

Uso do Excel na Matemática: Uma Proposta de Planilha Para Resolução de Problemas de Sistema de Equações Lineares com 3 Incógnitas

Using Excel in Mathematics: A Proposal for Solving System of Linear Equation Problems with 3 Unknowns

Eduardo Félix Pita Duarte ^{a,*}

^aFaculdade de Ciências Agrárias da Universidade Zambeze em Angónia – Tete, Moçambique

* Autor Correspondente: eduardo.duarte@uzambeze.ac.mz

Resumo: Este artigo propõe uma abordagem inovadora para a resolução de sistemas de equações lineares com três incógnitas, utilizando o Microsoft Excel como ferramenta central. Desenvolvemos uma planilha que calcula automaticamente as soluções do sistema e classifica suas propriedades, visando agilizar e aprimorar o processo de resolução de problemas matemáticos complexos. A planilha destaca-se pela sua aplicabilidade em contextos educacionais e profissionais, otimizando o tempo de resolução e fortalecendo a compreensão conceitual dos estudantes sobre sistemas lineares. Os objetivos incluem desenvolver uma planilha que resolva automaticamente sistemas de equações lineares, analisar as propriedades dos sistemas resolvidos e avaliar sua aplicabilidade educacional e profissional. Os resultados indicam que a planilha é altamente eficaz, contribuindo significativamente para a compreensão conceitual dos alunos e oferecendo uma solução rápida e confiável para problemas reais. Em conclusão, a proposta não apenas simplifica a resolução de sistemas lineares, mas também integra ferramentas tecnológicas no ensino da matemática. O Excel, utilizado de maneira educativa, emerge como uma ponte entre teoria e prática, preparando estudantes e profissionais para desafios matemáticos e científicos complexos.

Palavras-chave: Microsoft Excel; Sistemas lineares; Educao matemática.

Abstract: This article proposes an innovative approach to solving systems of linear equations with three unknowns using Microsoft Excel as the central tool. We developed a spreadsheet that automatically calculates the solutions of the system and classifies its properties, aiming to streamline and enhance the process of solving complex mathematical problems. The spreadsheet stands out for its applicability in educational and professional contexts, optimizing resolution time, and strengthening students' conceptual understanding of linear systems. The objectives include developing a spreadsheet that automatically solves systems of linear equations, analyzing the properties of the solved systems, and evaluating its educational and professional applicability. The results indicate that the spreadsheet is highly effective, significantly contributing to students' conceptual understanding and providing a quick and reliable solution for real-world problems. In conclusion, the proposed approach simplifies the resolution of linear systems and integrates technological tools into the teaching of mathematics. When used educationally, Excel emerges as a bridge between theory and practice, preparing students and professionals for complex mathematical and scientific challenges.

keywords: Microsoft Excel; Linear systems; Mathematics education.

Introdução

O avanço tecnológico nas últimas décadas trouxe consigo ferramentas poderosas que revolucionaram a forma como abordamos problemas matemáticos complexos. O Microsoft Excel, uma aplicação amplamente conhecida por sua versatilidade e funcionalidades, destaca-se como uma plataforma eficaz para a resolução de problemas matemáticos. Este artigo propõe uma abordagem inovadora ao explorar o uso do Excel na resolução de sistemas de equações lineares com 3 incógnitas.

A resolução analítica de sistemas de equações lineares pode muitas vezes ser morosa e suscetível a erros humanos. Neste contexto, apresentamos uma planilha desenvolvida especificamente para simplificar e acelerar o processo de resolução, proporcionando não apenas soluções precisas, mas também uma classificação instantânea dos sistemas de acordo com suas características específicas. Essa ferramenta representa não apenas um avanço na resolução de problemas matemáticos, mas também uma proposta concreta para aprimorar o ensino e aprendizado de sistemas lineares de 3 equações e 3 incógnitas.

Ao longo deste artigo, exploraremos a estrutura e funcionalidades da planilha, discutindo as vantagens de sua implementação em contextos educacionais e profissionais. A proposta apresentada visa não apenas otimizar o tempo dedicado à resolução de problemas, mas também ampliar a compreensão conceitual dos interessados em relação aos sistemas de equações lineares. Essa abordagem representa um passo significativo em direção à integração eficiente da tecnologia no campo da educação matemática, destacando o potencial do Microsoft Excel como uma ferramenta valiosa para aprimorar a resolução de problemas práticos e teóricos.

1 O Programa Excel

De acordo com Dos Santos [1], o Microsoft Office Excel, também conhecido como Office Excel ou simplesmente Excel, é um software desenvolvido pela Microsoft. Trata-se de um programa projetado para a criação de planilhas eletrônicas, uma tarefa que, anteriormente, era realizada manualmente em papel. Lançado inicialmente em 1985, o Excel passou por diversas atualizações ao longo dos anos e é compatível com sistemas operacionais como Microsoft Windows e Mac OS X.

Dada sua funcionalidade principal de geração de planilhas, o Excel foi concebido como um software essencial para empresas, oferecendo recursos que vão desde o controle de estoques até a elaboração de relatórios financeiros. Inserido no Pacote Office, que engloba uma variedade de produtos, como o Microsoft Word para criação de textos e o Microsoft PowerPoint para apresentações, o Excel destaca-se como uma ferramenta versátil que atende às necessidades de diversas áreas e finalidades. O Excel está disponível para download grátis na internet na maioria dos casos junto com os outros programas em um único pacote (Pacote Microsoft Office).

