: [6, p. 44].

Por conseguirem constatar por meio de dobraduras a congruência entre os lados do quadrado e suas propriedades, apresentando segurança para tais afirmações, de acordo com a teoria de Van-Hiele, compreendemos que os discentes dos grupos 1 e 3 atuaram no segundo nível Vanhieliano, visto que estabeleceram uma propriedade essencial do conceito de quadrado. Enquanto que o grupo 2, apesar de afirmarem que os lados são iguais não conseguiram demonstrar esta afirmação por meio de dobraduras, observando-a com uma visão desprovida de seus componentes e propriedades. A falta de rigor matemático para esta situação, conforme a Teoria de Van-Hiele, classifica a atuação deste grupo no seu primeiro nível, não alcançando os resultados dos demais grupos neste item investigado.

Para tanto, mais uma vez os resultados encontrados comparam-se ao de [2], visto que alguns alunos não conseguiram identificar as propriedades relacionadas aos lados do quadrado em sua análise, assim como ocorre na situação descrita por [6].

No item 1.2 foi proposto que identificassem a quantidade de lados, vértices e ângulos internos que o polígono construído apresentava. Nesse quesito, o grupo 1 identificou apenas a quantidade de lados e vértices, não mencionando os ângulos. Enquanto que os grupos 2 e 3 foram assertivos em suas conclusões, quantificando corretamente todas as informações solicitadas na questão, conforme a Figura 4.

Fig. 4. Respostas da questão 1.2 da atividade 1, dos Grupos 1,2 e 3.



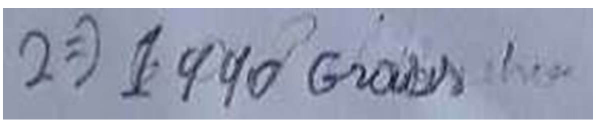
Fonte: [6, p. 45].

Para se referir aos vértices, o grupo 1 utiliza a definição, como sendo, 'Os encontros dos lados', alegando que o quadrado possui a mesma quantidade de vértices e lados, 4 e 4 respectivamente. Enquanto que os outros grupos foram diretos em suas conclusões.

Para [2], quando o aluno é capaz de evidenciar elementos constituintes do objeto geométrico, este encontra-se no segundo nível de Van-Hiele, o que acontece com os grupos 2 e 3 para este item, quantificando corretamente o número de lados, vértices e ângulos do quadrado, além de identifica-los durante as dobraduras realizadas, o que se verifica facilmente que não ocorre com o grupo 1, isto é não avançando nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico para este tópico. Ainda vale ressaltar, que mesmo o grupo 2 e 3 sendo diretos em suas conclusões, durante a realização da atividade e observando as anotações do diário de bordo, demonstraram segurança em suas conclusões e conhecimento sobre os questionamentos realizados.

Indagados sobre quais observações poderiam serem feitas sobre os ângulos internos do quadrado e como chegaram a tal conclusão na questão 2, ocorreu uma divergência de respostas entre o grupo 1 e os grupos 2 e 3. Esperava-se que os discentes percebessem a existência dos ângulos retos, o que não acontece com o grupo 1, onde sugeriram que cada ângulo media 1440° graus, não justificando o motivo pelo qual chegaram a essa afirmação, conforme a Figura 5.

Fig. 5. Respostas da questão 2 da atividade 1, do Grupo 1.

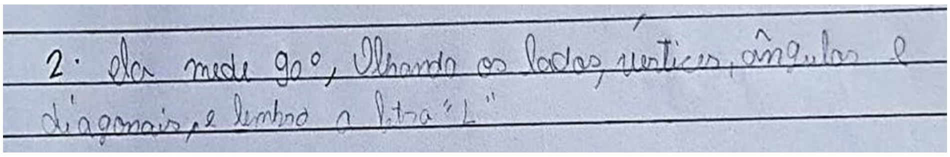


Fonte: [6, p. 46].

Desse modo, analisamos que este grupo ainda não construiu o conceito de ângulos, visto que no item 1.2 que também se tratava de ângulos não responderam à questão conforme solicitada, o que de acordo com [8] por o grupo não apresentar os componentes que formam o objeto geométrico, este se enquadra no primeiro nível da teoria de Van-Hiele.

