

# Um modelo de Programação Linear para a otimização dos custos de produção de blocos numa cerâmica da cidade mineira de Almenara

A Linear Programming model for optimization of the production costs of blocks in a ceramics factory in the mining town of Almenara

Gonçalo Renildo Cerqueira <sup>a</sup>, Cleia Santos Libarino <sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - BA, Brasil; <sup>b,\*</sup>Instituto Federal da Bahia, Vitória da Conquista - BA, Brasil

\* Autor Correspondente: [cleialbarino@ifba.edu.br](mailto:cleialbarino@ifba.edu.br)

**Resumo:** A Programação Linear tem sido muito utilizada por diversos setores da indústria como forma de otimizar seus processos de produção, visando reduzir custos ou aumentar lucro. Embora já muito utilizada por alguns setores da aviação, da siderurgia e de móveis, alguns outros estão distantes, desta ferramenta por falta de conhecimento ou oportunidade. Por este motivo, neste trabalho propomos aplicá-la na linha de produção de uma cerâmica que fornece blocos e lajotas para um setor muito importante para o desenvolvimento econômico, a Construção Civil. Os resultados e conclusões obtidos serão apresentados ao final deste artigo.

**Palavras-chave:** Produção; Otimização; Programação Linear; Algoritmo Simplex.

**Abstract:** The Linear Programming has been widely used by various industry sectors as a way of optimizing their production processes, aiming to reduce costs or increase profits. Although already widely used in some aviation, steel and furniture sectors, some others are far from this tool due to lack of knowledge or opportunity. For this reason, in this work we propose to apply it in the ceramic production line that supplies blocks and tiles for a very important sector for economic development, Civil Construction. The results and conclusions obtained will be presented at the end of this article.

**keywords:** Production; Optimization; Linear Programming; Simplex Algorithm.

## 1 Introdução

Com recursos cada vez mais escassos, inclusive os recursos naturais, torna-se nos dias de hoje cada vez mais urgente que os mesmos sejam utilizados de maneira racional. Marins [2] vai dizer que as exigências do desenvolvimento industrial brasileiro, e a globalização da economia, forçam a utilização de ferramentas mais poderosas na solução de problemas específicos ou gerais das empresas. Segundo eles, hoje se constata que, embora as técnicas da Pesquisa Operacional(PO) já estejam bastante divulgadas no meio

acadêmico, nas empresas ainda há várias restrições ao conhecimento e domínio dessa ferramenta. A falta de tradição no uso de técnicas sofisticadas no mundo empresarial brasileiro, aliada a dificuldades de comunicação com as universidades, fazem com que o uso da PO por empresas esteja bem aquém do que seria desejável.

Nas universidades a tendência é uma diversificação muito grande de áreas de aplicação. Há pessoas trabalhando com problemas determinísticos, estocásticos e combinatórios. A utilização da Programação Linear como aplicação vem de longo tempo, em 1959 por exemplo, Williams and Haley [13] utilizou esta ferramenta para a alocação de carvão de vinte e oito minas para sete pontos centrais, mas com uma logística de transporte bastante complexa devido diversas questões como tempo, mão de obra e equipamentos entre outros e em 1974 Williams and Redwood [14] utilizou para auxiliar nas decisões de compra e operação numa indústria alimentícia.

Há também aplicações da PL relacionados à teoria da decisão, a métodos computacionais aplicados à Programação Matemática e Serviços Públicos como em Massé and Gibrat [11], aviação comercial como em An. *et al* [12] e a outras áreas mais contemporâneas, como a Logística e o Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos (*Supply Chain Management*). A esta diversificação se alia um crescente intercâmbio da universidade com a empresa, na forma de assessoria e participação em projetos.

Este artigo por exemplo, é fruto deste crescente intercâmbio entre as universidades e as empresas, que lidam no dia a dia com o desafio de melhorar suas linhas de produção, sem diminuir a qualidade de seus produtos, num mercado cada vez mais competitivo e exigente. Buscou-se portanto neste trabalho aliar a teoria à prática, no desenvolvimento de um modelo de Programação Linear (PL) que pudesse ser aplicado na linha de produção de blocos de cerâmica de uma empresa, visando otimizar sua produção.