A constituição Microsoft Excel inclui planilhas eletrônicas que organizam informações em células dispostas em colunas e linhas, formando uma grade que facilita a organização de dados. Além disso, destaca-se pela capacidade de realizar cálculos automatizados, criar gráficos e visualizações atraentes, e possibilitar a personalização da aparência das planilhas.

No que diz respeito às suas funções, o Excel oferece recursos essenciais para análise de dados, como fórmulas e funções embutidas que facilitam cálculos automatizados. Essas funcionalidades incluem, por exemplo, a realização de operações matemáticas, lógicas e estatísticas. Além disso,

o Excel proporciona ferramentas avançadas para análise de dados, consolidação de informações, e integração com outras aplicações do Microsoft Office. Sua capacidade de automatização por meio de macros e a constante evolução tornam o Excel uma ferramenta essencial em ambientes profissionais, acadêmicos e pessoais para a manipulação eficiente de dados.

1.1 Aplicabilidade em Contextos Educacionais e Profissionais

O Excel tem uma ampla aplicabilidade em contextos educacionais e profissionais devido às suas diversas funcionalidades e recursos. Segundo Caixeta [2], suas principais áreas de uso incluem:

- **Análise de dados:** O Excel é uma poderosa ferramenta para análise de dados, permitindo a organização, manipulação e visualização eficiente de dados. Isso é útil tanto para estudantes que precisam analisar dados em projetos de pesquisa quanto para profissionais que lidam com análise de dados em suas áreas de atuação.
- **Gerenciamento de informações:** O Excel é amplamente utilizado para o gerenciamento de informações, como listas de contatos, registros de clientes, inventários e cronogramas. Ele oferece recursos de classificação, filtragem e formatação condicional que facilitam a organização e a visualização de informações importantes.
- **Cálculos e fórmulas:** O Excel é conhecido por sua capacidade de realizar cálculos complexos e usar fórmulas para automatizar processos. Isso é útil tanto em contextos educacionais, para resolver problemas matemáticos e realizar cálculos estatísticos, quanto em contextos profissionais, para análise financeira, orçamentação e previsões.
- **Gráficos e visualizações:** O Excel oferece uma variedade de ferramentas para criar gráficos e visualizações de dados. Isso permite que estudantes e profissionais criem representações visuais claras e impactantes de seus dados, facilitando a compreensão e a comunicação de informações.
- **Planejamento e acompanhamento de projetos:** O Excel pode ser usado para criar cronogramas, planejar tarefas, atribuir responsabilidades e acompanhar o progresso de projetos. Ele fornece recursos como gráficos de Gantt e formatação condicional, que ajudam a visualizar o progresso e identificar possíveis atrasos ou problemas.
- **Orçamentação e controle financeiro:** O Excel é amplamente utilizado em contextos profissionais para criar orçamentos, acompanhar despesas, fazer previsões financeiras e realizar análises de rentabilidade. Suas fórmulas e recursos de formatação condicional facilitam o controle financeiro e permitem tomar decisões informadas.

Em resumo, conforme destacado por Caixeta [2], o Excel é uma ferramenta versátil e essencial para uma variedade de aplicações, proporcionando eficiência e clareza tanto em ambientes educacionais quanto profissionais.

1.2 O Excel e a Matemática

Não há como pensar em educação matemática sem a inserção da informática, que é fundamental no desenvolvimento de trabalhos práticos, imediatos e que necessitam de uma boa visualização. D'Ambrósio citado em [3] apresenta três exemplos de situações que podem ser favorecidas com a utilização do computador: o tratamento estatístico de dados, as explorações

geométricas e a manipulação de funções. Nesse contexto, o uso do Excel se destaca como uma ferramenta poderosa para o ensino da matemática.

O uso da informática em prol do processo de ensino e aprendizagem da matemática é incentivado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental (1997). Além disso, as Orientações Curriculares (2006, pp. 89, *apud* [3]) preveem a utilização das planilhas eletrônicas como recurso tecnológico voltado à aprendizagem. Segundo Tajra citado em [3], as planilhas possibilitam a realização de cálculos de forma rápida a partir de dados informados e, posteriormente, a elaboração de gráficos em formatos diversos como barras, linhas, pontos e pizza, facilitando a visualização das informações.

De acordo com Camillo [3], o uso do Excel não é um fim em si mesmo, mas sim um meio para se alcançar o objetivo desejado, com direcionamentos claros do que se pretende atingir. Para isso, é necessário envolver conceitos matemáticos já estudados e colocar situações que se adequem à realidade dos alunos.

As atividades desenvolvidas mostraram que o uso de computadores no ambiente escolar motiva os alunos para a aprendizagem da matemática, especialmente a estatística. Muitos alunos costumam não gostar da disciplina de matemática, criando um bloqueio em relação a ela. O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ambiente escolar facilita o processo de ensino e aprendizagem. Com a utilização do Excel, percebeu-se que ele facilitou a construção e visualização dos gráficos, além de desenvolver a criatividade dos alunos, que usaram as diversas ferramentas disponíveis no Excel para personalizar seus gráficos, como mudar as cores, a posição da legenda, o estilo, a fonte e a denominação dos eixos [3].

