Prática pedagógica no ensino de matemática: momentos de matematizar

Pedagogical practice in the teaching of mathematics: moments of mathematize

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana 60a,*, Maria Elizabete Souza Couto 60a

Resumo: Este artigo tem como objetivo apresentar e descrever as possibilidades de realização de uma metodologia investigativa no ensino de Matemática na perspectiva do matemáticar. Um trabalho que está sendo realizado em escolas da rede pública de ensino, com professores que lecionam matemática. Para esse estudo a prática aqui descrita segue com um exemplo desenvolvido por professores que lecionam no 5º ano do Ensino Fundamental, durante um período de um mês, com cinco Momentos de Matematizar com: tema; problematização; dados, informações e registros; definições; e para conclusão. A prática descrita segue a seleção do tema - Universo: uma viagem pelo espaço -, dos conceitos a serem estudados - fração, sistema solar, leitura -, a contextualização e o planejamento das atividades realizadas com os estudantes foram construídos em conjunto com professores e o grupo de pesquisa, considerando o tema e os conceitos. O movimento de questionar, contextualizar, desenvolver a criatividade e curiosidade dos estudantes fizeram-se presentes em todos os Momentos de Matematizar. Tal condição indica que os Momentos de Matematizar não se constituem em um ciclo fechado, mas se movimentam possibilitando novas práticas, com contextualização e problematização para continuar estudando o mesmo objeto do conhecimento ou outros. Por isso, os Momentos de Matematizar se constituem em uma metodologia investigativa que possibilita processos para a aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Metodologia investigativa; Matematização; Prática investigativa; Problematização; Ensino.

Abstract: This article aims to present and describe the possibilities of conducting an investigative methodology in the teaching of mathematics from the perspective of mathematize. A project that is being carried out in public schools, with teachers who teach mathematics. For this study the practice described here follows an example developed by teachers who teach in the 5th grade of elementary school, over a period of one month, with five Moments of Mathematics with: theme; problematization; data, information and records; definitions; and for conclusion. The practice described follows the selection of the theme – Universe: a journey through space -, of the concepts to be studied - fraction, solar system, reading -, contextualization and planning of the activities carried out with the students were built together with teachers and the research group, considering the theme and concepts. The movement to question, contextualize, develop creativity and curiosity of students were present at all times of mathematize. This condition indicates that the Moments of Mathematize do not constitute a closed cycle, but move enabling new practices, with contextualization and problematization to continue studying the same object of knowledge or others. Therefore, the Moments of Mathematize constitute an investigative methodology that enables processes for student learning.

keywords: Investigative methodology; Mathematize; Investigative practice; Problematization; Teaching.

^aUniversidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus - BA, Brasil

^{*} Autor Correspondente: eurivalda@uesc.br

1 Introdução

Ensinar matemática em salas de aula nos remete a pensar em desafios que podem ser utilizados pelo professor que possibilitem o engajamento do estudante e as suas consequentes conquistas, realizações e aprendizagens matemáticas. Estes desafios podem emergir de situações problemas do comportamento social, dos avanços tecnológicos, do acesso à internet e a informações, com redes sociais e possibilidades de construção de novos conhecimentos.

O estudante que se encontra imerso nesse mundo tecnológico, muitas vezes, não se sente atraído por processos de ensino, em sala de aula, que não os engajem, não os desafiem e não os coloquem como agentes protagonistas de sua aprendizagem. Além disso, muito do que é discutido em sala de aula, parece ser sem sentido para a vida ou que possa ter utilidade nos seus fazeres cotidianos (Carraher, Carraher, Shliemann, 1993).

Um contexto em que o próprio professor, com seus pares, precisa refletir e se (re)inventar em relação as possibilidades metodológicas, os recursos didáticos, a postura filosófica e pedagógica que caracterizam o processo de ensino e de aprendizagem que devem ser (re)vistos, (re)visitados ou ampliados.

Assim, são importantes as conexões que podem ser feitas com a prática pedagógica e, nesse estudo considera-se como

> [...] uma prática social orientada por objetivos, finalidades e conhecimentos, e inserida no contexto da prática social. A prática pedagógica é uma dimensão da prática social que pressupõe a relação teoria-prática, e é essencialmente nosso dever, como educadores, a busca de condições necessárias à sua realização (Veiga, 1988, p. 8).

Desenvolver uma prática pedagógica norteada pela prática social do momento e do espaço que o estudante e a escola estão inseridos, requer ao professor considerar os avanços tecnológicos e as problemáticas do mundo no âmbito global e local. De maneira ampla, precisa ser considerada a relação da teoria com a prática social em que a escola está inserida.

Assumir uma prática pedagógica que busque o diálogo com a realidade e favoreça a relação teoria e prática se afasta de uma prática pedagógica repetitiva que se baseia no que está pré-estabelecido (Veiga, 1988), cujo papel do professor é subordinar-se ao que está determinado para ser feito. Tal prática se aproxima do paradigma do exercício, em que é dado um modelo e depois uma lista de exercício para o estudante repetir os passos de resolução.

Para Skovsmose (2000), no paradigma do exercício a prática pedagógica apresenta algumas características: na sala de aula os estudantes ficam sentados em direção a lousa; o professor apresenta sua aula com algumas explicações (E) e técnicas matemáticas e, depois, segue com exemplos (E) e, logo em seguida, os estudantes resolvem exercícios (E), na maioria das vezes, do livro didático. Uma prática baseada no EEE – explicação, exemplo e exercícios - em que os estudantes aceitam os dados dos exercícios como forma de aprender o conteúdo, sem fazer qualquer questionamento.

Romper com o paradigma do exercício e fundamentar a prática pedagógica com o diálogo é pensar o estudante numa postura ativa e crítica da realidade social, pressupondo que o professor, também, tenha uma prática pedagógica crítica (Veiga, 1988), com ações que busquem a recíproca entre professor e estudante. Que os momentos em sala de aula estejam interligados com temas que favoreçam reflexões, tomada de decisão, a 'escuta' aos estudantes, o avanço para realizações pessoais, trabalho em grupo, desenvolvendo a postura crítica diante de situações da vida, da comunidade ou da sociedade como um todo.