## 2 Programação Linear

Para a formulação matemática de um problema de Programação Linear(PL) devemos determinar as variáveis de decisão envolvidas, a função objetivo e as restrições do modelo. Fonte Bazaraa *et al* [1]. As variáveis de decisão surgem naturalmente a partir da compreensão do problema a ser estudado. As mesmas apontarão as decisões a serem tomadas de acordo com a natureza do problema proposto, podendo envolver produção, investimentos, distribuição e seleção de produtos e serviços, localização etc. Estabelecidas as possíveis decisões, deve está bem claro no problema qual o objetivo a ser alcançado, o que se pretende otimizar com as possíveis tomadas de decisão previamente elaboradas. Na literatura tais problemas são citados como problemas de otimização (Pinto [3], Silva [4]), podendo ser associados a maximização de lucros, minimização de custos ou perdas, redução de tempo, escolha de melhor localização, melhor ponto de distribuição de mercadorias etc. Finalmente para completar a formulação matemática, adicionam-se ao modelo as restrições do problema, que são condições impostas ao processo de tomadas de decisão, geralmente associadas a limitações dos recursos disponíveis, como matéria-prima, mão de obra, tempo de produção, etc.

A função objetivo é linear e as restrições são representadas por equações ou inequações lineares. Segundo Goldbarg e Luna [5], para formular o modelo matemático pode-se considerar  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$  a matriz das variáveis de decisão, onde cada  $x_j$  representa a

quantidade do recurso do tipo  $j$  disponível, para  $j = 1, \dots, n$ .  $\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$  indica os custos envolvidos, onde  $c_j$  é o custo associado ao recurso  $j$ .  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$  a matriz dos termos independentes, em que  $b_i$  é a quantidade disponível do recurso do tipo  $i$ ; e  $A = a_{ij}$  uma matriz de ordem  $(m \times n)$  em que  $a_{ij}$  é a quantidade de recurso do tipo  $i$  associado à variável de decisão  $j$ . para  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ . O modelo completo é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned}
 \min z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 &\text{sujeito a :} \\
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\
 &\vdots \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \\
 b_i &\geq 0; x_j \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Com as notações definidas, o modelo toma a forma matricial seguinte.

$$\begin{aligned}
 \min z &= \mathbf{c}\mathbf{x} \\
 &\text{sujeito a :} \\
 \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\
 \mathbf{x} &\geq \vec{0}; \mathbf{b} \geq \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2}$$

### 3 Método Simplex

Para solucionar problemas de Programação Linear (PL), cujo modelo apresentamos em (1) com forma matricial (2), aplica-se o Método Simplex, um algoritmo criado pelo americano George Dantzig em 1947. Bazaraa *et al* [1] diz que o algoritmo consiste em experimentar uma sequência de soluções básicas viáveis até se chegar à solução ótima do sistema para a função objetivo desejada. Suponha que  $\text{posto}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \text{posto}(\mathbf{A}) = m$ . Após algumas operações sobre as colunas de  $(\mathbf{A})$  reescrevemos  $\mathbf{A} = [\mathbf{B}, \mathbf{N}]$  onde  $\mathbf{B}$  é uma matriz inversível de ordem  $m \times m$  e  $\mathbf{N}$  é uma matriz de ordem  $m \times (n - m)$ , para mais detalhes ver Horres [6]. A solução  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B \ \mathbf{x}_N]^T$ , sendo  $\mathbf{B}$  sua matriz básica e  $\mathbf{N}$  sua matriz não-básica. As componentes de  $\mathbf{x}_B$  são chamadas variáveis básicas (ou variáveis dependentes) e as componentes de  $\mathbf{x}_N$  são chamadas variáveis não-básicas (ou variáveis independentes). Se  $\mathbf{x}_B > \mathbf{0}$  então  $\mathbf{x}$  é dita uma solução básica viável não-degenerada, e se pelo menos uma componente de  $\mathbf{x}_B$  é nula,  $\mathbf{x}$  é uma solução básica viável degenerada para o sistema.

