

A formação do professor de matemática para o ensino de álgebra

A mathematics teacher training for teaching algebra

Edileusa do Socorro Valente Belo ^a

^a Universidade Federal de Roraima, Boa Vista – RR, Brasil

* Autor Correspondente: edileusabelo20@gmail.com

Resumo: Este estudo apresenta uma experiência docente na disciplina Matemática para ensinar: álgebra e funções no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Roraima, a referida disciplina objetiva mobilizar conteúdos da Álgebra para a futura prática docente na Educação Básica. Neste sentido, usando um estudo de caso, analisamos o planejamento das práticas formativas utilizadas pela professora responsável pela disciplina, tomando como base, o Projeto Pedagógico do Curso, o plano de ensino e a ementa da disciplina. Concluímos que existe uma preocupação em discutir, na formação inicial de professores de matemática, o ensino de álgebra e suas peculiaridades, como: o desenvolvimento da álgebra e de seu ensino, as dificuldades dos alunos na transição da aritmética para a álgebra, estratégias para o ensino com o uso de várias estratégias.

Palavras-chave: Ensino; Álgebra; Formação Inicial; Professores de Matemática.

Abstract: This study presents a teaching experience in the Mathematics discipline to teach: algebra and functions in the Mathematics Degree Course at the Federal University of Roraima, this subject aims to mobilize Algebra content for future teaching practice in Basic Education. In this sense, using a case study, we analyzed the planning of the training practices used by the teacher responsible for the subject, taking as a basis the Course's Pedagogical Project, the teaching plan and the subject's syllabus. We conclude that there is a concern to discuss, in the initial training of mathematics teachers, the teaching of algebra and its peculiarities, such as: the development of algebra and its teaching, students' difficulties in the transition from arithmetic to algebra, strategies for teaching using various strategies.

keywords: Teaching; Algebra; Initial formation; Mathematics Teachers.

1 Introdução

A profissão docente, em particular em matemática, tem enfrentado novos e velhos desafios, seja pelo período (pós) pandemia do Covid-19, com a inevitável adoção das tecnologias no ensino; ou, pelo desempenho insatisfatório dos alunos em todas as etapas educativas. Nesse último contexto uma fase complicada tanto para professores como para alunos diz respeito ao ensino-aprendizagem da álgebra.

Essa complexidade aumenta conforme os conteúdos matemáticos avançam e as situações problemas precisam utilizar um pensamento algébrico mais complexo. Nesse sentido a Base Nacional Comum Curricular – BNCC para a educação básica destaca cinco áreas temáticas, uma delas é a Álgebra, que deve se articular com as demais áreas que são: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, e; Probabilidade e Estatística.

É interessante destacar que desde o 1º ano do ensino fundamental os alunos já devem entrar em contato com as ideias de regularidades e generalizações, mesmo que em situações simples do dia a dia, e/ou utilizando materiais concretos. Somente no Ensino Fundamental Anos Finais começa a se implementar a questão de variáveis, incógnitas, estudo de funções etc. aprofundando e formalizando as noções principiadas nos anos iniciais, estes estudos têm como principal objetivo dotar o aluno a interpretar e atuar nas situações de seu dia a dia. Sobre a unidade temática Álgebra, Brasil [1] destaca que:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados [1, p. 270].

Os professores devem estar atentos para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, proporcionando diversas atividades que os levem ao amadurecimento deste tipo de pensamento e da sua aplicabilidade nas mais diversas situações, entretanto para que isso ocorra o docente universitário deve discutir, refletir e proporcionar práticas formativas que possibilite aos futuros professores enfrentarem esta problemática.

Dessa forma elaboramos o seguinte questionamento: de que maneira podem ser articulados os saberes referentes a Álgebra na formação do futuro professor de matemática? Objetivamos apresentar reflexões e possibilidades para práticas formativas que visem a formação algébrica dos futuros professores de matemática.

A seguir apresenta-se a metodologia utilizada para desenvolver o presente estudo, posteriormente os aspectos teóricos sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra, para então apresentar-se as discussões que permitirão responder a pergunta de pesquisa.

2 Metodologia do estudo

Considera-se este estudo na modalidade qualitativa do tipo estudo de caso pois busca-se “retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou análise do objeto, no contexto em que ele se encontra [...]” [2, p. 110]. Para responder a questão de pesquisa será analisado o planejamento da docente que que

ministra, com frequência, a disciplina Matemática para Ensinar: Álgebra e Funções no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Roraima (UFRR), tomando como base o Projeto Pedagógico do Curso (PPC), a ementa da disciplina e o plano de ensino da docente. O plano de ensino analisado foi o de 2021.2. Os dois primeiros documentos foram encontrados disponibilizados no site* do Curso e o terceiro foi cedido pela docente, com a devida permissão para este estudo.