Os grupos 2 e 3 afirmaram que cada ângulo do quadrado tem medida de 90° graus, argumentando que a abertura entre os lados consecutivos apresenta a forma da letra L, de acordo com a Figura 6.

Fig. 6. Respostas da questão 2 da atividade 1, do Grupo 3.

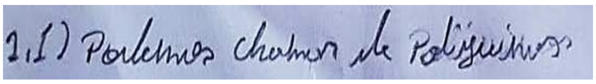


Fonte: [6, p. 46].

Na tentativa de justificar que o encontro entre os lados consecutivos do quadrado nos lembra a forma da letra L, o grupo 3 usou os termos “lados”, “vértices” e “diagonais” para concluir tal afirmação. O que mais uma vez, de acordo com [8] faz dos grupos 2 e 3 atuarem no segundo nível de Van-Hiele.

Esperando-se na questão 2 que todos compreendessem que a abertura entre os lados consecutivos do quadrado forma ângulos de 90° graus, o item 2.1 questiona qual nome esses lados recebem, outra vez houve divergência de respostas entre o grupo 1 e os grupos 2 e 3, observe a Figura 7.

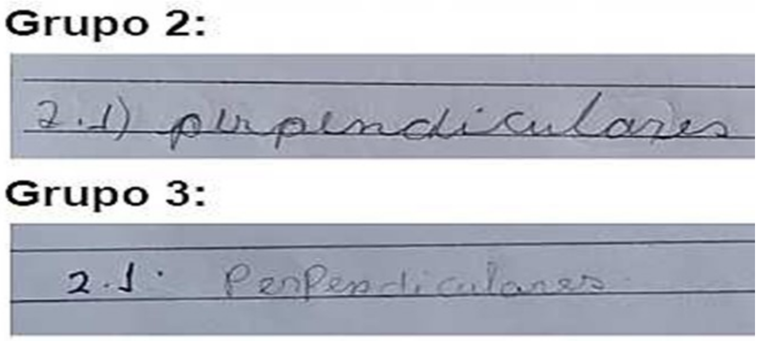
Fig. 7. Respostas da questão 2.1 da atividade 1, do Grupo 1.



Fonte: [6, p. 46].

Mesmo apoiados em uma sugestão de leitura presente no livro didático que aborda o conteúdo trabalhado, o grupo 1 afirmou que esses lados poderiam ser chamados de polígonos, o que indica que não houve uma compreensão do questionamento realizado. Já os outros grupos foram precisos em suas respostas, como podemos observar na Figura 8.

Fig. 8. Respostas da questão 2.1 da atividade 1, dos Grupos 2 e 3.



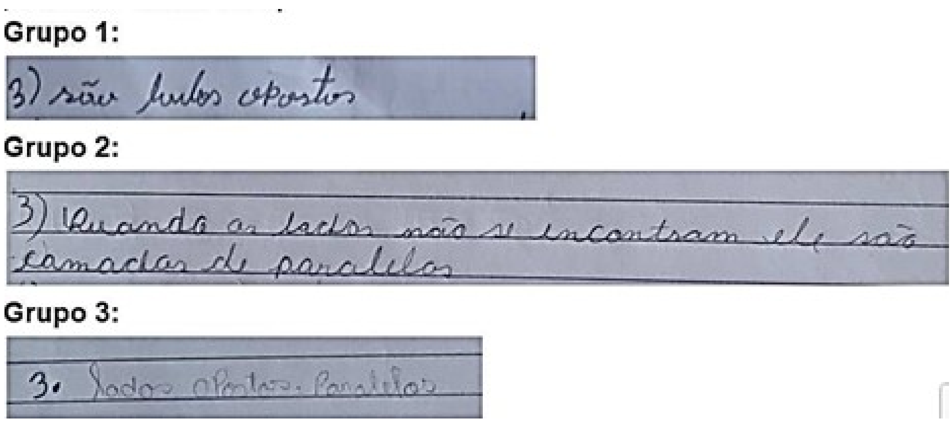
Fonte: [6, p. 47].