A elaboração das tabelas e dos gráficos manualmente também foi de grande importância para a aprendizagem. A distribuição dos alunos em grupos e a discussão em torno do assunto proposto os motivaram na realização do trabalho. Após a aplicação da atividade, foi possível verificar o grau de satisfação dos alunos quanto às aulas e suas opiniões a respeito do uso do software Excel. Um questionário composto de quatro questões simples revelou que 78,5% dos estudantes possuíam computador, tablet ou notebook em casa, mas 68% não conheciam o Excel antes dessas aulas. Além disso, 100% dos estudantes nunca tinham utilizado o Excel em suas atividades diárias [3].

Por fim, a maioria dos alunos expressou interesse em conhecer e utilizar outros softwares educacionais, o que destaca que o trabalho proposto utilizando o Excel como ferramenta didática proporcionou satisfação e motivação aos estudantes [3].

1.2.1 O Excel e os Sistemas de Equações Lineares

O uso de ferramentas tecnológicas no ensino da matemática tem se mostrado uma abordagem eficaz para facilitar a compreensão e a resolução de problemas complexos. Entre essas ferramentas, o Excel destaca-se por sua acessibilidade e funcionalidades robustas, sendo particularmente útil na resolução de sistemas de equações lineares com três incógnitas. Este texto explora a aplicação do Excel para esse propósito, fundamentando a proposta de uma planilha eletrônica como recurso pedagógico.

Os sistemas de equações lineares, fundamentais em várias áreas da matemática e suas aplicações, consistem em conjuntos de equações onde cada uma é linear.

A resolução desses sistemas pode ser feita por diversos métodos, incluindo eliminação gaussiana, regra de Cramer e métodos numéricos, como a inversão de matrizes e decomposição LU. No entanto, a aplicação dessas técnicas manualmente pode ser árdua e propensa a erros, especialmente em contextos educacionais onde os alunos estão ainda se familiarizando com esses conceitos.

O Excel, como uma ferramenta de planilha eletrônica, oferece funcionalidades específicas que facilitam a resolução desses sistemas. Funções de matriz como MMULT (multiplicação de matrizes), MINVERSE (inversão de matrizes) e MDETERM (determinante de uma matriz) são particularmente úteis. Além disso, o Solver do Excel permite a resolução de sistemas de equações de forma otimizada. Essas funcionalidades, quando utilizadas de forma didática, podem transformar a abordagem tradicional do ensino da matemática.

De acordo com Camillo [3], o uso do Excel no ambiente escolar motiva os alunos e facilita o processo de aprendizagem, especialmente em tópicos como estatística e álgebra linear. A criação de planilhas que resolvem sistemas de equações lineares não apenas automatiza o processo de cálculo, mas também ajuda os alunos a visualizarem as etapas envolvidas na solução, promovendo um entendimento mais profundo. Além disso, o Excel permite a personalização dos resultados através de gráficos e outras ferramentas visuais, o que pode aumentar o engajamento dos estudantes.

Outros estudiosos, como Souza [4], destacam que a integração de tecnologia no ensino da matemática não só moderniza o processo educacional, mas também prepara os alunos para um mercado de trabalho cada vez mais tecnológico. A habilidade de utilizar ferramentas como o Excel para resolver problemas complexos é altamente valorizada em diversas profissões. Souza [4] argumenta que o uso do Excel no ensino médio e superior pode contribuir significativamente para a formação de competências essenciais em matemática aplicada e análise de dados.

A proposta de utilização do Excel para resolver sistemas de equações lineares com três incógnitas envolve a criação de uma planilha onde os alunos possam inserir os coeficientes das equações e obter automaticamente as soluções. Essa abordagem não apenas simplifica o processo de resolução, mas também permite que os alunos explorem diferentes cenários alterando os coeficientes e observando como as soluções mudam em resposta. Isso promove um aprendizado mais interativo e dinâmico.

Em suma, o uso do Excel na matemática, especificamente na resolução de sistemas de equações lineares com três incógnitas, oferece uma ferramenta poderosa para educadores e alunos. Conforme destacado por Camillo [3] e Souza [4], a integração de tecnologias como o Excel no ensino matemático não só facilita a compreensão de conceitos complexos, mas também engaja os alunos de maneira mais efetiva, preparando-os melhor para desafios acadêmicos e profissionais futuros.

2 Sistema de Equações Lineares com 3 Incógnitas

Antes de abordar sobre os sistemas de equações lineares, é importante conhecer as equações lineares. Para Iezzi e Hazzan [5], chama-se de equação linear, nas incógnitas $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, a toda equação do tipo:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b \quad (2.1)$$

Os números $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{1n}$ todos reais, são chamados coeficientes e b , também real, é o termo independente da equação e x_i , com $i = 1, 2, \dots, n$ são as incógnitas ou valores desconhecidos.

De forma resumida e delimitada, um sistema de equações lineares com 3 incógnitas é um sistema do tipo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \quad (2.2)$$

No Sistema 2.2, os termos a_1, a_2 e a_3 são os termos independentes da incógnita x , conhecidos também como coeficientes de x . Os termos b_1, b_2, b_3 e c_1, c_2, c_3 são de y e z , respectivamente.

A resolução de um sistema de equações lineares com 3 incógnitas consiste na busca dos valores de x, y e z que quando substituídos, satisfaçam as três igualdades.

As soluções de um sistema de equações lineares com 3 incógnitas dependem da natureza do sistema. Segundo Iezzi e Hazzan [5], existem três possíveis casos principais:

Sistema Possível e Determinado: o sistema possui uma única solução única para as variáveis x, y e z . As equações representam um conjunto consistente e independente.

