


# O estilo do livro didático de matemática e sua relação com ensino e aprendizagem

Mathematics textbook style and its relationship with teaching and learning

Marcelo Lellis <sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>São Paulo - SP, Brasil

\*Correspondência para: [lellis@uol.com.br](mailto:lellis@uol.com.br)

## Introdução

Este texto constitui um ensaio, escrito em 2017, buscando caracterizar elementos de estilo nos livros didáticos de Matemática, relacionando o estilo com a aprendizagem, o trabalho docente e o conteúdo matemático. Os livros didáticos considerados pertencem principalmente ao período 1960 – 2015. O recorte temporal indica que o texto não aborda uma das principais discussões atualmente em voga na educação: as muitas inovações possibilitadas pelo uso da tecnologia da informação (vídeos, jogos, ensino à distância). Além disso, não trata da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que, na época da elaboração do texto, era ainda uma promessa.

Chamo de *estilo* do livro ao modo pelo qual o conteúdo é pensado e apresentado. Examinoo o estilo relacionado a três elementos essenciais no processo de ensino e aprendizagem – aluno, professor e conteúdo – conforme ilustrado no diagrama abaixo. Ao colocar o livro no vértice superior da pirâmide não pretendo superestimar seu papel na educação escolar. Apenas ressalto que o livro é o centro da reflexão neste ensaio.



Concentro-me nos livros dirigidos a alunos de 10 a 17 anos, nos quais a diversidade

de estilo é mais marcante. (Livros dirigidos a anos iniciais do aprendizado tendem a se converter em simples conjuntos de atividades).

Procuro analisar livros do momento atual brasileiro, comparando-os com obras de outros países e outros tempos, mesmo que distantes. Meu objetivo final consiste em dar características de um estilo de obra que considero o mais adequado em termos de minhas concepções de ensino e aprendizagem.

## 1. Estilo nos Bestsellers

De início, abordo obras mais vendidas, que constituem a corrente principal (*mainstream*) da produção didática.

### 1.1 Euclides e o padrão tradicional do livro didático

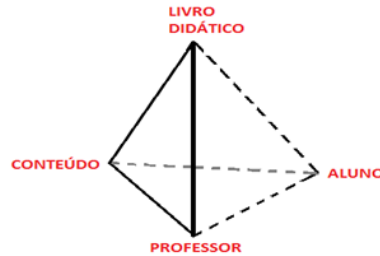
O *Elementos*, de Euclides, escrito por volta de 300 a. C. foi usado durante séculos como livro didático para o ensino de Geometria nas nações europeias e nos Estados Unidos, embora talvez não tenha sido escrito com essa finalidade. Estima-se que, entre as obras impressas até o século XX, o número de edições do *Elementos* só foi superado pelas edições da Bíblia (segundo a *História da Matemática* de C. B. Boyer [1]).

A obra de Euclides estabeleceu um padrão que foi seguido pela maioria dos livros didáticos de Matemática nos séculos XIX e XX:

- No *Elementos*: texto impessoal e conciso exclusivamente matemático, no qual não se identifica o narrador nem o leitor, linguagem adulta limitada a uma sequência de axiomas, definições, teoremas, teoremas, teoremas...
- Nos livros didáticos: as mesmas características, embora os teoremas sejam frequentemente substituídos na exposição por regras não justificadas e, ao fim de cada trecho expositivo ou capítulo, haja exercícios, quase sempre em contextos intramatemáticos.

Os livros didáticos com o estilo **euclidiano** se revelaram ao longo dos séculos XIX e XX um obstáculo à compreensão dos estudantes, como argumentou L. M. Imenes em sua dissertação de mestrado na Unesp [2]. Os alunos, mesmo de posse do livro, quase nunca o consultavam porque não compreendiam o texto, o que tornava a relação *aluno – livro didático – conteúdo* limitada aos exercícios. O processo de ensino e aprendizagem ficava centralizado na relação *professor – aluno – conteúdo* e, quando o professor ministrava aulas imitando o estilo euclidiano do livro didático – ocorrência frequente, aliás – também essa relação era prejudicada. Talvez por isso Yves Chevalard tenha observado em uma de suas obras (*Estudar Matemáticas* de Chevalard, Bosch e Gascón [3]) que o livro didático, além das séries de exercícios, só é utilizado para se consultar um gráfico mais preciso ou um desenho geométrico mais bem feito.