Observamos que o material sugerido para leitura juntamente com as conclusões realizadas nas questões anteriores foi primordial para que os grupos pudessem responder coerentemente o item 2.1, que claramente é o caso dos grupos 2 e 3, o que não aconteceu com o grupo 1.

Analisamos que de acordo com [8], o grupo 1 atuou no primeiro nível Vanheliano, visto que suas descrições para este questionamento refletem experiências puramente visuais, não conseguindo utilizar termos técnicos sobre suas conclusões relacionadas aos lados da forma geométrica em questão. Enquanto que os grupos 2 e 3, a partir do processo de observação e experimentação informaram de forma precisa suas conclusões, o que segundo [2], configura sua atuação no segundo nível.

Na questão 3, a indagação foi sobre os lados que não se tocam, solicitando dos alunos que os identificassem e dissessem como se chamavam. Observamos que o grupo 1 fez apenas a identificação desses lados, chamando-os de lados opostos, já o grupo 2, não os identificou, porém, justificou que esses lados podem ser chamados de paralelos, enquanto que o grupo 3 trouxe as duas informações, como podemos acompanhar na Figura 9.

Fig. 9. Respostas da questão 3 da atividade 1, dos Grupos 1,2 e 3.

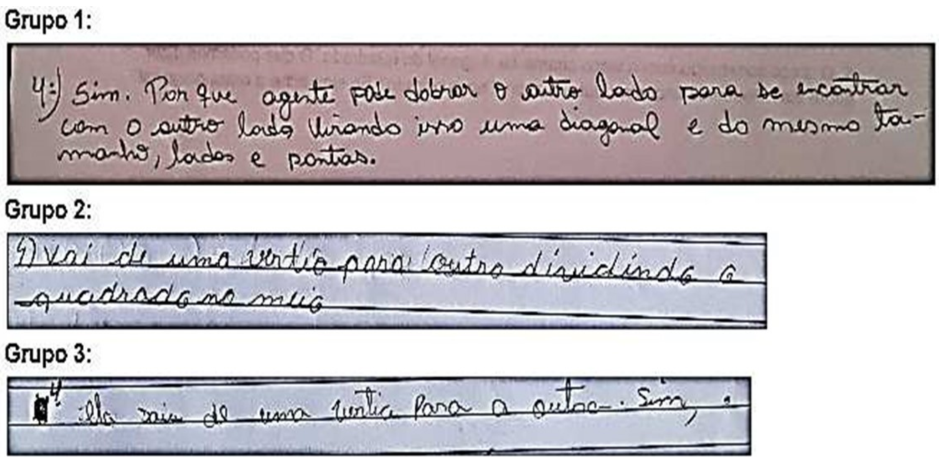


Fonte: [6, p. 47].

Mais uma vez o material sugerido para leitura foi essencial para a conclusão das respostas da questão 3 pelos grupos. A discrepância nas respostas informadas pelos discentes nos mostram os diferentes níveis de atuação que estes grupos se encontram, os grupos 1 e 3 por exemplo, ainda situam-se no nivel 1 de Van-Hiele, pois é nítido sua “prisão” ao visual e a ausência dos vocábulos geométricos, o que de acordo com [8] os caracteriza neste cenário, ainda sob esta visão percebemos que apenas o grupo 3 alcançou o segundo nível Vanhieliano, uma vez que conseguiram apresentar relações entre propriedades e a figura.

Dessa vez na questão 4, identificando uma das diagonais do quadrado foi questionado o que poderia ser afirmado sobre ela e se havia a existência de outra, observamos que todos os grupos compreenderam a proposta da questão, conforme a Figura 10.

Fig. 10. Respostas da questão 4 da atividade 1, dos Grupos 1,2 e 3.



Fonte: [6, p. 48].