Sistema Possível e Indeterminado: o sistema possui infinitas soluções. As equações representam um conjunto consistente, mas há variáveis dependentes, resultando em diversas soluções.

Sistema Impossível: o sistema não possui solução. As equações representam um conjunto inconsistente, indicando que as restrições não podem ser satisfeitas simultaneamente.

A determinação do tipo de sistema e o cálculo das soluções podem ser realizados por meio de métodos como substituição, eliminação, matrizes e determinantes, entre outros.

2.1 Matriz de um Sistema

Para manter a delimitação temática, abordar – se – a neste espaço a transformação de um sistema de equações lineares com 3 incógnitas para uma matriz quadrada onde o número de linhas é igual ao número de colunas.

Dado o sistema 2.2, tem-se matriz principal, matriz da incógnita x , matriz da incógnita y e matriz da incógnita z dadas, respectivamente, por:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, Ax = \begin{bmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, Ay = \begin{bmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{bmatrix}, Az = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

3 O Método de Cramer

O Método de Cramer é uma técnica específica para resolver sistemas lineares de equações usando determinantes. Ele é aplicado quando se tem um sistema de equações lineares com o mesmo número de equações e incógnitas, como estamos tratando de sistemas 3×3 , este é o método mais indicado para obter as soluções do sistema.

Nessas condições, A é matriz quadrada; seja $D = \det(A)$. O método de Cramer consiste em calcular os determinantes da matriz principal, determinantes da matriz em x ($\det(Ax)$), determinantes da matriz em y ($\det(Ay)$) e determinante da matriz em z ($\det(Az)$).

De forma prática, o valor do determinante dessas matrizes pode ser obtido pela “soma dos produtos dos valores das diagonais principais pela diferença das somas dos produtos das diagonais secundárias”. Quando $\det(A) \neq 0$ o sistema 2.2 é possível e determinado, ou seja tem solução única. Portanto, os valores das incógnitas (soluções), são obtidas dividindo o valor do determinante da matriz em questão pelo valor do determinante da matriz principal, ou seja:

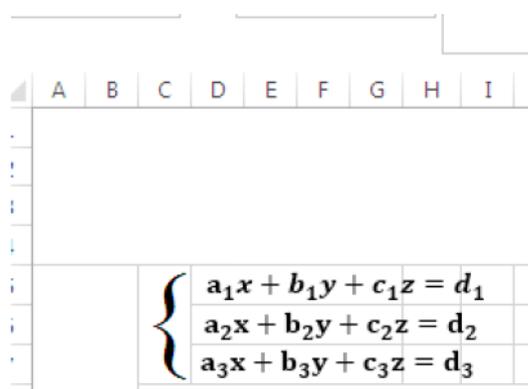
$$\begin{cases} x = \frac{\det(Ax)}{\det(A)} \\ y = \frac{\det(Ay)}{\det(A)} \\ z = \frac{\det(Az)}{\det(A)} \end{cases}. \quad (3.1)$$

4 Criação e Programação da Planilha

Nesta seção, dedicada aos procedimentos detalhados para a criação e configuração eficiente da planilha. Aqui, exploraremos passo a passo as melhores práticas e técnicas para garantir que planilha seja estruturada de forma organizada e funcional.

Com o programa Excel instalado no computador e aberto na sua pasta inicial de trabalho em branco, vamos começar o processo criando um sistema geral de três equações lineares. Para isso, proceder da seguinte maneira: primeiro, selecionar três células adjacentes e as uma utilizando a função “Mesclar”. Em seguida, inserir uma chaveta e ajustar seu tamanho para acomodar as três equações. Posteriormente, dentro dessa chaveta, inserir as três equações lineares desejadas. Essa abordagem facilitará a visualização e compreensão do sistema de equações no contexto da sua planilha no Excel.

Figura 1. Sistema geral de 3 equações e 3 incógnitas


$$\left\{ \begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{array} \right.$$

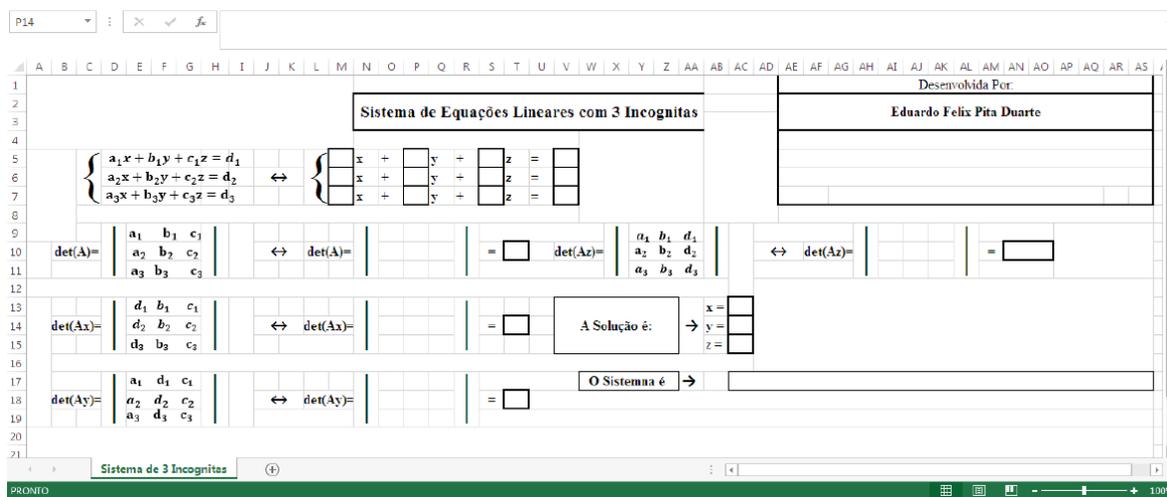
Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