O diagrama abaixo, já apresentado no início deste texto, é aqui modificado para retratar o resultado do estilo euclidiano nas relações de ensino e aprendizagem. As arestas tracejadas do tetraedro indicam os relacionamentos mais prejudicados quando o ensino se baseia nesse estilo de livro.



## 1.2 Alterando o estilo euclidiano

A partir dos anos de 1980 os livros didáticos de Matemática foram se afastando do padrão euclidiano. Nessa tendência, apresento dois modelos de livro que parecem predominantes atualmente, um na França e outro no Brasil.

### 1.2.1 O foco em problemas

Os livros didáticos franceses mais recentes se caracterizam por textos teóricos quase telegráficos, que podem também ser tomados como resumo das ideias do capítulo. Às vezes, a teoria é precedida por uma curta introdução, na qual são recordados conhecimentos básicos necessários ao que se vai estudar (em alguns casos não há revisão e sim atividades de exploração do conteúdo que segue), seguida pelo corpo teórico do capítulo; alguns teoremas são citados e até mesmo algumas demonstrações são esboçadas, ficando a critério do professor aprofundá-las. Após a teoria, seguem séries de exercícios e problemas.

Nesses livros, a relação *aluno – livro didático – conteúdo* não se limita aos exercícios (como nos livros euclidianos) porque os alunos não têm dificuldades em consultar eventualmente o resumo teórico. Pode-se dizer ainda que tais obras contribuem ao desenvolvimento do raciocínio matemático porque há problemas mais desafiadores, redigidos com certa criatividade, além de exercícios que envolvem contextos da realidade.

Suponho que o estilo desses livros possa ser chamado de **cartesiano**. Admito que há um pouco de arbitrariedade na qualificação, mas a exposição muito sintética e a insistência no raciocínio, devida ao foco em problemas, parecem aproximá-lo da imagem do célebre filósofo que, de qualquer maneira, merece a homenagem.

Acrescento que, no caso da França, o professor tem boa formação matemática. Em consequência, ele é autônomo na relação *professor – livro didático*, usando este último como recurso e não como diretriz. Assim, a atuação do professor determina a relação do aluno com o conteúdo. No diagrama abaixo, a incógnita sobre a atuação

do professor é representada pelas interrogações.



### 1.2.2 A inclusão de contextos da realidade

Já no final dos anos de 1970, o professorado brasileiro se afastava do padrão euclidiano, dando pouca importância às definições, eliminando demonstrações de teoremas, os quais eram considerados apenas como regras, tudo isso para reforçar o aspecto procedimental do conteúdo matemático, isto é, em essência, os cálculos.

No final dos anos de 1990, o Ministério da Educação de nosso país divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais e simultaneamente instituiu uma avaliação prévia dos livros didáticos que seriam comprados pelo governo para distribuição aos alunos da escola pública. Os dois eventos, contribuíram para alterações significativas no estilo dos livros didáticos brasileiros, cujos autores começaram timidamente a relacionar o conteúdo matemático com a realidade vivida, atendendo a recomendações implícitas nos PCN e explícitas nas resenhas dos avaliadores, sem abandonar a ênfase nos procedimentos, que parecia atender os desejos do professorado.

Em consequência, a característica mais evidente desses livros que surgem com o século XXI é a presença de textos extramatemáticos, quase sempre redigidos com clareza, embora para um leitor adulto, abordando curiosidades, aplicações de conteúdos matemáticos e informações sobre História da Matemática. Na maior parte das vezes, porém, esses textos não são aproveitados para construir noções matemáticas, nem para criar contextos para os exercícios. Ainda assim, todo esse material tem certo valor porque pode apoiar o professor no planejamento da aula.