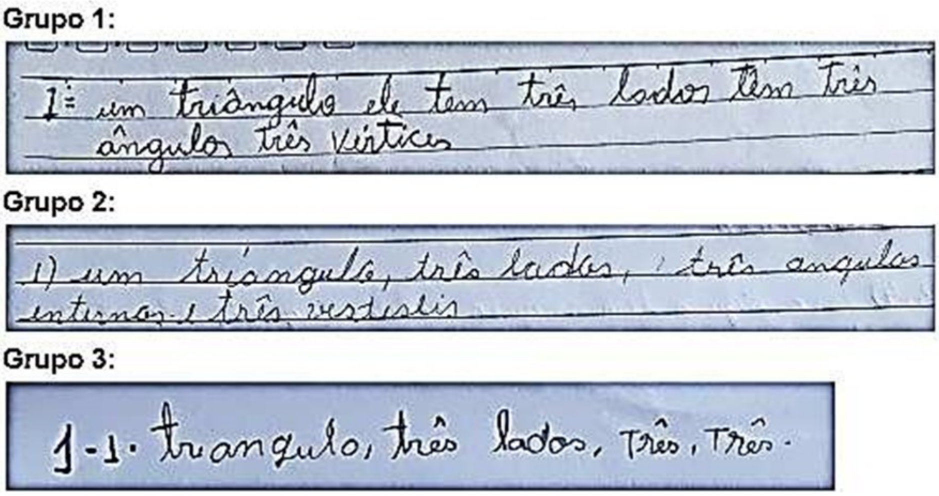
Para justificar que a diagonal do quadrado vai de um vértice ao outro não consecutivo, o grupo 1 tenta explicar que unindo esses vértices, os lados se encontram formando um vinco justamente na diagonal do quadrado, afirmando também que existem duas diagonais. Já o grupo 2 afirma que a diagonal vai de um vértice ao outro e que divide o quadrado em duas partes iguais, porém não respondeu sobre a existência ou não de mais diagonais. O grupo 3, além de fazer a mesma afirmação do grupo 2, afirmou que o polígono apresentado possuía outra diagonal. Neste item, de acordo com os critérios estabelecidos por Van-Hiele apresentados por [8], todos os grupos atuaram no segundo nível do pensamento geométrico, visto que a partir da observação e experimentação atenderam as expectativas de solução, trazendo conceitos essenciais do quadrado.

3.2 Análise da Atividade de Construção do Triângulo

Para essa atividade propomos a construção do triângulo isósceles retângulo por meio de dobraduras em uma folha de papel A4 e foram realizados quatro questionamentos a partir do polígono que foi construído. Todos os alunos conseguiram construir o polígono a partir das instruções dadas.

No item 1 que questiona a figura geométrica formada e quantos lados, vértices e ângulos internos ela possui, todos os grupos afirmaram que foi formado um triângulo e que ele apresentava 3 lados, 3 ângulos internos e 3 vértices, como podemos observar na Figura 11.

Fig. 11. Respostas da questão 1 da atividade 2, dos Grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

1= um triângulo ele tem três lados tem três ângulos três vértices

Grupo 2:

1) um triângulo, três lados, e três angulos internos e três vestisis

Grupo 3:

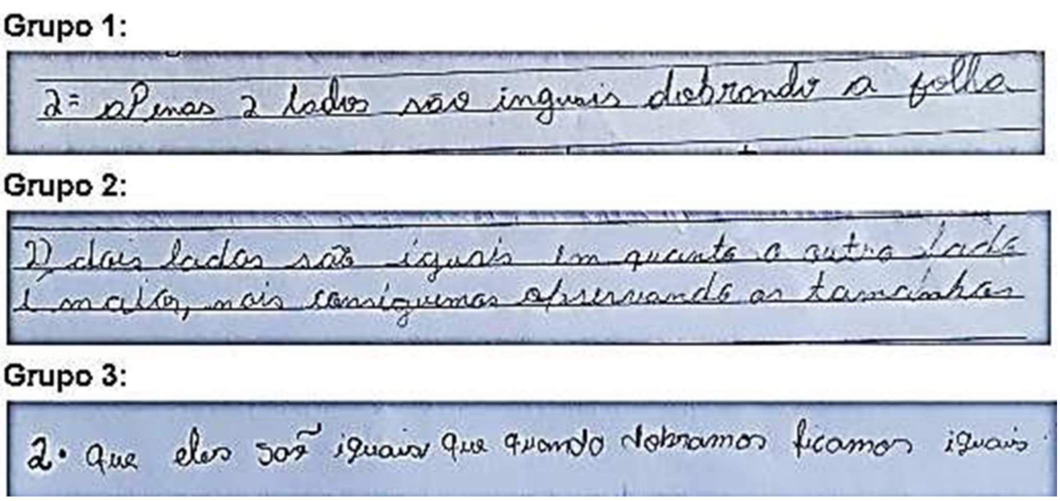
1-1. triangulo, três lados, Três, Três.