Partindo dessas reflexões, será que 'Matemática' e 'matematizar' possuem o mesmo sentido no contexto do ensino e da aprendizagem dos conceitos matemáticos? Esta é uma indagação que vem fazendo parte das nossas discussões com pesquisadores, professores da Educação Básica, orientandos da Pós-graduação e Graduação na Licenciatura em Matemática.

Assim, este artigo tem como objetivo apresentar e descrever as possibilidades de realização de uma metodologia investigativa no ensino de Matemática na perspectiva do matematizar. O artigo encontra-se organizado em três seções. Na primeira, uma discussão sobre o 'matematizar' a partir das reflexões de Hans Freudenthal, os estudos da Teoria da Atividade e da Educação Matemática. A segunda, a construção de uma prática pedagógica com base nos Momentos do Matematizar. Na terceira, os Momentos do matematizar na sala de aula, considerando o desenvolvimento de uma prática pedagógica numa perspectiva investigativa. E, por fim, breves ideias sobre resultados dessa prática.

2 A Matemática e o Matematizar

Estudos de pesquisadores da Educação Matemática (Moura, 2006; Tomaz; David, 2021) fundamentados na Teoria da Atividade indicam que "a matemática é produto da atividade humana e se constitui no desenvolvimento de solução de problemas criados nas interações que produzem o modo humano de viver socialmente num determinado tempo e contexto" (Moura, 2006, p. 489). Dessa forma, enquanto atividade humana, a matemática é ação que pode ser reinventada a todo instante a partir dos saberes acumulados ao longo da história da humanidade, bem como, dos saberes emergentes, principalmente com acesso aos aparatos tecnológicos e as novas atividades que o homem está desenvolvendo.

Esse pensamento de uma matemática como ação começa a ser socializado por Hans Freudenthal (1905-1990), educador alemão, que tinha "um vivo interesse pelo ensino e aos poucos a educação matemática transforma-se na sua preocupação principal" (Neeleman, 1991, s/p). Na década de 1960, foi divulgada a ideia de que "matemática significa matematizar a realidade (Freudenthal, 1968 apud Almeida; Silva, 2015, p. 209), tendo como princípio: "o que os humanos têm que aprender não é a matemática como um sistema fechado, mas sim como uma atividade - o processo de matematizar a realidade e, se possível, até mesmo matematizar a matemática" (Freudenthal, 1968 apud Almeida; Silva, 2015, p. 209), que é entendida como "[...] uma atividade humana. Essa ideia sobreviveu ao estruturalismo. [...] é entendida, em muitos países, como estabelecendo o pensamento dos estudantes e as atividades matemáticas como o centro da educação matemática" (Skovsmose, 2007, p. 32).

No contexto de inquietações relacionadas às concepções dominantes sobre o ensino e aprendizagem de matemática, no início da segunda metade do século XX, Freudenthal (1905-1990) socializou como acreditava ser a Educação Matemática e lançou suas ideias considerando a possibilidade de discutir a matemática de maneira mais humana, envolta em atividades que viabilizem uma aprendizagem usando com a matematização progressiva, de modo a:

- discutir matemática como Atividade Humana;
- ensino e aprendizagem como Princípio de Reinvenção;
- aprendizagem Matemática por meio da Matematização;
- reinvenção de ferramentas matemáticas por meio da Matematização Progressiva (Ferreira; Buriasco, 2016, p. 241).

Nesse sentido, a matemática como Atividade Humana é colocada para resolver problemas e organizadora de determinada situações. E uma matemática da vida, que tem vida e movimenta a vida das pessoas estudando e refletindo conceitos matemáticos que têm e fazem sentido para a vida de todos.

Nesse contexto a aprendizagem fica concebida ao se explorar a realidade com perspectiva de reinventar a matemática, o que fica denominado como "reinvenção guiada", na qual os estudantes têm um papel importante e são considerados:

- (a) protagonistas da aprendizagem; (b) reinventores de ferramentas, procedimentos, conceitos matemáticos; (c) autores do que fazem.
- o professor serve de guia, interventor, orientador, mediador do processo de aprendizagem.
- as tarefas são motes, pontos de partida, para o processo de reinvenção; devem ser propícias à matematização.
- a matemática é uma atividade humana.
- a experiência do aluno tomada com um eixo da aprendizagem, na qual a construção de conceitos matemáticos é feita de forma que ele consiga reconstruir o que aprendeu (Ferreira; Buriasco, 2016, p. 245).

Estas ideias, tendo o 'lugar' do estudante como protagonista e autor, e do professor como mediador para que os estudantes avancem nas aprendizagens, são fundamentais para garantir, possibilitar e oportunizar uma aprendizagem matemática como atividade humana, que tenha e faça 'sentido' na e para a vida das pessoas, conforme os distintos contextos, com estratégias informais dos estudantes que se tornam formais com a mediação e orientação do professor. Nesse momento, a escuta e o acompanhamento do pensamento do estudante são fundamentais para ajudá-lo a avançar.

A aprendizagem matemática por meio da matematização "[...] deveria ter origem no 'fazer' matemática, sendo a matematização o núcleo da Educação Matemática" (Ferreira; Buriasco, 2016, p. 246).

Dois movimentos estão presentes nesse entendimento, quando pensamos na matemática e no matematizar, como um constante ir e vir, isto é, "matematizar a realidade" e "matematizar a matemática" sem separar essas duas ações. No contexto da prática, em sala de aula, estes dois movimentos se encontram na "organização da atividade de matematização que pode envolver 'assunto da realidade' e 'assunto matemático'" (Ferreira; Buriasco, 2016, p. 246, grifos das autoras). Duas situações distintas, mas que estão interligadas a aprendizagem de conceitos matemáticos.