Apesar da presença dos textos contextualizadores, o objetivo pensado para os alunos continua sendo o domínio de procedimentos – técnicas, cálculos numéricos ou algébricos, problemas padronizados –, o que se depreende das sequências de exercícios. Prosseguindo a tendência iniciada nos anos de 1970, diversos fatos matemáticos são enunciados sem justificativa. Teoremas surgem apenas em capítulos de Geometria, mas não são explorados nas atividades, as quais exigem apenas o conhecimento da informação que consta do teorema. Por exemplo, demonstra-se o Teorema de Pitágoras e todos os exercícios se limitam a pedir o cálculo de medidas de lados de triângulos retângulos.

Alguns autores afastam-se mais ainda do modelo euclidiano, quase eliminando as definições, que são substituídas por exemplos mais ou menos ligados ao cotidiano dos alunos. Essa postura tem um lado positivo, pois algumas definições não contribuem para apreender o conceito envolvido e outras se chocam com o referencial do aluno. Por exemplo, definir ângulo como *união de duas semirretas de mesma origem* não ajuda a compreender medida de ângulo, que é o que se usa na prática; definir primo como *número com apenas dois divisores distintos* causa estranheza pelo uso da palavra *primo* e pelo interesse em números com dois divisores (por que apenas esses teriam importância?). Por outro lado, certas definições bastante diretas não deveriam ser evitadas.

Parece razoável qualificar o atual do livro didático brasileiro como **pragmático**, pois atende a diversas finalidades: contemplar as exigências de contextualização dos avaliadores, fornecer material que alguns professores poderiam usar em aula para interessar os alunos e, visando a atender a maioria do professorado, desenvolver a prática de técnicas e cálculos.

### 1.3 Aula de Matemática e o livro pragmático

Alguns pedagogos vêm evidenciando um padrão para as aulas de Matemática nas últimas décadas, que minimiza preocupações teóricas com definições e demonstrações. (Isso parece ocorrer em muitos lugares, como sugerem os vídeos protagonizados por Salman Khan que podem ser vistos no *Youtube*). Essa forma de aula se caracteriza por três etapas:

- o professor explica *como* resolver certos exercícios;
- o professor propõe tarefa para os alunos com exercícios similares aos resolvidos em sala;
- o professor refaz na aula (ou corrige) os exercícios passados como tarefa.

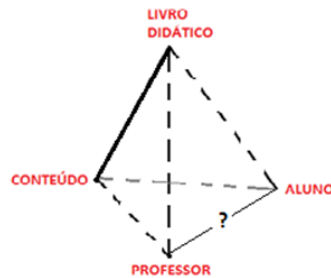
A “aula de três etapas” visa instrumentalizar o educando sobre o “como fazer” ou “como resolver” certos exercícios típicos. Essa forma de aula é compatível com o livro didático de estilo **euclidiano** ou com o livro de estilo **cartesiano** quando o professor não valoriza a parte teórica, mas parece mais adequada ainda ao estilo **pragmático** acima descrito, uma vez que este costuma ter exercícios bem padronizados. Nesse caso, não se contribui para o objetivo sempre divulgado nas propostas curriculares de desenvolver raciocínio a partir da Matemática, mas, por outro lado, desenvolve-se certo domínio procedimental a partir do treino, de maneira próxima às ideias do professor Toru Kumon (ver o livro *Estudo gostoso de Matemática* [4]), divulgadas no Japão dos anos de 1950.

Parece razoável concluir dessas considerações que as obras de estilo pragmático, por si sós, não reforçam a relação *aluno – livro didático – conteúdo*. Mesmo os textos que aproximariam o conteúdo da realidade não costumam ser lidos espontaneamente

pelos alunos, entre outras razões por serem longos. Como já se disse, a efetividade do que o livro oferece depende da ação do professor.

Essa ação é limitada pelas lacunas na formação matemática e pedagógica do professor. Assim, ele usa o livro como diretriz, mas não o aproveita integralmente porque os citados problemas na formação profissional o levam a focar o ensino apenas nos procedimentos.

Procuro retratar essas considerações no diagrama abaixo.