A seguir, procedemos à elaboração de outro sistema, onde os coeficientes das equações e os termos independentes são inseridos em células vazias, permitindo a entrada dos valores da equação. Em seguida, criamos matrizes correspondentes ao Determinante Principal, Determinantes de x , y e z . Para cada determinante, é recomendável criar uma matriz geral correspondente, facilitando a compreensão dos valores envolvidos nos cálculos.

Após essa etapa, criamos três células adicionais e inserimos bordas nelas. Essas células são destinadas aos valores de x , y e z , soluções do sistema de equações. Em seguida, bordamos uma célula para indicar a classificação do sistema, utilizando a expressão “O Sistema é”. Na frente dessa célula, deixamos uma célula mesclada vazia para futuras formatações.

Esse processo de organização e estruturação na planilha visa tornar mais claro e acessível o entendimento do sistema de equações e seus resultados no ambiente do Microsoft Excel. O resultado dessas criações podem ser observadas na figura 2:

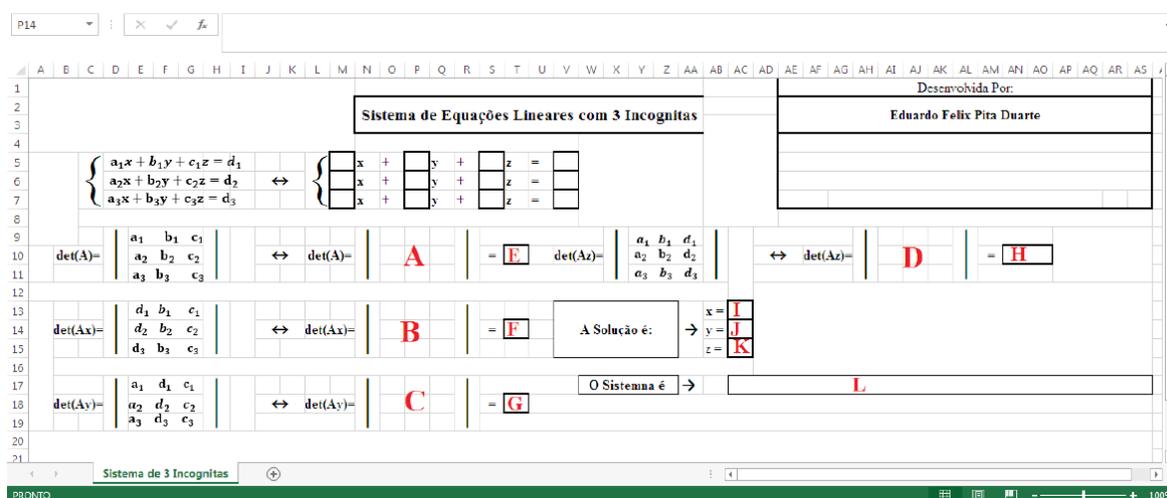
Figura 2. Resultado das configurações descritas anteriormente



Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

Podemos avançar para a formatação das células e a definição das fórmulas necessárias para o cálculo dos determinantes, soluções e a classificação do sistema. Para orientar esse processo, observe a figura 3.

Figura 3. Espaços rotulados para descrição dos procedimentos de formatação



Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

Ao abordar a Matriz A, responsável pelo determinante principal, observamos que a matriz geral ilustra todos os valores que serão utilizados nela. Para formatá-la corretamente, é necessário estabelecer na célula correspondente ao valor a_1 a seguinte condição: se essa célula estiver vazia, não deve ser inserido nenhum valor. Caso contrário, insira o valor do coeficiente a_1 . No Excel, podemos realizar essa tarefa utilizando a seguinte fórmula: ‘=SE(M5=“”, “”, M5)’, onde M5 representa a célula dos coeficientes a_1 . Com isso, o valor do primeiro elemento da primeira linha e primeira coluna só será preenchido se o coeficiente da matriz em x da primeira equação contiver algum valor.

Em seguida, podemos “expandir” essa fórmula para as células abaixo, abrangendo a_2 e a_3 .

Repetimos esse procedimento para todas as células das matrizes A, B, C e D , estabelecendo a mesma condição e alterando apenas as células/coeficientes específicas que serão usadas no preenchimento.

Posteriormente, procedemos à formatação das células responsáveis pelo cálculo dos determinantes, começando pela célula E (Figura 3). Essa etapa é crucial para assegurar a correta execução das fórmulas e a obtenção dos resultados desejados.

5 Cálculo dos Determinantes das Matrizes pelo Método de Cramer no Excel

Na matriz geral, torna-se evidente que para calcular o determinante principal utilizando a regra de Cramer, repetimos as duas primeiras colunas e aplicamos a fórmula: “a soma dos produtos dos valores das diagonais principais pela diferença das somas dos produtos das diagonais secundárias”.