A ação do professor e a ação do estudante estão situadas em contextos diferentes e se complementam. Por um lado, a formação do conceito é um movimento próprio da ação e das tarefas realizadas pelos estudantes, com acesso e oportunidade para organizar as ideias e lidar com conceitos matematicamente. É um momento da escuta, da voz, da autoria e do protagonismo do estudante. De outro, a "didatização" refere-se aos processos didáticos referentes a 'o que', 'como', 'por que' e 'para que' ensinar aquele conceito. Estes fazem parte da ação pedagógica do professor que precisa conhecer os conhecimentos que os estudantes construíram para planejar situações de ensino e aprendizagem como uma atividade de organização de fenômenos suscetíveis à matematização (Ferreira; Buriasco, 2016), acompanhando o raciocínio matemático dos estudantes e considerando que a aprendizagem matemática é uma aprendizagem social, política, cultural e humana.

E na reinvenção de ferramentas matemáticas por meio da Matematização Progressiva, possibilidades para reinventar e elaborar

> [...] ferramentas para organizar e lidar com fenômenos do mundo físico, social e mental. [...] Estendendo esta ideia para o processo de aprendizagema fenomenologia didática se mostra como uma maneira de o professor oportunizar aos alunos os 'lugares' ou 'situações' pelas quais podem reinventar 'suas' matemáticas, matematizar (Ferreira; Buriasco, 2016, pp. 248-249, destaque das autoras).

Assim, se pensa o aprendizado de matemática em contextos realísticos, inspirando-se na ideia educacional de Decroly¹ relativa aos Centros de Interesse, dando sentido e globalidade ao ensino a partir dos espaços e situações que a crianças vivenciavam (Fernandes, 2021), bem como, o princípio da elaboração em espaço e tempo que corresponde ao princípio da Reinvenção-Guiada de Freudenthal (Gravemeijer; Terwel, 2000 apud Ferreira; Buriasco, 2016).

Esses contextos realísticos podem contribuir para o desenvolvimento mais amplo dos estudantes. "Logo não é preciso ensinar matemática, mas ensinar com a matemática" (Kravtsov; Kratsova, 2021, p. 28, grifo nosso), com essas experiências que os estudantes constroem em seus espaços sociais e culturais. Entender o posicionamento dos autores é um ponto de partida que, ainda, precisa ser compreendido na organização do currículo e das práticas pedagógicas, com professores e gestores, visto que propõem reflexões que despertem um outro fazer pedagógico na escola. Contudo,

> É necessário esclarecer o que a matemática e suas subdivisões, que são estudadas no 5° ou 8° ano, oferecem exatamente à criança? O conteúdo que é ensinado pode e deve correlacionar-se com o conteúdo de outras disciplinas escolares? Qual deve ser o 'conjunto' de disciplinas escolares com seu conteúdo concreto que garanta, por exemplo, a formação do pensamento científico, da reflexão, da esfera volitiva e, por fim, da consciência da pessoa que está em crescimento? [...] para que é necessária [essa] instrução e o que ela fornece (deve dar) aos estudantes, quais devem ser os resultados da instrução genuína e não apenas os superficiais como os exames nacionais (Kravtsov; Kratsova, 2021, pp. 28-29, destaque dos autores).

Essas reflexões têm sua natureza no currículo na perspectiva crítica e social e nos convidam a pensar a matemática que se aprende e a matemática que se ensina. O ensino de conceitos matemáticos sugere uma "Matemática como atividade, a criança só aprende re-inventando-a, re-criando-a" (Neeleman, 1991, s/p). Matematizar nas situações de aprendizagens matemáticas com estudantes, na escola, é uma tarefa que carece de atenção nos momentos de planejamento. Se, para Freudenthal, aprender é um processo, então matematizar a matemática que é ensinada e aprendida nos diversos espaços de formação precisa ser uma realidade que tenha 'sentido', no termo bem íntimo daquele apresentado na Teoria da Atividade - com os estudos de Vygotsky, Luria e Leontiev. Nessa direção, o "sentido é a unidade fundamental da comunicação [...], é o elemento fundamental da utilização viva, ligada a uma situação concreta afetiva, por parte do sujeito" (Luria, 1986, p. 45).

O sentido é importante para análises fundamentais da linguagem, da linguagem matemática, das tecnologias e das demais ciências. Tem uma relação diferente para cada pessoa (Luria, 1986), porque cada um tem motivos, interesses e desejos diferentes. Esse sentido está relacionado com as experiências e saberes de cada pessoa, como cada um vem construindo seus saberes matemáticos para resolver situações do seu cotidiano. Freudenthal defendia "uma Matemática para todos, e esta só pode ser uma Matemática para a vida" (Neeleman, 1991, s/p), com indícios de que seja possível fazer relações e conexões, bem como "a análise, a sistematização, a interação com outras ciências e a tecnologia [que] são fatores que influenciam a matematização e incitam a sua discussão em diferentes áreas do conhecimento" (Almeida; Silva, 2015, p. 209). Essas relações e conexões fazem parte dos "pressupostos da Educação Matemática Realística,

^{1 &}quot;Jean Ovide Decroly, formou-se em medicina pela Faculdade de Medicina de Gand, em 1896. Após um estágio em clínicas de neurologia, Decroly retornou à Bélgica onde foi designado chefe do servico de crianças "retardadas" e médico inspetor das classes especiais de "anormais", em Bruxelas. [...] Em 1901, Decroly fundou o Instituto para "retardados" e "anormais", em Uccle, nos arredores da cidade Bruxelas. Em 1907, ocorreram as primeiras aplicações e resultados, em crianças, em Bruxelas (Ixelles) na escola da rua de Ermitage. No período pós-guerra, as autoridades belgas passaram a observar e oficializar as escola. [...] [Para] Decroly, os Centros de Interesse deveriam ser trabalhados a partir de três etapas fundamentais, referentes ao tratamento dos assuntos: observação, associação e expressão. Os exercícios de observação deveriam colocar em movimento as demais atividades mentais, formando uma base racional de todos os exercícios. O ato de observar conduz ao de comparar, de modo que, intuitivamente possibilitaria medir. pesar, contar [...] (Fernandes, 2021, p. 4-5-6).

preconizada por Hans Freudenthal (1905-1990), e que valoriza a ideia da matemática como atividade humana. [...] na busca da solução de problemas (Trevisan; Mendes, 2013, p. 130).