## 2. Estilos Variados nos *Outsiders*

Apresento em seguida exemplos de *outsiders*, isto é, livros da corrente marginal, de menor público, que também se afastam do padrão euclidiano, às vezes de forma mais radical que os *bestsellers*. Há, entretanto, outras características marcantes nessas obras quando comparadas às da corrente principal:

- evidenciam a relação com o aluno por meio da interlocução com ele;
- renovam a relação com o conteúdo, em alguns casos renunciando inteiramente ao formato euclidiano.

Talvez um dos trabalhos mais antigos nessa linha seja o livro de Aritmética do filósofo e matemático Condorcet, conhecido como o último dos enciclopedistas. Em 1794, Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquês de Condorcet, escreveu *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité (Meios de aprender a contar com segurança e facilidade)*, em estilo claramente não euclidiano. Na obra, em vez do texto impessoal, o autor se dirige diretamente ao leitor; no lugar de iniciar a exposição de cada tópico por definições, isto é, euclidianamente, opta por um discurso motivador, deixando para o final o que se costuma chamar de sistematização (definições, regras, generalizações).

Entretanto, apesar do interesse pessoal no trabalho desse iluminista, para não fugir a meus objetivos, devo tratar de obras mais recentes.

### 2.1 Os volumes do SMSG: aposta no texto sobre Matemática

O *School Mathematics Study Group* (SMSG), estabelecido no final dos anos de 1950 para modernizar o ensino da Matemática nos Estados Unidos, produziu livros

didáticos que diferiam do padrão dominante e que foram traduzidos no Brasil no início da década de 1960. Uma das novidades era a interlocução com o aluno-leitor, no lugar do texto euclidiano impessoal. Os autores tratavam o leitor por você, sugeriam atitudes e comportamentos para o estudante. Além disso, comentavam o conteúdo matemático de maneira a ajudar na construção de conceitos, ou seja, teciam um texto sobre a Matemática. Um exemplo está no trecho a seguir, escolhido mais ou menos ao acaso:

Sempre que parecia haver uma boa razão para fazer isso, criamos novos conjuntos de "números". Por exemplo, ao criar quantidades complexas, partimos não das quantidades em si mesmas mas de uma finalidade: descobrir um sistema de números, cada um dos quais possua uma raiz quadrada. Depois de elaborarmos isto, não é difícil compreender que não há razão alguma para parar de criar. Por que não deveríamos desejar criar muitos tipos de números novos?

Fonte: SMSG - Matemática Curso colegial [11]

O texto sugere que logo a seguir será apresentada uma criação matemática nova (para o estudante), que pode ser considerada um tipo de número. De que objeto matemático se trata? Um pouco surpreendentemente a novidade é o conceito de matriz. De fato, como as matrizes quadradas constituem um anel, por que não as considerar como um novo tipo de número? Essa percepção por si só já contribui para enriquecer o conceito na cabeça do estudante.

Embora os volumes do SMSG acabassem por expor euclidianamente o conteúdo, as introduções e os comentários entremeados ao longo do texto reforçavam a relação *aluno – livro didático – conteúdo*, especialmente se lembrarmos que a obra se dirigia ao ensino médio, isto é, para alunos com alguma autonomia. Parece claro ainda que o texto tinha em vista reforçar a relação *professor – livro – conteúdo*, buscando fazer o professor olhar de forma nova o conteúdo matemático.

Os livros didáticos do SMSG, mesmo sem trazer contextos da realidade e ainda mantendo o estilo euclidiano no conteúdo exclusivamente matemático, contribuíram significativamente para aprendizados além daqueles oferecidos pelos exercícios. Entretanto, não foram populares entre o professorado, seja por incluir temas novos, desconhecidos de muitos professores, seja pelo nível matemático relativamente avançado.

## 2.2 A arte de Harold Jacobs: aposta no texto genérico

Trata-se de um autor norte-americano que elaborou obras didáticas bastante fora do padrão dominante na década de 1970. Em seus livros, que ainda têm um público fiel, o conteúdo é apresentado com base em um esquema constante: texto

introdutório narrativo ou dissertativo, que pode conter fotos, anedotas, tirinhas de quadrinhos etc., conduzindo à apresentação de um tópico matemático, seguido de duas ou mais séries de exercícios.