A referida disciplina é oferecida no quinto semestre do Curso, com carga horária de 60 h, sua ementa versa sobre “o Estudo dos saberes matemáticos relacionados ao Bloco Álgebra e Funções, visa um Prática de Ensino fundamentada nas tendências teórico-metodológicas e educação matemática, além da utilização, produção e criação de material didático para o ensino de matemática voltada para os conteúdos de Álgebra e Funções considerando as etapas dos Anos finais do Ensino Fundamental e Ensino médio”. No processo analítico visa-se compreender o planejamento das práticas formativas da docente, e como ocorre a articulação dos saberes da Álgebra na Educação Básica na formação do professor de matemática visando sua futura prática profissional.

3 O ensino e a aprendizagem da álgebra na educação básica

A álgebra assim como a maioria das áreas da matemática passou por um longo processo de desenvolvimento e mudanças, Milies [3] afirma que atualmente a Álgebra é vista como o estudo das estruturas algébricas, mas que há um tempo, não tão distante, ela era considerada a arte de reduzir e resolver equações. É imprescindível que os alunos da escola assim como da Universidade compreendam esse processo histórico para dá significado a aprendizagem, entretanto em ambos os públicos esbarra-se na questão da abstração, ou seja, aprender álgebra não é trivial.

A formação de professores deve sim preocupar-se com o rigor de uma notação adequada, com a formalização das estruturas ou com a generalização das operações entre elementos, mas saber como desenvolver progressivamente essas habilidades é essencial para não reduzir o ensino da álgebra a manipulação de termos e operações, em técnicas sem significados, ou a não compreensão da importância da álgebra para a vida.

Em um estudo Booth [4] investigou as dificuldades de crianças ao iniciar os estudos em álgebra no Reino Unido. Analisar os obstáculos podem mostrar o que deve-se considerar na aprendizagem dos alunos e por consequência na formação dos futuros professores. A referida pesquisa envolveu alunos da oitava à décima séries, com idades entre treze a dezesseis anos, o pesquisador percebeu que os equívocos podiam ter origem nas ideias dos alunos, levando em consideração aspectos como:

- a) O foco da atividade algébrica e a natureza das respostas.
- b) O uso da notação e da convenção em álgebra.

* <https://ufr.br/matematicalicensiatura/>

- c) O significado das letras e variáveis.
- d) Os tipos relações e métodos usados em aritmética.

Copilamos no quadro a seguir alguns exemplos de cada um desses aspectos para visualizarmos o problema e a resposta dos alunos:

Quadro 1: Dificuldades em álgebra

| Aspecto | Exemplo | Problematização |
|--|--|--|
| O foco na atividade algébrica e a natureza das respostas | 1º Ex. Uma nave espacial viaja por “etapas” de 11 anos-luz, qual a distância percorrida em y etapas. R. $11y$ | Nas indagações dos alunos que responderam as questões havia sempre um questionamento se a resposta não deveria ser um número. Para [4] esse tipo de erro é comum entre os alunos porque eles querem dar uma resposta numérica a esse tipo de problema. Ele diz que esses erros podem estar ligados a dificuldade de aceitar que uma expressão pode representar tanto um procedimento como uma resposta. |
| | 2º Ex. Dois times marcaram x e y gols. Qual total de gols? R. $x + y = z$, z gols | |
| O uso da notação e da convenção em álgebra | 1º ex. Some 3 com $5y$. R. Se y for um número por exemplo $y = 4$, $5y = 54$. | Conforme [4] esse tipo de erro tem a ver com a interpretação de símbolos operatórios, dificuldade em simplificar as expressões, e ainda a dificuldade de representar um problema de multiplicação por justaposição. No caso do termo $3n$ os alunos não percebem que existe ali uma multiplicação. |
| | | |
| O significado das letras e variáveis | 1º ex. Somar 3 a $5y$, o que representa a essa soma? R. Representa 8 grupos de y . O y poderia ser yacht (iate), yoghurt (iogurte) ou yam (batata-doce), qualquer coisa eu começasse com y | “Um dos problemas decorrentes dessa visão das letras é que as crianças muitas vezes assumem que letras diferentes devem necessariamente representar valores numéricos diferentes” [4, pp. 32] Um exemplo do que leva o aluno a cometer esse erro é a interpretação dada em aritmética ao usar letras para representar metros por exemplo 2 m significa dois metros, criando um rótulo para a letra m. |
| | 2º ex. A afirmação $x + y + z = x + p + z$ é verdadeira? R. Não pois, p tem valor diferente de y . E para ser verdadeira seria: $x + y + z = x + y + z$. | |
| Os tipos relações e métodos usados em aritmética | 1º ex. Seja uma figura de altura p , e de base $a + m$, qual a área dessa figura. R. $p \times a + m$, soma o $a + m \times p$. | De acordo com [4] esse tipo de erro acontece porque os alunos acham que mesmo alterando a ordem dos cálculos o valor continua inalterado. Também está ligado ao não uso dos parênteses pois acreditam que é a sequência da escrita que determina a ordem dos cálculos. |
| | 2º ex. Ignorar o uso de parênteses $pa + m$. | |