Pensando na matemática como atividade humana para solucionar problemas do cotidiano, pesquisa realizada por Trevisan e Mendes (2013) indicou que no planejamento e no desenvolvimento das

> [...] aulas de matemática, a comunicação estabelecida na sala de aula entre todos foi peça chave para o estabelecimento de ambiente de aprendizagem com as características apresentadas, o que vai ao encontro às ideias de Skovsmose (2010, p. 12): 'aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais' e por conseguinte, 'a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes', em particular, no ambiente de sala de aula (Trevisan; Mendes, 2013, p. 137, destaques dos autores).

Nessa direção, para Skovsmose (2000) o estudante precisa ser motivado e convidado a participar, estar, envolver-se, formular questões e procurar explicações com ações de matematizar para apreender o seu sentido e, consequentemente, construir as aprendizagens como uma possibilidade para "Mover-se da referência à matemática pura para a referência a vida real" (Skovsmose, 2000, p. s/p), tendo como condição as reflexões sobre a matemática e suas aplicações (ou não) nos fazeres cotidianos...

> [...] como suporte da democracia, implicando que as micro-sociedades de salas de aulas de matemática devem também mostrar aspectos de democracia. A Educação matemática crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido (não importa se os processos de aprendizagem são organizados de acordo com uma abordagem construtivista ou sóciocultural). A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir (Skovsmose, 2000, p. 2).

Pensando na sala de aula, local da prática pedagógica, as ideias de Luria (1986), Vygotsky (1991a; 1991b), Freudhental (2002) e Skovsmose (2000; 2007) indicam a possibilidade de avançar ou sair da 'zona de conforto' para, com os professores, gestores e estudantes, construir situações de ensino e aprendizagem que contribuam ao "desenvolvimento de capacidades em criatividade, pensamento sistemático, resolução de problemas e comunicação" (Skovsmose, 2007, p. 35), tendo sempre o seguinte questionamento:

> Será que a educação matemática, de fato, age como um dos pilares da sociedade tecnológica, preparando bem essa minoria de estudantes que estão se formando 'técnicos', independentemente do fato de que a maioria dos estudantes é deixada para trás? (Skovsmose, 2007, p. 36, destaque do autor).

Essa é uma reflexão que envolve questões da equidade, da prática pedagógica, da formação do professor de matemática, dos conceitos matemáticos e das aprendizagens, considerando que os estudantes são protagonistas, autores e o professor é o mediador da aprendizagem.

Nessa conexão, com as ideias da Educação Matemática Realística (RME), proposta por Hans Freudenthal (1905-1990), surge duas ações: a primeira refere-se a uma aprendizagem de conceitos matemáticos que contemple uma aprendizagem realística que valorize: i) contextos informais dos estudantes, em uma realidade pessoal; ii) o desenvolvimento de modelos²; iii) o acompanhamento dos esquemas e símbolos usados pelos estudantes que servem como

^{2&}quot;Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática modela a realidade; [...]. Questões mais fundamentais devem ser levantadas. Se a matemática, em um certo contexto de modelagem, exerce um poder formatador, então, devemos perguntar: 'o que é feito por meio dessa modelagem?', 'que ações sociais e tecnológicas são realizadas?', 'quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações?" (Skovsmose, 2001, p. 135, grifos do autor)

intermediários para preencher os processos iniciais e pessoais; e, iv) a resolução das operações formais da matemática para sistematização de conceitos.

E a segunda, refere-se a uma prática pedagógica que está intimamente relacionada com a dimensão social da aprendizagem, fundamentando-se em Vygotsky que já inferia que "aprender é atribuir novos significados; [...] a aprendizagem é uma atividade social e cultural embasada em componentes antropológicos e sociológicos inerentes às práticas escolares de que os sujeitos estão participando" (Tomaz; David, 2021, pp. 29; 31).

Na conexão com as ideias e ações da RME, recorremos aos estudos de D'Ambrosio (1997) para compreender que com o desenvolvimento de uma prática pedagógica social "o conhecimento é o gerador do saber, que por sua vez vai ser decisivo para a ação. Portanto, no comportamento, na prática, no fazer é que se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento" (D'Ambrosio, 1997, p. 28), numa relação dialética em que a "ação gera conhecimento. Gera a capacidade de explicar, lidar, manejar, entender a realidade" (D'Ambrosio, 1997, p. 30). Assim, vale algumas indagações: Será que enquanto professor desenvolvo uma prática pedagógica que potencializa a aprendizagem matemática dos estudantes? Será que esta prática favorece a aprendizagem matemática e o matematizar? Será que as metodologias usadas nessa prática pedagógica favorecem a aprendizagem matemática e a matematização?

Com essas indagações, aqui é apresentada uma proposta de metodologia que está sendo denominada como 'momentos de matematizar' para o ensino e a consequente construção de conceitos matemáticos.

3 Momentos de Matematizar: a Construção de uma Prática Pedagógica

Desenvolver uma prática pedagógica fundamentada nos momentos do matematizar é acreditar em uma metodologia investigativa que considere algumas questões no seu desenvolvimento: 'o que' ensinar? 'Por que' ensinar este conceito? Para quem? 'Como' ensiná-lo? Quando? Estas questões convidam o professor a planejar uma aula considerando a função social do conceito a ser estudado, quem são os estudantes e porque precisam aprender esse conceito. É uma possibilidade de desafiar a ideologia da certeza, que para Skovsmose significa que ...

> [...] é confirmada e reconfirmada e, certamente, está funcionando na escola. Quando testes e exames desempenham um papel crucial, os resultados devem estar corretos. É exatamente a correção dos resultados que é testada. Focalizar um aspecto diferente significaria que o professor quebrou o 'contrato' com os alunos. Portanto, a ideologia da certeza aplica-se a tarefas que encaram os alunos como parte de sua preparação para testes futuros (Skovsmose, 2001, p. 137, destaque do autor).