#### 3.1 O Algoritmo Simplex

##### INÍCIO

1. Utilize variáveis de folga para reescrever as desigualdades  $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$  do problema (2) em igualdades  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$
2. Escolha uma solução básica viável de base  $\mathbf{B}$
3. Resolva o sistema  $\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{b}$ . (Com solução única  $\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} = \bar{\mathbf{b}}$ ). Seja  $\mathbf{x}_B = \bar{\mathbf{b}}, \mathbf{x}_N = \mathbf{0}$

e  $\mathbf{z} = \mathbf{c}_B \mathbf{x}_B$

4. Resolva o sistema  $\mathbf{w} \mathbf{B} = \mathbf{C}_B$  (Com solução única  $\mathbf{w} = \mathbf{c}_B \mathbf{B}^{-1}$ ) que são os multiplicadores simplex. Calcule  $z_j - c_j = \mathbf{w} \mathbf{a}_j - c_j$  para todas variáveis não básicas.

5. Seja  $z_k - c_k = \text{Max} : z_j - c_j (j \in \mathbf{R})$ , onde  $\mathbf{R}$  é o conjunto atual de índices das variáveis não-básicas. Se  $z_k - c_k \leq 0$  então pare, a atual solução básica é ótima. Caso contrário a variável  $x_k$  entra na base e segue-se para o passo 6.

6. Resolva o sistema  $\mathbf{B} \mathbf{y}_k = \mathbf{a}_k$  cuja solução é única dada por:  $\mathbf{y}_k = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}_k$ . Se  $\mathbf{y}_k \leq \mathbf{0}$  a solução ótima é ilimitada. caso contrário siga para o passo 7.

7. Determine:  $\frac{\bar{b}_r}{y_{rk}} = \text{Min} \{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \}$ . Atualize a base  $\mathbf{B}$  com  $\mathbf{a}_k$  entrando no lugar de  $\mathbf{a}_{B_r}$ . atualize os índices do conjunto  $\mathbf{R}$  e retorne ao passo 3.

FIM

Os passos do algoritmo acima podem ser dispostos no formato de Tableau Simplex conforme Tabela 1 descrito Bazarra *et.al* [1]. Para a utilização do Tableau Simplex, utilizamos a notação descrita no algoritmo para reescrever o problema (2) como:

$$\min z = \mathbf{c} \mathbf{x}$$

sujeito a :

$$z - \mathbf{c}_B \mathbf{x}_B - \mathbf{c}_N \mathbf{x}_N = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} \mathbf{x}_B + \mathbf{N} \mathbf{x}_N = \mathbf{b} \quad (4)$$

$$\mathbf{x}_B \geq \vec{0}; \mathbf{x}_N \geq \vec{0}$$

A equação (4) pode ser colocada na forma  $\mathbf{x}_B + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{x}_N = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}$ . Multiplicando esta equação por  $\mathbf{c}_B$  e somando com a equação (3) obtém-se  $z + \mathbf{0} \mathbf{x}_B + (\mathbf{c}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} - \mathbf{c}_N) \mathbf{x}_N = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}$ . Finalmente destas duas últimas equações tem-se  $\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}$  e  $z = \mathbf{c}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}$ . A coluna RHS (*right-hand-side*) da Tabela 1 denota os valores das variáveis básicas,  $\mathbf{B}$  é a matriz da solução básica corrente,  $\mathbf{z}$  a função objetivo a ser otimizada,  $\mathbf{1}$  é o coeficiente de  $z$  e  $\mathbf{I}$  é matriz identidade de ordem  $m \times m$

**Tabela 1.** Tableau Simplex

	$z$	$\mathbf{x}_B$	$\mathbf{x}_N$	RHS
$z$	1	0	$\mathbf{c}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} - \mathbf{c}_N$	$\mathbf{c}_B \bar{\mathbf{b}}$
$\mathbf{x}_B$	0	$\mathbf{I}$	$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{N}$	$\bar{\mathbf{b}}$

## 4 Aplicação Prática da Programação Linear

Existem na Literatura muitas aplicações de Programação Linear no setor industrial, comercial, agropecuário entre outros. Bressan e Salvadeo [8] aplicaram PL numa indústria moveleira de pequeno porte, com o auxílio de dois problemas de otimização linear: o dimensionamento de lotes e o corte de estoque.

Santos e Vallin[9] buscaram avaliar as contribuições da aplicação da programação linear como instrumento de decisão na gestão empresarial para maximização do resultado de uma empresa do ramo de hotelaria.