Fonte: Adaptado de [4]

As situações apresentadas no quadro 1 levam a compreender diversas ocorrências que podem acontecer durante a aprendizagem dos alunos, principalmente no Ensino Fundamental II quando a Álgebra é apresentada introduzindo as letras, equívocos que parecem sem importância mas que mostram os entraves para a continuidade do desenvolvimento cognitivo.

Em outro estudo feito, Sperafico, Dorneles e Golbert [5] foi analisado os erros na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com alunos do 7º ano, os autores encontraram diversos equívocos, os mais recorrentes por ordem decrescente foram:

- Tradução da linguagem escrita para a algébrica:

Ex. quadruplicasse ($3\times$) / quadruplicasse quantidade e do resultado subtraísse $12(4x = -12)$

- Erro na transposição de elementos em x:

Ex. $2x - 13 = x + 5 \rightarrow 2x = 5 + 13$

- Erro na transposição de termos independentes:

Ex. $3x + 13 = x + 45 \rightarrow 3x - x = +13 + 45$

- Incompreensão do sinal igualdade como equivalência:

Ex. $4x - 13 + 36 = /x3 - 56 + 37 = /3x - 37.2x + 56 =$

- Erro na operação com variáveis:

Ex. $2x - x = 2x / - 3x + x = 2x/2x - x = 1/3x - x = 4x$

- Erro na operação com números reais:

Ex. $18 : 2 = 6/56 + 37 = 19/93 : 2 = 46/12 + 36 = 42$

Esses erros não são privilégios dos alunos da Educação Básica, por exemplo no estudo de Valentino e Grando [6] com discentes universitários vários erros apresentados anteriormente permanecem, as categorias de erros encontrados nas análises foram: Tecnicismo algébrico; Generalização da aritmética; Formulação das leis; Geometrização da álgebra; e, Resolução de problemas.

Não se pretende aprofundar na análise de erros, seria necessário um outro estudo para este fim, mas deseja-se ilustrar que essa amostra de equívocos dos alunos aponta para uma incompreensão da atividade que está sendo realizada. Se um professor de matemática não consegue identificar e intervir nesses erros como esperar o avanço da aprendizagem?

Se levar-se em consideração que o conteúdo do campo algébrico perpassa vários outros campos, como o geométrico por exemplo, o insucesso para a resolução de problemas envolvendo estes e outros campos, será recorrente, é necessário estar atento para a introdução e o desenvolvimento da educação algébrica.

A seguir apresenta-se as análises dos materiais tomados como foco investigativo.

4 A formação do professor de matemática para o ensino de álgebra

Nesta seção analisa-se os documentos buscando compreender as práticas formativas planejadas que visam a formação dos professores para o ensino de álgebra.

Analisando o PPC do Curso encontramos três disciplinas similares a disciplina Matemática para Ensinar: Álgebra e Funções, que são: Matemática para Ensinar: Números e Operações; Matemática para Ensinar: Geometria, grandezas e medidas, e; Matemática para Ensinar: Estatística e probabilidade, estas disciplinas são consideradas Prática como Componente Curricular (PCC). Segundo o Parecer nº 2/2015 do Conselho Nacional de Educação os cursos de licenciatura devem oferecer 400 h destinadas a PCC. Estas disciplinas visam articular os saberes específicos e os saberes da prática profissional. Apreende-se que as áreas das quatro disciplinas contemplam os conteúdos matemáticos pertencentes ao Ensino Fundamental anos finais e Ensino Médio, ou seja, as cinco unidades temática da BNCC. Compreende-se que existe uma preocupação do Curso em articular os conteúdos matemáticos com a prática pedagógica do futuro professor de matemática.