A proposta aqui é apresentar possibilidades de uma metodologia investigativa que visa o ensino de uma matemática que considere as situações problemas (atividades) como pontos de partida para a reinvenção da prática e da aprendizagem dos estudantes, tendo em vista a matemática como atividade humana. E quem é este homem (estudante – professor)? Com essa ideia definida, talvez seja possível uma prática de ensino da Matemática com assuntos da realidade e com assuntos matemáticos (Ferreira; Buriasco, 2016). Nessa direção, pode-se ensinar e aprender vários temas com a Matemática (Kravtsov; Kratsova, 2021), isto é, "não se restringe às meras aplicações de conhecimento escolar em situações cotidianas nem somente às aplicações da Matemática em outros campos científicos" (Tomaz; David, 2021, p. 18). A matemática deixa de ser abstrata, fora do alcance de aprendizagem de todos e passa a ser e ter vida.

Por que matematizar?

Pensar em uma metodologia investigativa com os momentos do matematizar indica a busca de alguns caminhos a serem seguidos para a integração de conceitos de várias áreas. Entretanto, estes caminhos não são fixos. Podem movimentar-se e se modificar no desenvolvimento da ação em sala de aula, depende da prática pedagógica, dos questionamentos e dos saberes que os estudantes vão construindo. A

> Educação Matemática Realística pode ser caracterizada por cinco/ seis princípios que são fundamentados nos níveis de Van Hiele, na fenomenologia didática de Freudenthal e na Reinvenção Guiada por meio da matematização progressiva (Ferreira, 2013, p. 37).

Para compreender estes princípios, Ferreira (2013) recorre aos estudos de outros autores (apud Van Den Heuve Panhuizen, 2010; Nes 2009; Streefland, 1991; Widjaja e Heck, 2003, 2013), conforme o Quadro 1:

Quadro 1: Princípios da RME

Princípios	ncípios Características			
1) Da atividade	-[] interpretação da matemática como 'atividade humana' (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010); - aprender é uma atividade construtiva (Nes, 2009); - as produções dos estudantes são utilizadas para a construção de conceitos (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010).			
2) Da realidade	-os alunos passam por vários níveis de compreensão (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010) []; - 'os modelos de' são desenvolvidos na direção de se tornarem 'modelo para' (Streefland, 1991).			
3) De níveis	 - os alunos passam por vários níveis de compreensão (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010) []; - 'os modelos de' são desenvolvidos na direção de se tornarem 'modelo para (Streefland, 1991). 			
4) Do entrelaçamento	[] - a resolução de problemas de contextos ricos significa que por vezes se tem de aplicar uma ampla gama de ferramentas matemáticas e entendimentos (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010).			
5) Da Interatividade	[] - a interação entre alunos e professores é uma parte essencial na RME porque a discussão e colaboração oportunizam a reflexão a respeito do trabalho (Widjaja; Heck, 2003).			
6) Da orientação	[] - os estudantes devem contar com uma oportunidade 'guiada' para 'reinventar' a matemática (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010).			

Fonte: elaborado pelas autoras com base nos estudos de Ferreira (2013) fundamentado nos estudos de Van Den Heuve Panhuizen (2010); Nes (2009); Streefland (1991); Widjaja e Heck (2003).

Para matematizar a realidade e compreender fenômenos, atividades, ações, interligar com diferentes áreas e desenvolver o senso crítico do estudante numa formação cidadã para atuar na sociedade em que está inserido é preciso apresentar tarefas ricas (Ferreira, 2013) que tenham como objetivo desenvolver o raciocínio crítico e matemático dos estudantes, ajudá-los a levantar hipóteses, buscar respostas e as analisar, numa constante interação entre estudante-estudante, estudante-professor, professor-estudante, estudante-contextos-professor.

Os momentos de matematizar estão organizados de modo que se admite o fazer em sala de aula que favoreça o diálogo entre professor e estudante na construção do saber ser (atitudes e valores), do saber fazer (procedimentos) e do saber dizer (conhecimento declarativo) favorecendo o desenvolvimento de competências, numa perspectiva crítica que favoreça a construção de oportunidades que apoie o estudante na conquista de suas realizações.

É preciso considerar o papel do professor, do estudante, da sociedade em que estão inseridos, do conhecimento e das realizações que o estudante precisa alcançar. Para isso, é sugerido que seja considerada a possibilidade de uma ação interdisciplinar, em que professores de diferentes disciplinas estejam engajados no propósito de alcançar os objetivos traçados no planejamento em relação aos momentos a serem implementados em sala de aula. Inicialmente os professores escolhem o tema, os conteúdos a serem abordados, constroem um cronograma com o planejamento de uma sequência de ensino para realização de cada um dos momentos proposto. A sequência de ensino é definida como "um conjunto de situações elaboradas e dispostas de maneira que sejam abordados conceitos previamente selecionados para serem trabalhados" (Santana, 2012, p. 89).

São cinco os momentos nomeados como matematizar (Figura 1) destinados ao fazer matemático embasado em temas que deem sentido aos conceitos matemáticos selecionados pelos professores para estudo e construção de conhecimento.

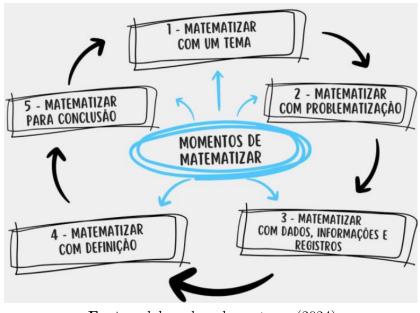


Figura 1. Momentos de Matematizar

Fonte: elaborado pelas autoras (2024).

Para planejar aula com os momentos de matematizar sugerimos que seja planejada uma sequência de ensino, considerando a seleção do conteúdo e do tema, os objetivos, as estratégias de ensino, o acompanhamento e a avaliação da aprendizagem do estudante.