Por exemplo, a Lição 5 do livro de Geometria de Jacobs, começa por apresentar o desenho ao lado, explicando que provém de um estudo dos Laboratórios Bell para determinar quanta informação deve ter uma imagem para ser reconhecível (no caso, deve-se reconhecer Abraham Lincoln). Observa-se em seguida que a imagem é formada por retângulos e quadrados. Essa é a deixa para o texto se tornar euclidiano e apresentar uma definição: *retângulo é um quadrilátero equiângulo*.



Fonte: Image of Abraham Lincoln as a matrix of pixel values

Os livros didáticos desse autor se dirigem a alunos de 15 e 16 anos, faixa etária na qual diversas escolas norte-americanas contemplam um ano escolar de Álgebra e outro de Geometria Plana. A organização imutável, mas sempre com detalhes criativos, de cada pequeno capítulo, nos leva a pensar em uma obra de arte, não apenas em um livro didático. Entretanto, Jacobs recebe críticas dos que concebem o conhecimento matemático em termos de “simples execução de procedimentos”. Por exemplo, diz-se que o livro é enfadonho para alunos que desejam *do Mathematics*, isto é, “fazer Matemática” no sentido de calcular, resolver, sem se preocupar com histórias motivadoras. (Em minha opinião “*do Mathematics*”, entendido como foco em procedimentos é um equívoco. Vejo um valor educativo na Matemática que decorre muito mais das narrativas sobre Matemática, ou em torno dela, do que das simples técnicas.)

Quando trata do conteúdo Matemático, o estilo de Jacobs é euclidiano. Na maioria das vezes, suas introduções não se relacionam diretamente com o conteúdo matemático, nem contribuem para a construção conceitual, servindo em essência, para “dourar a pílula”. Pode-se argumentar, porém, que esse efeito pode ser benéfico para o aprendizado, na medida em que atrai o interesse do aluno, além de dotar o professor de um plano para desenvolver uma aula expositiva agradável. Dessa maneira, Jacobs reforça as relações *aluno – livro – conteúdo* e *professor – livro – conteúdo*.



### 2.3 A coleção *Matemática aplicada*

Trata-se de uma obra em três volumes para ensino médio dos autores, F. Trotta, L. M. Imenes e J. Jakubovic, lançada entre nós no período 1978/1979, que foi muito elogiada por educadores e matemáticos. A apresentação dos tópicos se caracterizava por tomar como ponto de partida problemas da realidade que poderiam dar origem à teoria matemática em questão. Por exemplo, no lugar das definições abstratas que levam ao conceito de função, os autores começavam discutindo a variação do consumo de combustível de um automóvel em função da velocidade ou o crescimento das populações ao longo do tempo. Uma forma de apresentação claramente não euclidiana.

O enfoque dos conteúdos proposto nessa obra, revolucionário na época, foi bem-sucedido no plano da exposição dos temas, revelando muitas das motivações práticas que levaram à construção de teorias. Mesmo assim, a obra como um todo continha falhas no plano didático e dificuldades nas relações *professor – livro – conteúdo* e *aluno – livro – conteúdo*.

Do ponto de vista didático podem ser criticadas as exposições muito longas de certos tópicos, consequência do objetivo de mostrar as motivações da teoria (por exemplo, a extensa apresentação da trigonometria, com a primeira parte restrita ao triângulo retângulo, a segunda parte aos ângulos de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  e, somente na terceira parte atingindo as funções trigonométricas generalizadas). Além disso, os autores superestimaram a formação matemática e didática do professorado. Exploraram noções matemáticas de nível mais alto que o habitual, supondo que os professores conseguiriam conduzir a aprendizagem a partir de problemas próximos da realidade, tarefa excessiva para muitos que só sabiam trabalhar com exercícios padronizados. Também para os alunos a obra era difícil, pois, além de se defrontar com uma proposta nova, não alcançavam ler de maneira autônoma os textos do livro, alguns razoavelmente complexos.