Anderson e Pok [10] apresenta uma técnica associada à Programação Linear para avaliar o impacto da concorrência na eficiência hoteleira. Em Cerqueira *et al* [14] PL é utilizada na resolução do problema de corte de estoque, muito aplicado na indústria de móveis, papel e aço.

A Cerâmica UNIÃO localizada na cidade de Almenara-Minas Gerais produz blocos e telhas há mais de 50 anos. São produzidos atualmente três tipos de blocos de cerâmica, os de 06 e 08 furos, e mais recentemente foi lançado o bloco de 12 furos. Os blocos são vendidos em média por R\$550,00 o milheiro. Houve algo que ficou muito claro para a nossa equipe de pesquisa em Otimização nas visitas e conversas que tivemos com os donos e encarregados da empresa, a possibilidade de melhorar o lucro mudando a proporção das quantidades de blocos de 06 e 08 furos a serem produzidas, devido aos custos com tempo, mão obra e matéria prima empregados na atual forma de produção dos mesmos. Como a empresa destina \$9,00 por milheiro vendido de blocos de 06 furos e \$10,00 por milheiro vendido de blocos de 08 furos para um fundo de reserva, prevenindo-se contra eventos esporádicos do tipo enchentes, incêndios, secas, crises econômicas, tipo a provocada pela pandemia de Covid-19 em 2020 entre outros, propomos um modelo cujo objetivo é maximizar o fundo de reservas da empresa, conseqüentemente o modelo poderá ser utilizado para outros objetivos desejados, pois só depende do valor obtido com a venda do milheiro do bloco. Chegamos então ao seguinte problema para a empresa:

**Problema:** a cerâmica União produz entre outros produtos, blocos de 06 e 08 furos. Cada um dos 04 fornos que possui comporta uma quantidade de 12 mil blocos. É destinado para o fundo de reserva R\$9,00 por cada 1.000 (mil) blocos de 06 furos vendidos e R\$10,00 por cada 1.000 (mil) blocos de 08 furos vendidos. Por questões impostas pelos órgãos ambientais de fiscalização, a empresa só dispõe de  $16m^3$  de argila por forno e são gastos  $1,2m^3$  e  $1,6m^3$  de argila para a produção de 1.000 (mil) blocos de 06 e 1.000 (mil) blocos de 08 furos respectivamente. Se colocar apenas blocos de 06 furos o forno comporta 14 mil blocos, e se colocar apenas blocos de 08 furos o mesmo comporta 10 mil blocos. Nestas condições, qual quantidade em milhares de cada tipo de bloco a empresa deve produzir em cada forno para que seu fundo de reserva seja máximo?

#### 4.0.1 Variáveis de decisão do problema

- $x$  = quantidade em milhares de blocos de 06 furos.
- $y$  = quantidade em milhares de blocos de 08 furos.
- Função objetivo: maximizar  $z = f(x, y) = 9x + 10y$ .
- Restrição do forno para as quantidades de blocos de 06 e 08 furos juntos:  $x + y \leq 12$ .
- Restrição do forno para as quantidades de blocos de 06 e 08 furos isoladamente:  
 $x \leq 14$  e  $y \leq 10$ .
- Restrição da argila. Para mil blocos de 06 furos gasta-se  $1,2m^3$  e para cada mil blocos de 08 furos gasta-se  $1,6m^3$  de argila respectivamente então  $1,2x + 1,6y \leq 16$ .
- Restrição de não negatividade  $x \geq 0, y \geq 0$ .

Colocando no formato do Problema de Programação Linear descrito em (1) tem-se o seguinte modelo para este problema:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } z = f(x, y) = 9x + 10y \\ & \text{Sujeito a : } \begin{cases} x + y \leq 12 \\ x \leq 14 \\ y \leq 10 \\ 1,2x + 1,6y \leq 16 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Podemos reduzir o tamanho deste problema traçando geometricamente sua região viável. É possível mostrar que o conjunto das soluções viáveis de um problema de Programação Linear é um conjunto convexo, e que toda solução básica viável do sistema é um extremo deste conjunto. Não é objeto deste trabalho entrar em detalhes sobre este tópico, iremos apenas apresentar aqui o conjunto de intersecção das inequações do problema, a fim de eliminar algumas delas e aplicar o Método Simplex para resolvê-lo. A região viável apresentada na Figura 1, mostra que as restrições  $x \leq 14$  e  $x \leq 10$  podem ser retiradas sem qualquer prejuízo para a resolução do mesmo. Com isso o problema (5) pode ser reescrito como:

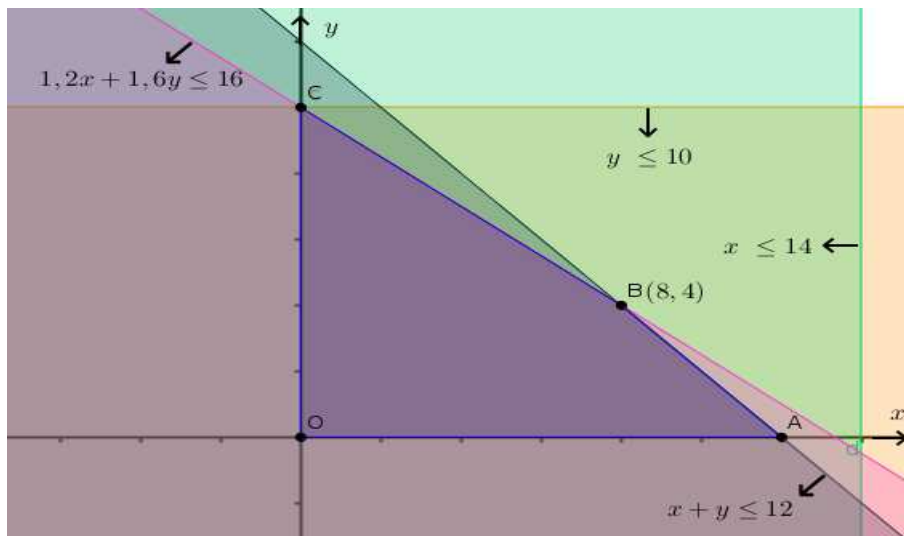


Figura 1. OABC.Região Viável

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } z = f(x, y) = 9x + 10y \\ & \text{Sujeito a : } \begin{cases} x + y \leq 12 \\ 1,2x + 1,6y \leq 16 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Vamos rescrever o modelo do problema acrescentando as variáveis de folga:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } z = f(x, y) = 9x + 10y \\ & \text{sujeito a : } \begin{cases} x + y + t = 12 \\ 1,2x + 1,6y + w = 16 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Iremos encontrar a solução deste problema utilizando o Método do Tableau Simplex descrito na seção 3. Assim podemos reescrevê-lo como segue:

$$\begin{cases} z - 9x - 10y + 0t + 0w = 0 \\ 0z + x + y + t + 0w = 12 \\ 0z + 1,2x + 1,6y + 0t + w = 1,6 \end{cases} \quad (8)$$

**Tabela 2.** Tableau Inicial

z	x	y	t	w	b
1	-9	-10	0	0	0
0	1	1	1	0	12
0	1,2	1,6	0	1	16

Iremos mostrar somente o tableau inicial, a fim de descrever a primeira iteração do algoritmo em detalhes, mostrando seu desenvolvimento e o tableau ótimo (final). Seguindo o Algoritmo Simplex e Tableau Simplex na primeira iteração começamos com uma solução básica inicial indicada pelo ponto  $O = (0, 0)$ , que é justamente a origem da região de soluções viáveis do método geométrico. Aplicando o teste de otimalidade que consiste em avaliar o efeito da permuta de uma variável básica por outra não básica, analisando se o valor de  $z$  melhora ou não. No caso acima, temos como solução básica inicial  $t = 12$ ,  $w = 16$ ,  $x = 0$  e  $y = 0$ , que nos dá  $z = 0$ . Esta solução que tem  $x = y = 0$  e  $z = 0$  corresponde ao ponto extremo  $O = (0, 0)$  da região de soluções viáveis da Figura 1. Obviamente, essa solução não é ótima pois examinando a função objetivo na forma normal  $z = 9x + 10y$  e  $x = 0$ ,  $y = 0$  e  $z = 0$ , temos:

- Se  $x$  entra na base com valor 1, o valor de  $z$  passa de  $z = 0$  para  $z = 9$ , aumentando 9 unidades, exatamente o valor do coeficiente de  $x$ .
- Se  $y$  entra na base com valor 1, o valor de  $z$  passa de  $z = 0$  para  $z = 10$ , aumentando 10 unidades, exatamente o valor do coeficiente de  $y$ .