Fonte: [6, p. 49].

Esses dados mostram que após a discussão da atividade 1 e aplicação da atividade 2, todos os grupos conseguiram quantificar corretamente os elementos do polígono trabalhado (Lados, vértices e ângulos internos). Por serem capazes de apontar características da figura geométrica em questão corretamente, segundo [2], observamos que para esse item investigado todos os grupos alcançaram o nível 2 de Van-Hiele.

Questionados no item 2, sobre o que é possível observar em relação aos lados do triângulo construído e como foi feita essa conclusão, os grupos 1 e 2 afirmam que dois de seus lados são congruentes. Para justificar que ao transferir a medida de um lado para o outro observa-se a congruência entre os lados, o grupo 1 e 3 alegam que ao dobrar a folha verifica-se que os lados apresentam as mesmas medidas. Já o grupo 2 relatou que dois lados do triângulo são iguais, mas que realizou esta conclusão apenas de forma visual, conforme a Figura 12.

Fig. 12. Respostas da questão 2 da atividade 2, dos Grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

2= aPenas 2 lados são inguais dobrando a folha

Grupo 2:

2) dois lados são iguais em quanto o outro lado é maior, mais conseguimos observando os tamanhos

Grupo 3:

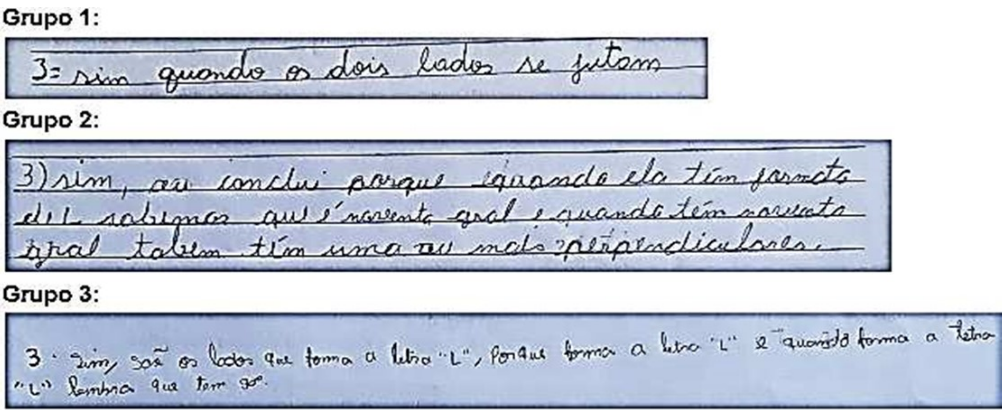
2. que eles são iguais que quando dobramos ficamos iguais.

Fonte: [6, p. 50].

Apesar do grupo 2 não conseguir demonstrar através de dobraduras a congruência entre os dois lados do triângulo, observaram que dois de seus lados eram os mesmos que formavam o quadrado levando-os a esta conclusão. De acordo com estas informações e em [2], os grupos 1 e 3 por perceberem a congruência existente, demonstrando tal afirmação a partir de dobraduras, atuaram no segundo nível Vanhieliano, enquanto que o grupo 2, por se prenderem apenas ao visual da forma geométrica, como os próprios relataram, não o alcançou.