### 2.4 Uma proposta construtivista

A coleção *Fazendo e Compreendendo Matemática* para o Ensino Fundamental 2, de Manhúcia Liberman, Helenalda Nazareth, Franca Gottlieb, Anna Averbuch, com supervisão de Lucília Bechara Sanches constituiu mais uma etapa do trabalho que as autoras e a supervisora, juntas ou separadas, vinham desenvolvendo desde a época do movimento chamado de Matemática Moderna do final dos anos de 1960.

A coleção citada, elaborada na década de 1990, caracterizava-se por ausência de capítulos teóricos, sendo composta apenas por atividades – exercícios e problemas – divididos em dois grupos: alguns de caráter introdutório e os seguintes de reforço, aprofundamento e desafio. Supõe-se que entre um grupo e outro o professor deveria desenvolver uma ou mais aulas discutindo e eventualmente expondo o conteúdo preparado pelo primeiro grupo de atividades. Nesse sentido, a obra assume uma

postura construtivista: são as percepções dos alunos no primeiro grupo de atividades que deveriam deflagrar a aprendizagem, que continuaria ocorrendo no decorrer da aula e das atividades posteriores.

Neste trabalho, destaca-se a ausência de guias para o professor, ou, em outras palavras, a quase ausência da relação *professor – livro didático – conteúdo*, como se o livro didático quisesse assumir a totalidade do processo de ensino e aprendizagem. (Na prática, isso ocorreu muitas vezes devido ao despreparo dos professores para conduzir uma aprendizagem construtivista.) A relação com o aluno, embora englobasse a totalidade do material oferecido, também se revelou frágil por falta de alguma forma de motivação e direcionamento.

### 3. O Estilo Adequado Aqui e Agora

Nesta seção final, pretendo buscar o estilo de livro didático mais conveniente, retomando os estilos apresentados sobre o pano de fundo de algumas das ideias em voga sobre ensino, aprendizagem e escolarização nesta segunda década do século XXI.

#### 3.1 Educação brasileira atual

Quando se pensa na escola em nosso país, as duas expressões mais frequentes parecem ser “a crise da escola” e “metodologias ativas” no ensino e aprendizagem. Também está presente a preocupação com “o sentido do conteúdo”, apesar de não se usar essa expressão e sim outras como “contextualização”, “aprendizagem significativa”, “escola para a vida” etc.

A crise da escola, se existe, é repleta de nuances. É improvável que noruegueses ou finlandeses sequer pensem na crise. Também japoneses ou coreanos, com sistemas escolares bastante diferentes dos ocidentais citados, parecem não ter essa preocupação. Já na França a expressão tem sentido, quase sempre conectada aos imigrantes que vivem na periferia de grandes cidades e não se adequam ao outrora bem-sucedido sistema escolar desenvolvido no século XIX. No Brasil, fala-se em crise relacionada à falta de prestígio da instituição escolar, à evasão de alunos, às aulas entediantes (tudo isso, especialmente na escola pública) e apontam-se as metodologias ativas e a busca de sentido dos conteúdos como parte da solução. Parece-me que a precariedade das instalações, o baixo salário dos professores e sua formação docente bastante limitada – aliás, estes dois últimos fatores se alimentam mutuamente – constituem razões mais básicas para a crise da escola. Entretanto, esse problema não cabe em um trabalho sobre estilo de livros de Matemática e, portanto, vou me limitar aos aspectos didáticos e pedagógicos relacionados à baixa efetividade do processo de ensino e aprendizagem em nosso país. (Para evitar mal-entendidos afirmo que sou favorável às aprendizagens ativas e à busca do sentido dos conteúdos.)

O uso de “metodologias ativas” vem sendo recomendado sob várias formas desde

Sócrates, passando por Dewey, Piaget, Vigotsky e Paulo Freire. Acredita-se que os educandos devam assumir certo protagonismo em sua aprendizagem, fazendo escolhas, trabalhando autonomamente, em última análise, aprendendo a aprender.