Com relação ao plano de ensino da docente apresentamos os objetivos de aprendizagem: i) Discutir o Ensino de Álgebra e Funções na Educação Básica; ii) Identificar as fases do Ensino de Álgebra ao longo da História da Educação Brasileira; iii) Analisar os livros didáticos da Educação Básica e a BNCC; iv) Analisar os conceitos centrais da Álgebra no Ensino Fundamental; v) Compreender que a Álgebra é uma forma de pensamento algébrico; vi) Elaborar sequências didáticas relacionadas ao ensino de Álgebra e Funções vii) Utilizar/produzir de softwares e materiais didáticos para o Ensino de Álgebra e Funções.

Parece que pode-se agrupar os objetivos de aprendizagem em três eixos que são:

- I. O Desenvolvimento da Álgebra e seu ensino.
- II. A compreensão dos conceitos relativos à Álgebra na Educação Básica.
- III. O Planejamento de Sequências didáticas

No primeiro eixo *O Desenvolvimento da Álgebra e seu ensino* a docente indica duas referências, Baumgart [7] e Coelho e Aguiar [8]. No plano de ensino consta que o objetivo desta etapa é proporcionar a compreensão histórica da álgebra e situar as fases de seu ensino no Brasil. Para Baumgart [7] a Álgebra pode ser dividida em duas fases: Álgebra antiga, que é estudo das equações e métodos para resolução que vai de 1700 A.C a 1700 d. C e a Álgebra moderna ou abstrata, que versa sobre o estudo das estruturas matemáticas- grupos, anéis, entre outros, desenvolvida no século XIX.

Com relação ao *ensino da álgebra* Coelho e Aguiar [8] destacam que existem três fases: i) o transformismo algébrico (sec. XIX e segunda metade do sec. XX); o Movimento da Matemática Moderna (década de 1950 até 1970); e a fase iii) síntese entre as duas primeiras fases. “A nosso ver, essas três abordagens parecem incorrer no mesmo equívoco

de reduzir o ensino de Álgebra à mera manipulação de regras algébricas” [8, p. 174], este parece ser um grande obstáculo, um ensino de álgebra mecânico, puramente instrumental, resultará em uma aprendizagem memorialística e transitória.

Em contrapartida Matos, Silvestre e Ponte [9] destacam que “O pensamento algébrico, mais do que manipular expressões e resolver equações, envolve as capacidades de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas”, na seção anterior tomando como base o estudo de Sperafico, Dorneles e Golbert [5] e Valentino e Grando [6] pode-se perceber as dificuldades até mesmo na manipulação dos termos que envolvem uma questão.

Para Pimentel [10], metodologias centralizadas em técnicas para resolver exercícios, sem dá a oportunidade de questionar e refletir, são abordagens que não atingem o verdadeiro cerne do pensamento algébrico; ora, este é essencial para o desenvolvimento cognitivo do aluno e a forma como ele é iniciado é de extrema importância para que se adquira conhecimentos futuros.

A metodologia adotada para esta etapa da disciplina se dá através de leitura dos materiais e apresentação de seminários, conforme exposto no plano de ensino da professora formadora.

No segundo eixo, *Compreender os conceitos da álgebra na Educação Básica*, a professora propõe, em seu plano de ensino, analisar a BNCC, referente a unidade temática Álgebra, em conjunto com os livros didáticos. Esse trabalho objetiva conhecer os conteúdos centrais da Álgebra na Educação Básica, visualizando seu desenvolvimento ao longo das etapas de cada ano escolar.

Ao analisar a BNCC de forma específica a área da matemática é possível perceber os objetos de conhecimentos (OC) que fazem parte de cada unidade temática (UT), por exemplo no primeiro ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais na UT Álgebra já se encontra os OC, “Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas, e; Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência”, assim é possível verificar que o desenvolvimento do pensamento algébrico está presente desde as primeiras experiências escolares.

Compreende-se que ao realizar esta tarefa, com os futuros professores, poderá se construir um panorama dos conteúdos ao longo dos anos escolares e de seu desenvolvimento progressivo, ou seja, o aprofundamento de determinado conteúdo depende do nível de desenvolvimento cognitivo do aluno, não se deve antecipar a questão a linguagem simbólica ou generalização. Aqui pode-se inferir um outro grande obstáculo que é a passagem da aritmética para a álgebra, os professores de matemática trabalham a partir do 6º ano e precisam se preocupar em investigar em como foi a iniciação do pensamento algébrico, ou pré-álgebra.

São disponibilizados aos discentes livros do Ensino Fundamental dos Anos iniciais, finais e do Ensino Médio, para que os licenciandos possam manusear, verificar e refletir sobre a organização e conteúdo dos livros didáticos.