O determinante principal ($\det(A)$) é obtido da seguinte maneira: $\det(A) = (a_1 \times b_2 \times c_3 + b_1 \times c_2 \times a_3 + c_1 \times b_3 \times a_2) - (a_3 \times b_2 \times c_1 + c_2 \times b_3 \times a_1 + c_3 \times a_2 \times b_1)$.

No Excel, para calcular o determinante principal, utilizamos a seguinte fórmula: =SE(OU(M5=“”,M6=“”,M7=“”,P5=“”,P6=“”,P7=“”,S5=“”,S6=“”,S7=“”),“(M5*P6*S7+P5*S6*M7+S5*P7*M6)-(S5*P6*M7+S6*P7*M5+S7*M6*P5))

Para todos os determinantes, conforme representados na matriz geral, o método de cálculo permanece o mesmo, variando apenas os coeficientes, conforme ilustrado na própria matriz geral.

Essa fórmula verifica se os coeficientes a serem usados na matriz estão todos vazios. Se sim, nenhum valor será escrito; caso contrário, o cálculo do determinante será realizado conforme a fórmula apresentada.

O mesmo princípio se aplica às células E, F, G e H (Figura 3), sendo que os coeficientes apropriados devem ser observados e ajustados na fórmula, mantendo a consistência com a matriz geral. Dessa forma, ao aplicar essa lógica, garantimos a correta execução dos cálculos para todos os determinantes em no sistema de equações lineares no Excel.

Ao calcular os determinantes Ax, Ay e Az , a partir dos coeficientes de X , do determinante principal, procedemos substituindo-os pelos coeficientes dos termos independentes, respectivamente para Ay e Az . Essa substituição é fundamental para adaptar a fórmula do determinante principal aos cálculos específicos de Ax, Ay e Az .

A seguir, proceder à formatação das células I, J e K para o cálculo dos valores de x, y e z , ou seja, as soluções do sistema.

Na célula que irá mostrar o valor de x , dependerá da célula do determinante principal e do determinante de x . Portanto, é necessário inserir uma condição: se esses espaços estiverem vazios, a célula também deve permanecer vazia. No entanto, caso contrário, deve-se verificar se o determinante principal é nulo. Se for nulo, então “não é possível determinar uma solução (N.E.P.D.U.S)”. Caso não seja nulo, o valor de x é dado pela razão entre $\det(Ax)$ e $\det(A)$. A fórmula a ser definida na célula é a seguinte: =SE(OU(T10=“”,T14=“”),“”,SE(T10=0,“N.E.P.D.U.S”,T14/T10)).

Essas mesmas condições são aplicáveis ao cálculo dos valores de y e z , fazendo a devida substituição pelas células correspondentes.

E por ultimo Podemos formatar a célula L (Figura 4), célula que fara a classificação do sistema de equações lineares de 3 incógnitas.

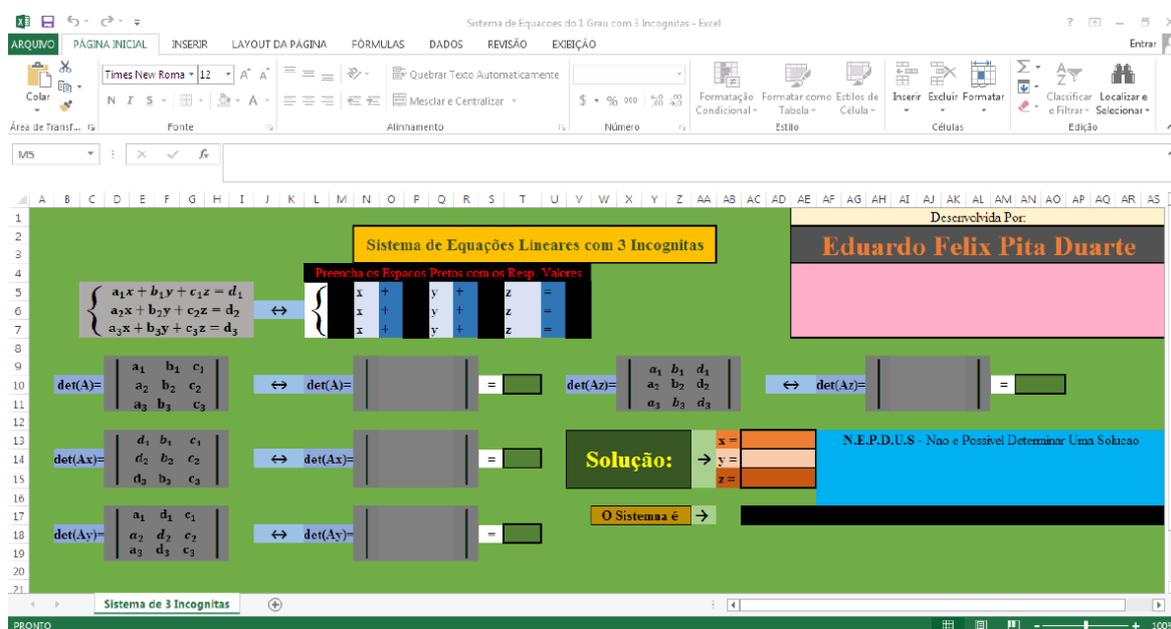
Esta célula deve verificar algumas condições: se as células dos $\det(A), \det(Ax), \det(Ay)$ e $\det(Az)$ estiverem vazias, então nada será feito, caso contrario verificar se os $\det(Ax)$,