Na questão 3, ao serem indagados sobre a existência de lados perpendiculares na figura construída e o porquê, o grupo 1 admite sua existência, porém para argumentar sua justificativa apenas identificou de modo superficial onde se encontrava esses lados perpendiculares, sem detalhar como chegou e o que levou a esse resultado. Já os grupos 2 e 3 foram além, afirmando que havia lados perpendiculares no polígono formado, explicou que devido à lembrança da letra L presente entre dois desses lados faz com que o polígono apresente um ângulo de 90° graus, assim como podemos observar na Figura 13.

Fig. 13. Respostas da questão 3 da atividade 2, dos Grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

3= sim quando os dois lados se jutam

Grupo 2:

3) sim, eu conclui porque quando ela tem formato de L sabemos que é noventa grau e quando tem noventa grau tabem tem uma ou mais perpendiculares.

Grupo 3:

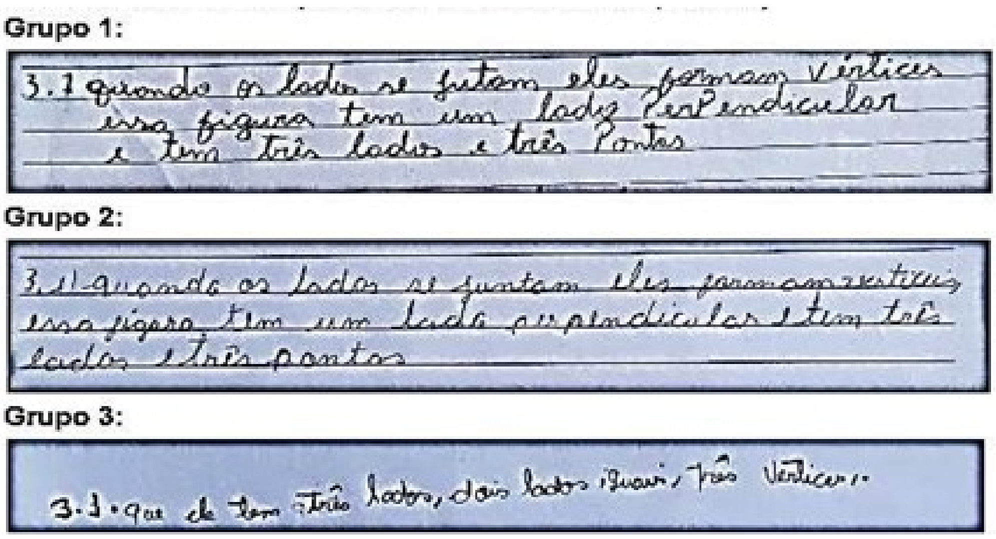
3. sim, são os lados que forma a letra "L", porque forma a letra "L" e quando forma a letra "L" lembra que tem 90°.

Fonte: [6, p. 51].

Observa-se que a ideia de lados perpendiculares pelos grupos 2 e 3 estão construídas, enquanto que o grupo 1 demonstra que ainda não conseguiram significar esses conceitos. Assim sendo, diante do perfil de classificação apresentado por [8] sobre os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, apenas o grupo 1 não alcançou o nível 2 de Van-Hiele.

No item 3.1 é solicitado que os alunos descrevam a figura geométrica construída como se estivessem descrevendo para alguém que não tem acesso a ela. Nesse quesito os três grupos apontaram a quantidade de lados, vértices e ângulos internos que o polígono descrito possuía, conforme a Figura 14.

Fig. 14. Respostas da questão 3.1 da atividade 2, dos Grupos 1,2 e 3.



Fonte: [6, p. 51].

Analisamos que os grupos 1 e 2 ao fazer referência aos vértices da figura geométrica, usa o termo "pontas" além de citarem que ela possui lados perpendiculares, enquanto que o grupo 3 menciona que dois de seus lados são congruentes, entretanto todos os grupos conseguiram fazer suas descrições de forma coerente e compreensível. Dessa forma, foi possível observar que características e propriedades essenciais da figura geométrica trabalhada neste item foram enfatizadas, o que de acordo com [8], é um dos atributos mais importantes que caracteriza a atuação no segundo nível do pensamento geométrico, o que claramente é a realidade de todos os grupos para este questionamento.