Sobre o “sentido do conteúdo”, apresento uma arguta observação do educador catalão Antoni Zabala, na obra *Enfoque globalizador e pensamento complexo*:

Por que tenho de fazer o esforço de aprender um conteúdo que não tem nada a ver com meu mundo experiencial, um conteúdo que é totalmente estranho à minha realidade, que aparentemente em nenhum momento me foi necessário, um conhecimento do qual não disponho de nenhuma ideia que me permita sentir-me competente, do qual não tenho nada que dizer ou opinar? Difícilmente se pode pretender uma aprendizagem profunda e significativa se não se consegue dotar de sentido o próprio conteúdo e as atividades necessárias para sua aprendizagem, se não se conhece o valor que esse conteúdo possa ter para a própria pessoa [5].

Aceitando esses princípios, pergunto como poderia o livro didático contribuir para uma *metodologia ativa* e um *aprendizado com sentido*, isto é, significativo do ponto de vista do educando.

### 3.2 O estilo conveniente nas condições atuais

Como primeira condição, coloco a interlocução com o educando, o texto que se coloca ao lado de quem aprende, trata-o por você, dialoga com seu leitor, faz uso de narrativas e de problematizações. Nessa linha, as obras de Jacobs devem ser examinadas com atenção, devido a seus textos curtos, claros e interessantes, expressamente elaborados pelo autor para serem lidos por jovens pré-adolescentes ou adolescentes. (Aproveito para comparar o papel do texto no livro de Jacobs e nas obras pragmáticas, embora todas tenham grande quantidade de texto extramatemático ou sobre Matemática. No primeiro caso, o texto é planejado para interlocuções específicas com o aluno, enquanto, nas obras pragmáticas, o texto apenas veicula informações esparsas).

Consideremos em seguida a possibilidade de o livro contribuir para uma metodologia ativa. Encontramos indícios de uma proposta ativa no livro cartesiano e no exemplo de obra construtivista, desde que, tanto em um caso como no outro, os alunos se engajem na resolução de problemas, ou nas atividades que preparam as séries de problemas. Nos dois estilos de obra, porém, fazem falta recursos que motivem esse engajamento e, mais geralmente, que levem à livre manifestação dos alunos sobre o objeto de estudo e à troca de ideias. Pode-se argumentar que os aspectos que acabei de citar sejam tarefa do professor. Entretanto, a obra didática tem muito a oferecer no sentido de aproximar o ensino desses objetivos quando propõe:

- temas para discussão oral sob coordenação do professor em sala de aula;
- questões para investigação matemática;
- pesquisas envolvendo levantamento de dados, projetos de pesquisa;
- *web quests* etc.

Uma das referências atuais em torno do protagonismo dos alunos são as “aulas invertidas”, para as quais os educandos se preparam de antemão, podendo até substituir o professor em sala de aula. As obras didáticas que aproveitam o texto para se comunicar com os alunos, e não apenas para expor conteúdo, têm as melhores condições para promover a ocorrência de aulas invertidas.

Quanto ao sentido dos conteúdos, parece evidente a importância de uma coleção como *Matemática aplicada*, que consegue dar propósito a boa parte das teorias apresentadas por meio das necessidades concretas que as originaram. Também a coleção do SMSG tem alguma contribuição a dar nesse campo, em certos casos dando sentido a conteúdos com base em considerações intramatemáticas. Nessas duas coleções, observei a falta de recursos que permitam aos alunos discutir as ideias envolvendo os sentidos apresentados para cada conteúdo, mas a manifestação dos alunos sobre o objeto de estudo e a troca de ideias, já sugeridas acima, podem muito bem dar conta dessa carência.

Em síntese, a obra didática que considero adequada no momento atual se caracteriza principalmente por dialogar com o aluno-leitor, apoiar o professor de modo a propiciar o diálogo em sala de aula, expor os conteúdos de maneira a desvelar seus sentidos, sugerir reflexões intra e extramatemáticas, desenvolver capacidades de resolução de problemas.