No terceiro eixo *Planejamento de Aulas* é privilegiada a construção de Sequências Didáticas (SD). No plano de ensino a bibliografia base é a de Zabala [11] que considera uma sequência didática como uma série ordenada e articulada de atividades que compõem cada unidade temática. A SD possibilita mobilizar vários aspectos vistos anteriormente na disciplina, bem como em outras disciplinas do Curso, por exemplo as Tendências Pedagógicas em Educação Matemática, que incluem as abordagens de ensino da matemática com materiais didáticos, softwares etc. além das disciplinas de caráter científico como a Matemática Básica, Cálculo Diferencial e Integral, Estruturas Algébricas, portanto a elaboração de SD possui um caráter integrador.

Além dos conteúdos matemáticos a SD também necessita da adoção de alguma das teorias de aprendizagem uma vez que nela é explicitado uma sequenciação do ensino e por consequência do aprendizado, como o aluno aprende deve ser um questionamento central na construção de uma SD. Outro fator é a concepção dos processos avaliativos, pois as tarefas escolhidas levam a uma possibilidade avaliativa processual, além de explicitar quais os recursos empregados em cada etapa didática.

Os conteúdos das SDs são escolhidos a partir do levantamento que foi realizado na tarefa da BNCC e dos livros didáticos, assim os discentes já conhecem os assuntos que farão parte das SDs. As SDs são elaboradas pelos discentes, apreciadas pela docente que pode fazer sugestões e/ou alterações, posteriormente as SDs são apresentadas em seminários avaliativos. Nesta etapa da disciplina os discentes devem considerar no planejamento das SDs materiais didáticos concretos ou digitais, por exemplo os softwares, para trabalhar os conteúdos, é destacado como recurso no plano de ensino o Geogebra para construção de funções, que é um conteúdos que perpassa desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

Concluindo percebe-se nas análises que o planejamento das práticas formativas da disciplina Matemática para ensinar: álgebra e funções realiza um movimento que vai desde a compreensão histórica da álgebra e do desenvolvimento de seu ensino na Educação, perpassa um estudo nos documentos oficiais que regem atualmente a Educação Básica, investigando conteúdos do campo algébrico que vai dos Anos Iniciais até o Ensino Médio, além do desenvolvimento de SD que interligam vários aspectos da prática docente.

5 Conclusão

Neste estudo analisou-se o planejamento das práticas formativas de uma docente na Disciplina Matemática para ensinar: álgebra e funções no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Roraima, procurou-se perceber a organização didática da formação para o ensino de álgebra dos futuros professores de matemática.

Compreendeu-se com o estudo que existe a preocupação em desenvolver discussões, reflexões e atividades para o futuro professor de matemática para que este reconheça a álgebra como campo da matemática em desenvolvimento, além de seu ensino na atualidade, bem como do trabalho com as SD que levam ao futuro professor pensar o

ensino dos conteúdos do campo da álgebra.

Orcid

Edileusa do Socorro Valente Belo  <https://orcid.org/0000-0001-6721-9056>

Referências

1. Brasil, “Base Nacional Comum Curricular,” 2017. [Online]. Available: <http://basenacional.comum.mec.gov.br/abase/>.
2. S. L. D. Fiorentini, *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*, Campinas, Autores Associados, pp. 110, 2012
3. C. P. Milies, *História da Álgebra abstrata*, São Paulo: Livraria da Física, 2022.
4. L. R. Booth, “As dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra,” em *As ideias da Álgebra*, São Paulo, Atual, pp. 23-36, 1995.
5. Y. S. Sperafico, B. Dorneles and C. S. Golbert, “Análise de erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1o grau”, *BOLETIM GEPEN*, no. 63 – JAN./JUL., pp. 77-90, 2013. <https://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2014.035>
6. R. M. Valentino and R. C. Grandó, “VII Encontro Nacional de Educação Matemática”, Julho 2004. [Online]. Available: <http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/04/CC10940826860.pdf>. Accessed on: 20 set. 2023.
7. J. K. Baumgart, *História da Álgebra: Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula*, Atual, 1992.
8. F. U. Coelho and M. Aguiar, “A história da álgebra e o pensamento algébrico correlações com o ensino”, *Scielo*, 2018.
9. A. Matos, N. B. A. I. Silvestre and J. P. Ponte, “Desenvolver o pensamento algébrico atra”, *Investigación en educación matemática*, pp. 505-516, 2008.
10. D. E. Pimentel, “Repositório Institucional UFSCar”, 03.13.2010. [Online]. Available: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4421>. Accessed on: 20 set. 2023.
11. A. Zabala, *A prática educativa: como ensinar*, Porto alegre: ArtMed, 1998.

Editor-científico: Marcelo Batista de Souza. Orcid id: <https://orcid.org/0000-0003-2397-5399>