Matematizar com um tema

Neste momento deve ser apresentado ao estudante o contexto de um determinado tema para iniciar o estudo dos conceitos. O tema pode ser contextualizado por meio de um jogo, brincadeira, problema social, palestra, vídeo, visita a um museu, visita a algum espaço da comunidade ou da escola etc. Este momento pode ser desenvolvido de maneira coletiva ou

individual. O objetivo é proporcionar ao estudante conhecimento e reflexões a respeito do tema a ser estudado. Apresentar um contexto para se realizar uma contextualização relacionada a problematização de um tema, pois "o estudo contextualizado determina uma forma de aprendizagem dinamizada e integrada com a realidade de cada aluno" (Fazenda, 1994, p. 31). Nesse sentido,

> Contextualizar a Matemática é fundamental para todos. Afinal, como podemos deixar de relacionar a adoção da numeração indo-arábica na Europa com o florescimento do mercantilismo nos séculos XIV e XV? Ou Os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga? E não se pode entender Newton descontextualizado. [...] Alguns dirão que a contextualização não é importante, que o importante é reconhecer a Matemática como a manifestação mais nobre do pensamento e da inteligência humana... e assim justificam sua importância nos currículos (D'Ambrosio, 2005, p. 6).

A articulação do conceito matemático com a contextualização de um tema é fundamental quando planejada como "um processo sociocultural que consiste em compreendê-la, tal como todo conhecimento cotidiano, científico ou tecnológico, como resultado de uma construção humana, inserida em um processo histórico e social" (Tomaz; David, 2021, p. 18).

Com a contextualização pode ser definido o tema que permeará todo o estudo ou processo de investigação. Assim, o tema é amplo e a sua seleção para estudo, com os estudantes, requer uma "mobilização pessoal que impulsione a querer buscar, a querer saber, e uma disposição para encontrar, dentro do tema mais amplo, um aspecto relevante, que precisa ser elucidado" (André, 2016, p. 23).

Para isso, os professores (de preferência de diferentes áreas do conhecimento) escolhem o tema que transite entre, por meio e através dos conteúdos a serem abordados. E importante que o tema seja visto de maneira global e local.

Matematizar com problematização

Neste momento o estudante pode ser orientado a discutir e refletir a respeito da escrita do problema. O ideal é que sejam priorizados o diálogo e a troca coletiva, que pode ser fomentado a partir dos resultados do primeiro momento (Matematizar com um tema). É preciso dar voz ao estudante.

Com as reflexões e a escrita de um problema ou interesse de investigação, a discussão pode fluir a partir de questões como: quais investigações e estudos podemos fazer para responder ao problema? Que instrumentos de coleta de dados podemos fazer? Que população ou amostra pode ser utilizada? Qual(is) a(s) influência(s) do estudo desse problema para a comunidade? São várias as possibilidades.

Nesse momento pode-se discutir os resultados da contextualização do tema, feito no primeiro momento. Por exemplo, sendo um jogo, será pertinente refletir sobre os resultados que podem ser quantitativos ou qualitativos.

A contextualização e a problematização são possibilidades de matematização envolvendo um tema da realidade e um conceito matemático (Ferreira; Buriasco, 2016).

Importante salientar que a aproximação do tema com a realidade de vida do estudante, envolvendo dados e informações pertinentes a sua própria realidade, proporciona o engajamento do estudante o que pode facilitar a aprendizagem. Além disso, a problematização ou a pergunta de investigação estará presente nos momentos seguintes para o estudo dos dados produzidos com as atividades, na sistematização do conceito e nas conclusões.

Matematizar com dados, informações e registros

O objetivo deste momento é trabalhar com a resolução de situações problema de modo que favoreça o contato do estudante com dados, informações, desafios e atividades que os conduzam a fazer registros de representações e de invariantes operatórios relacionados com os conceitos selecionados no planejamento, no primeiro momento.

As representações e os invariantes de um conceito matemático ou dos conceitos de uma das outras disciplinas que estão trabalhando com o tema, referem-se as representações das formas de linguagens usadas para se referir (representar) simbolicamente aos conceitos. E, essas representações são também formas de apresentar os registros dos invariantes operatórios dos conceitos. Os invariantes são as propriedades e regras usadas para operacionalizar o conceito (Vergnaud, 1996).

Uma maneira de efetivar esses registros é usar os dados e informações que os estudantes trouxeram dos momentos de matematizar anteriores (com o tema e problematização). O professor pode elaborar atividades para que os estudantes avancem nas aprendizagens sobre os conceitos selecionados inicialmente. Por exemplo, usar reportagens, dados de pesquisa feitas pelos próprios estudantes, resultados de um jogo feito em sala, informações sistematizadas por jornais e revistas, as possibilidades dependem da dinâmica escolhida para estudar o tema e resolver a problematização feita.

Matematizar com definição

Antes de explanar a respeito desse momento é preciso que se diferencie a compreensão sobre conceito e definição. O conceito é concebido "[...] como a formulação de uma ideia através das palavras e do pensamento. E a definição, como o ato de determinar a extensão e os limites de um objeto ou assunto" (Santana, 2012, p. 23).

O conceito se refere as percepções iniciais, ao uso de conhecimentos de maneira mais intuitiva, pauta na experimentação e observação de fenômenos. A definição se pauta na organização feita pelas Ciências é o que fica padronizado por exemplo, nos livros didáticos.

De posse dessa concepção, o momento de matematizar com definição é aquele em que o professor, a partir das resoluções e respostas dadas pelos próprios estudantes nos momentos anteriores, orienta o trabalho com as definições. Assim, serão apresentadas as extensões, limites, propriedades, regras e características do conceito (ideia) tratadas anteriormente. Podem ser feitas análises mais detalhadas para responder aos problemas e investigações instalados no matematizar com problematização.

O professor pode fazer uma exposição do conteúdo (objeto de conhecimento) de maneira mais sistematizada, de modo que os estudantes possam compreender ou tirar suas dúvidas a respeito do conteúdo. Este é o momento da formalização do conceito para a construção do conhecimento conforme os objetivos curriculares.