$\det(Ay)$ e $\det(Az)$ são diferentes de zero, se forem diferentes de zero, verificar se o $\det(A)$ é igual a zero, caso for igual a zero escrever “Sistema Impossível”, Caso $\det(A)$ não for igual a zero escrever “Possível determinado”, e por ultimo, fechar com a condição de: se os valores de $\det(Ax)$, $\det(Ay)$ e $\det(Az)$ não forem diferentes de zero então escrever “Possível Indeterminado”, No Excel fica: =SE(OU(T10=“”,T14=“”,T18=“”,AN10=“”),“”,SE(OU(T14<>0,T18<>0,AN10<>0),SE(T10=0,“Impossível”,“Possível e Determinado (Admite Uma e Única Solução)”,“Possível e Indeterminado (Admite Infinitas Soluções)”).

Esta constitui a última etapa de formatação das células. Posteriormente, como uma etapa opcional, é possível aprimorar a estética da planilha adicionando preenchimentos, alterando a cor de algumas letras e, por fim, protegendo as células que contêm fórmulas.

A aplicação de preenchimentos e cores pode melhorar significativamente a legibilidade e a aparência geral da planilha, tornando-a mais intuitiva e agradável visualmente. Além disso, proteger as células com fórmulas é uma prática recomendada para evitar alterações inadvertidas nos cálculos, garantindo a integridade e a confiabilidade dos resultados.

Figura 4. Planilha final pós formatação



Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

6 Aplicação da Planilha

A planilha desenvolvida no Excel proporciona uma solução instantânea e eficaz para problemas reais e práticos envolvendo sistemas lineares. A sua capacidade de realizar cálculos automáticos dos determinantes e classificar rapidamente a natureza do sistema é uma ferramenta valiosa para tomada de decisões e resolução de questões do mundo real.

Ao lidar com situações do cotidiano que podem ser modeladas por sistemas lineares de equações, a planilha oferece uma resposta imediata sobre a existência de soluções, identificando se o sistema é possível determinado, indeterminado ou impossível. Isso é especialmente útil em cenários onde a rapidez na análise e a tomada de decisões são cruciais.

A clareza na visualização dos cálculos, proporcionada pela estrutura da planilha, não apenas agiliza o processo de resolução, mas também permite aos usuários entenderem facilmente

cada etapa do raciocínio matemático. A proteção contra alterações indesejadas garante a confiabilidade dos resultados, contribuindo para a precisão das análises.

A melhoria estética e intuitiva da planilha não apenas torna a apresentação mais atrativa, mas também aprimora a experiência do usuário, facilitando a interpretação dos resultados. A capacidade de adaptação da planilha a diferentes sistemas lineares a torna uma ferramenta versátil para uma variedade de aplicações.

Em um contexto prático, essa planilha se destaca por sua utilidade em resolver instantaneamente problemas reais, fornecendo respostas rápidas e confiáveis. Seja na otimização de processos industriais, na análise de dados financeiros ou em qualquer cenário que envolva equações lineares, a planilha no Excel se revela como uma ferramenta valiosa para profissionais e estudantes, contribuindo para uma abordagem eficaz na resolução de problemas matemáticos do mundo real.

Podemos considerar o exercício proposto por Remat [6], onde o autor sugere a resolução de um problema pelo método de adição, porém destaca que esse método pode ser muito extensivo e suscetível a erros humanos. Nesse contexto, a utilização de uma planilha se mostra como uma alternativa mais prática e eficiente.

Ao empregar uma planilha, é possível automatizar o processo de cálculo, reduzindo significativamente o tempo necessário para resolver o problema e minimizando a possibilidade de erros. Além disso, a planilha proporciona uma organização estruturada dos dados e resultados, facilitando a análise e interpretação dos resultados obtidos.

Neste contexto, usando a planilha no sistema 6.1, exemplo I.2.2 proposto por Remat [6]:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x - y + 2z = 0 \\ -x + 3y + z = 3 \end{cases} \quad (6.1)$$

teremos a seguinte situação dada na figura 5:

Figura 5. Resolução do problema pela planilha



Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

Como pode se observar, para além de a planilha oferecer as soluções $(x, y, z) = (1, 1, 1)$, também o classifica em possível e determinado, contendo uma e única solução de forma instantânea e prática.

Outro exemplo, podemos usar a planilha para resolver de forma prática o problema proposto por de Carvalho e Santos [7] com o seguinte enunciado: Um litro de iogurte contém suco de fruta, leite e mel. A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta e a quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos. Deseja-se calcular a quantidade, em mililitros, de fruta, mel e leite em cada litro de iogurte.

A modelagem do problema pode ser feita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} x &= \text{quantidade de suco de frutas.} \\ y &= \text{quantidade de leite.} \\ z &= \text{quantidade de mel.} \end{aligned}$$

As três quantidades em mililitros.