Por outro lado, se o coeficiente de  $x$  ou  $y$  fosse negativo, a entrada dessa variável diminuiria o valor de  $z$ , de acordo com o seu coeficiente. Podemos concluir, neste teste de otimalidade, que enquanto a função objetivo apresentar variáveis não básicas com coeficientes positivos, ela poderá ser aumentada, não sendo portanto a solução ótima.

Pelo teste de otimalidade este resultado explícito no quadro é ótimo, e foi obtido após a quinta iteração do algoritmo Simplex, pois não há coeficientes negativos na 1ª linha

**Tabela 3. Tableau Final**

z	x	y	t	w	b
1	0	0	6	2,5	112
0	1	0	4	-2,5	8
0	0	1	-3	2,5	4

da função objetivo. O valor ótimo para o fundo de reserva da empresa é  $z = 112$  reais, quando são produzidos  $x = 8$  mil blocos de 6 furos e  $y = 4$  mil blocos de 8 furos, não havendo sobra na capacidade do forno ( $t = 0$ ) e nem sobra de argila ( $w = 0$ ). Esta solução ótima  $x = 8$  e  $y = 4$  é justamente o ponto extremo ótimo  $B = (8, 4)$  da Figura 1 do método gráfico. Acrescentamos ao problema da cerâmica a pedido da empresa mais um produto a ser produzido, a lajota. Em relação ao dados fornecidos anteriormente foram adicionados os seguintes: para o fundo de reserva são destinados R\$15,00 por cada mil lajotas vendidas. A disponibilidade agora é de  $18m^3$  de argila e para cada 1.000 lajotas são gastos  $1,8m^3$  de mesma. Segundo a empresa, o mercado local tem uma demanda de no máximo 2.000 mil lajotas por forno Assim, ao modelo 6 insere-se uma nova variável de decisão:  $z =$  quantidade em milhares de lajotas, cuja restrição de demanda é  $0 \leq z \leq 2$ . Nestas condições o modelo 6 torna-se:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } l = f(x, y, z) = 9x + 10y + 15z \\ & \text{Sujeito a : } \begin{cases} x + y + z \leq 12 \\ 1,2x + 1,6y + 1,8z \leq 18 \\ z \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

que com as variáveis de folga  $k, w, t$  pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } z = f(x, y, z) = 9x + 10y + 15z \\ & \text{sujeito a : } \begin{cases} x + y + z + k = 12 \\ 1,2x + 1,6y + 1,8z + t = 18 \\ z + w = 2 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

O tableau inicial e o tableau ótimo obtido na oitava iteração do Algoritmo Simplex para este caso são mostrados a seguir.

O algoritmo obtém então um fundo de reserva no valor de  $l = \$126,00$  obtido com a produção de  $x = 4.000$  blocos de 6 furos,  $y = 6.000$  blocos de 8 furos e  $z = 2.000$  lajotas, sem qualquer perda na quantidade inicial de argila e com utilização da capacidade total do forno.



**Tabela 4.** Tableau Inicial

L	$x$	$y$	$z$	$k$	$t$	$w$	$b$
1	-9	-10	-15	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	12
0	1,2	1,6	1,8	0	1	0	18
0	0	0	1	0	0	1	2

**Tabela 5.** Tableau Ótimo

L	$x$	$y$	$z$	$k$	$t$	$w$	$b$
1	0	0	0	6	2,5	4,5	126
0	1	0	0	4	-2,5	0,5	4
0	0	1	0	-3	2,5	-1,5	6
0	0	0	1	0	0	1	2