Matematizar para conclusão

Nesse momento se objetiva responder à pergunta de investigação, elaborada com a problemática ou diante do fenômeno investigado. A expectativa é concluir as ideias de maneira crítica a respeito do tema e dos conceitos e conteúdos estudados. O professor orienta os estudantes para que elaborem conclusões baseada no conteúdo e não se utilizar o que diz o senso comum, mas despertar no estudante a criticidade. Sugere-se a socialização com a comunidade - a escola ou a própria sala de aula - as aprendizagens e os resultados da investigação realizada a partir da sequência de ensino desenvolvida. Pode, também, orientar o planejamento de atividades futuras.

Para maior compreensão da proposição de cada momento da aula traremos os resultados postos a partir das pesquisas realizadas no âmbito das escolas.

4 Momentos de Matematizar na Sala de Aula

Os Momentos aqui definidos são oriundos das pesquisas realizadas desde 2008, que vêm sendo submetidas a testes de falseabilidade (Popper, 2013, p. 33), quando se tem uma ideia nova "[...] formulada conjecturalmente e ainda não justificada de algum modo [...] podem-se tirar conclusões por meio de dedução lógica". Se passa a comparar resultados obtidos para se identificar as relações lógicas estabelecidas.

> Há, em primeiro lugar, a comparação lógica das conclusões umas às outras, com o que se põe à prova a coerência interna do sistema. Há um segundo lugar, a investigação da forma lógica da teoria, [...]. Em terceiro lugar, vem a comparação com outras teorias [...]. Finalmente, há a comprovação da teoria por meio de aplicações empíricas das conclusões que dela se possam deduzir (Popper, 2013, p. 33).

O objetivo maior é identificar e compreender se a teorização feita corresponde as exigências que a prática requer, "se a decisão for positiva, isto é, se as conclusões singulares se mostrarem aceitáveis ou comprovadas, a teoria terá, pelo menos provisoriamente, passado pela prova [...]" (Popper, 2013, p. 34).

É nessa caminhada que se chega a 2024, com quatro grandes projetos de pesquisa realizados: PEA de 2009 a 2010 (Santana, 2009), E-Mult de 2013 a 2017 (Santana, 2013), D-Estat 1 de 2018 a 2019 (Santana; Cazorla, 2018), D-Estat 2 de 2019 a 2022 (Santana, 2019). Com a metodologia dos Momentos de Matematizar foram defendidos dois trabalhos de conclusão de curso e cinco dissertações de mestrados (Oliveira, 2018; Nascimento, 2019; Souza, 2021; Anjos, 2024; Espírito Santo, 2024). Atualmente está em desenvolvimento mais duas dissertações de mestrado e duas teses de doutorado.

Na busca da coerência interna da proposta metodológica o projeto PEA financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (Fapesb), desenvolvido em nove regiões do estado da Bahia, com uma vertente colaborativa e envolveu 26 pesquisadores, um diretor de escola, oito coordenadores pedagógicos e 73 professores do Ensino Fundamental. Foram mais de 26 artigos publicados, nesse universo os estudos revelaram na proposta inicial que os professores reconheciam a eficácia da metodologia e os resultados podem ser observados em Santana, Alves e Nunes (2015) na fala de uma das professoras,

> Sim, a partir desse processo, pude perceber a importância do próprio professor pautar seu planejamento em situações-problema, voltado para a realidade [de sua] classe e não ficar [restrito apenas ao] livro didático, [mas] sim criar situações que lhe apresente, através de pesquisa, como nesse projeto, uma nova forma de pensar e agir [em sala de aula] (Professora Verônica, 2010).

A narrativa da professora traz indícios da importância da colocação da realidade, na condição de uma nova forma de pensar e agir. Observa-se a importância do planejamento considerando um tema, a pesquisa (coleta de dados e informações).

O mesmo nível de reconhecimento foi observado com os professores que entraram na rede colaborativa do E-Mult. A metodologia desenvolvida e os bons resultados na prática do professor revelam o trabalho com a temática local (matematizar com um tema) com um tema) e refere a abordagem do conteúdo (matematizar com a definição). Nesse projeto participaram 84 professores, cinco diretores de escola, dois coordenadores pedagógicos, 13 pesquisadores e 39 estudantes (doutorado, mestrado e de graduação) de três estados nordestinos: Bahia, Ceará e Pernambuco. Nesse interim, refletiu-se a respeito da influência da implementação em sala de aula dos Momentos de Matematizar quando Oliveira (2018, p. 105) mostrou que "a intervenção de ensino proporcionou o trabalho com conceitos estatísticos, atrelado a discussões de outras áreas do conhecimento, a exemplo das questões ambientais".

Em 2022, professores e membros do grupo de pesquisa da universidade planejaram colaborativamente uma Sequência de Ensino durante um processo formativo, em que quatro professores, que lecionavam no 5° ano do ensino fundamental em uma escola pública na cidade de Ilhéus, escolheu o tema "Universo: uma viagem pelo espaço" e desenvolveram a Sequência de Ensino com os estudantes. A seguir, detalharemos os Momentos de Matematizar nessa ação de pesquisa do D-Estat 2.

4.1 O planejamento da Sequência de Ensino

No momento da seleção do tema foi levado em consideração a articulação que poderia ser feita entre as disciplinas Matemática, Ciências e Língua Portuguesa e os objetos de conhecimento que os professores lecionavam nestas disciplinas no 5° ano. Inicialmente, os professores elencaram os objetos de conhecimentos e as habilidades que seriam desenvolvidas (Quadro 2), conforme as orientações da BNCC (Brasil, 2018).

Quadro 2: Obietos do conhecimento habilidades

Objetos do conhecimento de Ciências	Habilidades	
Constelações e mapas celestes	EF05CI10 e EF05CI10BA	
Movimento de rotação da Terra	EF05CI11	
Periodicidade das fases da Lua	EF05CI12	
Objetos do conhecimento de Matemática	Habilidades	
Cálculo de porcentagens e representação fracionária.	EF05MA06	
Comparação e ordenação de números racionais na representação	EF05MA04 e EF05MA05	
decimal e na fracionária, utilizando a noção de equivalência.		
Objetos do conhecimento de Português	Habilidades	
Oralidade Pública/Intercâmbio conversacional em sala de aula	EF15LP09	
Escuta atenta	EF15LP10	
Decodificação. Fluência de leitura	EF35LP01	

Fonte: BNCC (Brasil, 2018).