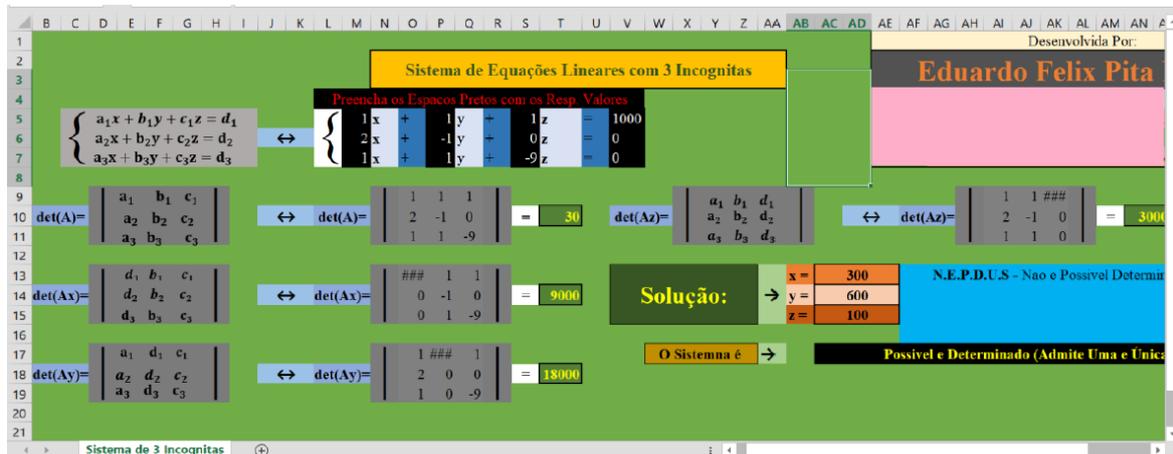
Um litro de iogurte contém x ml de suco de fruta, y ml de leite e z ml de mel: $x + y + z = 1000$. A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta: $y = 2x$ ou $-2x + y = 0$ ou $2x - y = 0$. A quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos: $z = \frac{(x + y)}{9}$ ou $9z = x + y$ ou $-x - y + 9z = 0$ ou $x + y - 9z = 0$.

Com esses dados temos o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 2x - y = 0 \\ x + y - 9z = 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

A resolução analítica do sistema 3 pode incorrer muitos passos, com a planilha, de forma prática, temos as seguintes soluções:

Figura 6. Resolução do problema pela planilha



Fonte: Captura de ecrã feita pelo autor.

Assim, obtemos como solução: a quantidade de fruta é de 300 ml, a de mel é de 600 ml e a de leite é de 100 ml em cada litro de iogurte. Desse modo, problemas envolvendo sistemas de equações lineares com três incógnitas, como este, podem ser resolvidos de maneira instantânea e prática com a planilha, tornando – se neste sentido uma ferramenta poderosa na resolução de problemas de sistema de equações lineares com 3 incógnitas.

Considerações Finais

Este artigo explorou a aplicabilidade do Microsoft Excel como uma ferramenta poderosa na resolução de sistemas de equações lineares com três incógnitas. A proposta de uma planilha dedicada a essa finalidade não apenas simplifica o processo de resolução, mas também oferece uma abordagem inovadora para o ensino e aprendizado de matemática.

Através do exemplo prático modelado e resolvido com a planilha, evidenciamos a eficácia e a praticidade dessa abordagem. A capacidade de calcular as soluções instantaneamente e classificar os sistemas contribui significativamente para a compreensão conceitual dos estudantes, proporcionando uma experiência educacional enriquecedora.

No contexto profissional, a utilização da planilha oferece uma solução rápida e confiável para problemas do mundo real, destacando a versatilidade do Microsoft Excel em ambientes profissionais e acadêmicos. A eficiência proporcionada pela ferramenta torna-se uma vantagem significativa, especialmente nas áreas ciências, tecnologia, engenharia e matemática, onde a resolução ágil de problemas é crucial.

Em conclusão, a proposta apresentada não apenas simplifica o processo de resolução de sistemas lineares, mas também ressalta a importância de integrar ferramentas tecnológicas no ensino da matemática. O Microsoft Excel, quando utilizado de maneira educativa, emerge como uma ponte entre a teoria e a prática, preparando estudantes e profissionais para desafios matemáticos e científicos complexos.

Fontes de Financiamento

Não há.

Orcid

0009-0008-6082-1421  <https://orcid.org/0009-0008-6082-1421>

Referências

1. A. C. M. dos Santos, *Relatório técnico sobre Microsoft Excel*, Votuporanga: Etec, 2022.
2. M. E. Caixeta, “A importância do Excel no mundo profissional”, 2024. [Online]. Available: <https://www.linkedin.com/pulse/import%C3%A2ncia-do-excel-mundo-profissional-estela-caixeta-cq1yf/>.
3. C. M. Camillo, “O Uso do Software Excel no Ensino da Matemática”, Pós-graduanda em Educação a Distância pela Universidade Estadual do Norte do Paraná – UNOPAR; Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa pela Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, 2017.
4. A. P. Souza, “A Integração de Tecnologias no Ensino da Matemática: Impactos e Perspectivas”, *Revista de Educação Matemática e Tecnológica*, vol. 8, no. 2, pp. 123-135, 2015.
5. G. Iezzi and S. Hazzan, *Fundamentos de Matemática Elementar 4*, 8th ed., São Paulo: Atual editora, 2013.
6. Remat, “Sistema de três equações lineares”, 2022. [Online]. Available: <https://www.ufrgs.br/reatmat/PreCalculo/livro/sl-sistema-de-tres-equacoes-lineares.html>.
7. P. A. de Carvalho and A. G. Santos, “Sistemas Lineares (Plano de Trabalho 1)”, Formação Continuada em Matemática Fundação CECIERJ/CEDERJ, 2012.