## 5 Conclusão

Apresentamos neste trabalho uma aplicação prática da Programação Linear. Tanto para o grupo de Pesquisa em Otimização da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia quanto para a Cerâmica União, esta parceria foi de suma importância, pois se por um lado a pesquisa ultrapassa as fronteiras da universidade, para cumprir seu papel social de contribuir para o desenvolvimento econômico, levando conhecimento, por outro é também favorecida, com a oportunidade de experimentar na prática, aquilo que muitas vezes só acontece, por meio de simulações computacionais através dos softwares e outras ferramentas tecnológicas alimentadas tão somente por dados gerados aleatoriamente, distantes muitas vezes da realidade vivida pelas empresas. Os resultados obtidos e apresentados aos responsáveis pela administração da empresa foram promissores e lhes causaram uma agradável surpresa, pois eles perceberam que apesar de já fazerem o uso das ferramentas computacionais para controle de fluxo de caixa, compra de mercadorias, treinamento de funcionários entre outros, algumas atividades estavam sendo desenvolvidas de formas bem ultrapassadas. Era o que acontecia com a utilização dos fornos para a produção dos blocos e lajotas. Estavam levando em conta apenas os pedidos e para eles o que importava no final das contas era suprir a demanda do mercado e entregar o produto a seus clientes, sem perceber que muitas vezes estavam utilizando os fornos desnecessariamente, porque na maioria das vezes os funcionários tomavam decisões com base em observações e experiências anteriores a partir de situações bem adversas, gerando desperdício de material. Para trabalhos futuros pretende-se considerar outros objetivos como a minimização do desperdício da argila, importante para preservação ambiental ou a maximização do lucro líquido na produção, dados certamente muito mais sigilosos para empresa.

## Contribuições

Todos os autores contribuíram substancialmente na concepção e/ou no planejamento do estudo; na obtenção, análise e/ou interpretação dos dados; na redação e/ou revisão crítica; e aprovaram a versão final a ser publicada.

## Fontes de Financiamento

Não há.

## Orcid

Gonçalo Renildo Cerqueira  <https://orcid.org/0000-0003-3996-8150>

Cleia Santos Libarino  <https://orcid.org/0000-0002-4078-5872>

## Referências

1. M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis and H. D. Sheral, "Linear Programming and Network Flows", *John Wiley & Sons*, 2<sup>a</sup> ed, 1990 .
2. F. A. S. Marins, "Introdução à Pesquisa Operacional". *Unesp-Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Graduação*, São Paulo 2011.
3. J. A. Pinto, "Programação Linear, *Universidade do Porto*, Porto-Portugal 2004.
4. E. M. da Silva, *Pesquisa Operacional*, 3<sup>a</sup> ed, Atlas, São Paulo, 2008.
5. M. C. Goldbarg e H. P. L. Luna, "Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos", *Elsevier Brasil*, 2<sup>a</sup> ed, Rio de Janeiro - 2005
6. A. Horres. "Álgebra Linear com Aplicações". *Bookman Companhia*, Porto Alegre - 2012.
7. A. Hoouse e M. Kripka, "Prgramação Linear aplicada na indústria e sua conexões com os objetivos de desenvolvimento sustentável", *Revista Produção Online* Florianópolis-SC, v. 23, n. 3, 2023.
8. G. M. Bressan e G. P. Salvadeo, "Aplicação da programação linear em uma indústria moveleira: corte de estoque e dimensionamento de lotes", *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*. Bauru - SP. 2022
9. J. N. Santos e C. R. Vallim "Programação Linear na otimização de mix de serviços: em estudo de uma empresa de Hotelaria, *Brazilian Journal of Quantitative Methods Applied to Accounting*, v. 8, n. 2, p. 48-64, 2021
10. R. Anderson and R. Fok, "Hotel industry efficiency: An advanced linear programming examination", *American Business Review*, 2000, Vol 18, Issue 1, p40.
11. P. Massé, R. Gibrat, "Application of Linear Programming to Investments in the Electric Power Industry", *Institute for Operations Research and the Management Sciences* Vol. 3, No. 2. 1957
12. J. An, A. Mikhaylov and S. Jung, "A Linear Programming approach for robust network revenue management in the airline industry", *Journal of Air Transport Management* Vol.91, March 2021.
13. K. B. Williams and K. B. Haley, "A Practical Application of Linear Programming in the Mining Industry", *Journal of the Operational Research Society*, Vol.10, pages 131–137,1959.
14. H. P. Williams and A. C. Redwood, "A Structured Linear Programming Model in the Food Industry", *Journal of the Operational Research Society*, Vol.25, pages 517–527,1974
15. G.R.L. Cerqueira, S. S. Aguiar and M. Marques, "Modified Greedy Heuristic for the one-dimensional cutting stock problem" *Journal of Combinatorial Optimization*, Springer, vol. 42(3), pages 657-674, 2021.