Conclusão

Observamos que o uso dos MDs na situação didática proposta e aplicada, proporcionou momentos de dinamicidade, interação e o desenvolvimento do pensamento geométrico, quesito essencial na sala de aula de matemática, além de momentos de investigação e de desenvolvimento da criatividade.

Vale lembrar que a geometria é um dos campos de grande importância da matemática, visto que está presente em nossas vidas todos os dias e nas mais variadas situações e ambientes, mesmo muitas vezes passando despercebidas aos nossos olhos. Portanto esse eixo temático, não deve ser excluído ou deixado em segundo plano no currículo escolar.

Portanto, desejamos que este trabalho possa estimular professores de matemática a adorarem os MDs no ensino de conteúdos geométricos e de modo geral no ensino da matemática, pois estes quando usados de maneira adequada tornam o aluno protagonista no processo de aprendizagem, fazendo deles responsáveis pela construção de seus conhecimentos, e do professor, um orientador para guiá-los em suas conclusões.

Entretanto, é importante ressaltar que adotar os MDs nas aulas de matemática não é sinônimo, muito menos garantia de aprendizado, pois mais importante do que o seu uso é a forma como ele é abordado em sala de aula. Assim sendo, o professor assume um papel de extrema relevância nesse contexto, pois à maneira como ele conduz os MDs pode ser determinante no sucesso ou fracasso da aprendizagem, reforçando mais uma vez o quanto o planejamento se deve fazer presente durante todo esse processo.

ORCID

Daniel de Sousa Caldeira https://orcid.org/0000-0002-6105-7751
Fernanda Andrea F. Silva https://orcid.org/0000-0002-2347-2372

Referências

1. Brasil, Ministério da Educação, *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.
2. A. P da Costa and M. Câmara dos Santos, "O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana", *Educação Matemática em Foco*, Campina Grande, vol.6, no.2, pp. 1-31, 2017.
3. C. T. da S. Polli, "Geometria no 5º ano do ensino fundamental: proposição de uma sequência didática para o ensino de polígonos", Dissertação (Mestrado em Ensino de Linguagens e suas Tecnologias), Universidade Norte do Paraná, Londrina, 2017.
4. S. Lorenzato, "Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis", in: *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*, S. Lorenzato, Campinas-SP: Autores Associados, 2006, pp. 3-37.
5. S. Lorenzato, "Por que não ensinar geometria?", A *Educação matemática em Revista –Geometria*, Blumenau, SC: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, 1º sem. 1995, pp. 3-13.
6. D. de S. Caldeira , "Abordagem de polígonos com materiais didáticos manipulativos: uma proposta de utilização do Origami e do Tangram", Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2022.
7. P. F. Lima and J. B. P. F. de Carvalho, "Geometria"in: *Conexão explorando o ensino: Matemática*, A. P. de Almeida, G. L. Guimarães, J. B. P. F. de Carvalho, M. C. F. Mandarino, P. M. B. Bellemain, P. F. Lima and V. Gittirana (org.), Brasília: ministério da educação, 2010. cap. 7, pp. 135-166.
8. A. P da Costa and M. Câmara dos Santos, "Níveis de pensamento geométrico de alunos do Ensino Médio no Estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano", *Em Teia*, Recife, vol. 7, no. 3, pp. 1-19, 2016.
9. C. L. B. Passos, "Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de Matemática", in:*O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*, S. Lorenzato (org.), Campinas-SP: Autores associados, 2006, pp. 78.
10. V. G. Guimarães, "Ensinando a geometria euclidiana no ensino fundamental por meio de recursos manipuláveis", Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2015.
11. L. M. Imenes, *Vivendo a Matemática: Geometria das dobraduras*. São Paulo: Scipione, 1988.
12. E. L da Silva and E. M. Menezes, "Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação", *Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
13. E. P. Gonsalves, "Iniciação à pesquisa científica", Campinas, SP: Alinea, 2001.
14. E. R. B. Omura, *Ensino de formas geométricas planas no 6° ano do ensino fundamental*. Paraná, 2012.