Dessa forma, a obra ajudaria o aluno a construir seu conhecimento de maneira reflexiva, eventualmente desenvolvendo postura crítica. Simultaneamente, dotaria o professor de recursos que lhe permitiriam implementar diálogo, reflexão e resolução de problemas. Claro que tudo isso funcionaria se o professor estivesse em sintonia com a obra didática, compreendendo seu projeto e implementando-o, o que, na atual situação, pode ocorrer, mas não com muita frequência.

### Pós-escrito

- Evidentemente, minhas análises e conclusões dependem de certas concepções prévias. Quem vê a Matemática como um receituário de cálculos, ou pensa o ensino e aprendizagem como transmissão de fatos não aceitaria o estilo de livro que propus.
- Este texto não leva em conta as diversas tecnologias de informação e comunicação que começam a se tornar disponíveis para o professor e prometem transformar o livro didático em objeto de museu, na hipótese de que os museus sobrevivam. Provavelmente, eu tratarei dessas modernidades em outro texto, assim que compreender melhor para onde elas nos levam.

### Referências

- [1] C. B. Boyer, “História da Matemática”, Trad. Elza Gomide, São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

- [2] L. M. P. Imenes, “Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática”, *Dissertação de Mestrado*, Rio Claro: UNESP, 1989.
- [3] Y. Chevalard, M. Bosch and J. Gascón, “Estudar Matemáticas – O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem”, Porto Alegre: ARTMED, 2001.
- [4] T. Kumon, “Estudo Gostoso de Matemática – O segredo do Método Kumon”, Trad. Silvia Shiota, 5th, São Paulo: Ediouro, 1998.
- [5] A. Zabala, “Enfoque globalizador e pensamento complexo”, Porto Alegre: ARTMED, 2002.
- [6] M. L. M. Gomes, “Um livro didático da França iluminista: a Aritmética de Condorcet, *Zetetiké*: Campinas, Unicamp/CEMPEM, vol.9, no.1-2, 2001. [Online]. Available: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646936>
- [7] G. G. Granger, “Filosofia do Estilo”, Trad. Scarlett Marton, São Paulo: Perspectiva, 1974.

### Principais obras didáticas examinadas

#### *Outsiders*

- [8] M. de Condorcet, “Moyens d’apprendre à compter sûrement et avec facilité”, Edição póstuma de 1854. [Online]. Available: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5828975s/f16.item.texteImage>
- [9] R. H. Jacobs, “Elementary Algebra”. New York: W. H. Freeman & Co., 1979.
- [10] M. P. Liberman *et al.* “Fazendo e compreendendo Matemática”, vol. 5ª a 8ª séries. São Paulo: Solução, 1997.
- [11] School Mathematics Study Group, “Matemática–Curso colegial”, vols 1, 2, 3. Trad. Lafaiete de Moraes e Lydia Condé Lamparelli, São Paulo: USAID e Universidade de Brasília, 1964.
- [12] F. Trotta, L. M. Imenes and J. Jakubovic, “Matemática Aplicada – 2º Grau”, vol. 1, 2 e 3, São Paulo: Moderna, 1979.

#### “Cartesianos”

- [13] L. Courrieu *et al.*, “Math”, vol. 6th, 5th and 4th classes, Paris: Delagrave, 1992.
- [14] J. Malaval, D. Courbon *et al.*, “Transmath”, vol. 6, 5 and 4 classes, Paris: Nathan, 2001.
- [15] J. Malaval *et al.*, “Transmath”, vol. 6, 5 and 4 classes, Paris: Nathan, 2013.

### “Pragmáticos”

- [16] A. Andrini and M. J. Vasconcellos, “Praticando Matemática”, São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- [17] J. R. Giovanni *et al.*, “A conquista da Matemática”, São Paulo: FTD, 2013. (Várias edições anteriores, também foram consultadas e são significativamente diferentes.)
- [18] G. Iezzi *et al.*, “Matemática e realidade”, São Paulo: Atual, 2015. (Várias edições anteriores, também foram consultadas e são significativamente diferentes.)
- [19] G. Iezzi *et al.*, “Matemática”, (volume único para Ensino Médio), São Paulo: Atual, 2005.

### ORCID

Marcelo Lellis  <https://orcid.org/0000-0002-3611-198X>