A partir do levantamento dos objetos de conhecimento das três disciplinas os professores planejaram as situações de ensino apresentadas no Quadro 3:

Quadro 3: Atividades planejadas para a contextualização do tema

	-	• .			4.5	11 17 1
1.		Atturge	e ativ	idadec :	no livro	didático

- Leitura de imagem
- Atividade: educandos irão observar o céu em dois momentos, depois farão o registro por meio de desenhos
- O movimento de translação.
- A lua.
- Observar as fases da lua.
- As constelações.
- > Aprender a se orientar pelos astros.
- Instrumentos de observação do céu.
- Construindo uma luneta.
- As mulheres na Astronomia.

- 2) Leitura de um texto sobre os planetas. Fonte: Batista, Carolina. Disponível https://www.todamateria.com.br/sistema-solar/>. Acesso em: 28 jul. 2022.
- 1ª atividade: produzir cartazes sistema solar constelações.
- 2ª atividade: socialização e discussão a partir da produção dos estudantes.
- 3ª atividade: observar os astros e os planetas que formam o sistema solar. Como os estudantes estão registrando a observação da Lua?
- 4ª atividade: realizar uma simulação do movimento de rotação
- → Visita do observatório da UESC na escola.

Fonte: Planejamento feito pelos professores e o Grupo de Pesquisa da universidade (2022).

Importante ressaltar que a escolha do problema ou interesse de investigação pode ser único naquela temática, bem como pode ser diferente para cada professor que esteja desenvolvendo a mesma Sequência de Ensino em sua sala de aula.

4.2 Matematizar com um tema

Neste momento os estudantes fizeram a leitura de um texto que aborda a respeito dos planetas. O texto estava disponível na internet (Batista, Carolina. Disponível em . Acesso em: 28 jul. 2022.). Após a leitura fizeram uma discussão a respeito do sistema solar, foram feitas três atividades. Na primeira, foi realizada a produção de cartazes representando o sistema solar e as constelações. Foram apresentadas curiosidades sobre as constelações, depois construiu com as crianças, buscando nomeá-las. É importante não nomear antes. Incentivar as crianças a descobrir as constelações que já tem nome próprio. Na segunda, foi um momento de discussão a partir da produção dos estudantes. A voz dos estudantes foi importante para os encaminhamentos das demais atividades com a mediação do professor. Na terceira, foram observados os astros e os planetas que formam o sistema solar. E discutido sobre a relação entre o sistema solar e os movimentos de rotação e translação.

4.3 Matematizar com problematização

A partir da leitura, discussão e as atividades realizadas, os professores explicaram aos educandos que seria realizada uma investigação. Para isso, no momento com problematização seria necessário a escrita de um problema de investigação. Os professores e estudantes discutiram e pensaram em um problema para estudo do tema.

O problema ficou relacionado com as fases da lua, o movimento de translação (ano, quatro estações), movimento de rotação (dia e noite) e as constelações e, ficou escrito da seguinte forma: "como é organizada a agenda do dia de trabalho dos pescadores quando a lua favorece a maré alta para a pesca?".

A aproximação com a pesca se justifica pela proximidade dos estudantes com o trabalho dos pais e familiares, pois muitos dos estudantes possuem pessoas da família que sobrevivem da pesca.

4.4 Matematizar com dados, informações e registros

Na sequência de ensino desenvolvida pelos professores da escola de Ilhéus, nesse momento, foram resolvidas situações planejadas pelo professor para estudar os conceitos. Os estudantes do $5^{\rm o}$ ano foram convidados a escrever em 24 pedaços de papel o que fazem durante as 24 horas do dia. Cada pedaço de papel correspondia a uma hora do dia.

A partir dessa atividade, os estudantes foram refletir e resolver situações problemas que se relacionassem com a rotina diária e fazer a representação desse tempo por meio da fração. Com o estudo da fração, foram propostas atividades e reflexões a respeito do Sistema Solar, com as seguintes questões:

- a) Um quarto dos planetas fica distante do sol. Represente em fração essa quantidade.
- b) Em roda de conversa, um educando lê uma situação-problema resolvida durante o matematizar com dados e informações e registros e, socializa sua resolução (Planejamento da Sequência de Ensino do $5^{\rm o}$ ano, 2022).

No que se refere a aprendizagem do conceito matemático, os estudantes usaram registros numéricos para representar as frações e fizeram seus próprios registros sem interferência do professor. Esse momento contribuiu para que os professores percebessem que estavam fazendo matemática com assuntos da realidade, do cotidiano (sistema solar) e o assunto matemático (fração) (Ferreira; Buriasco, 2016). Foi possível distinguir que estavam ensinando conceitos de Ciências com a Matemática (Kravtsov; Kratsova, 2021), uma possibilidade de compreender que a matemática é produto da atividade humana em um determinado tempo e contexto (Moura, 2006).

4.5 Matematizar com definição

Para as atividades planejadas na sequência de ensino, apresentada nos Quadros 2 e 3, pode-se observar os objetos de conhecimento (conteúdo) que foram estudados com os estudantes em sala de aula. No Momento de Matematizar com definição foi possível orientar a respeito dos conceitos referentes ao sistema solar e a fração, para refletir sobre a problemática apresentada. Por exemplo, foi explicado como se define o sistema solar e a fração, a partir das atividades práticas realizadas em aula, usando a escrita dos próprios estudantes sobre as atividades que fazem nas 24 horas do dia.

Foi um momento de refletir sobre os saberes que tinham sobre o universo, o sistema solar e a fração e mostrar como esses conceitos fazem parte da vida e do trabalho das pessoas (no caso, suas atividades de criança e estudante e dos pescadores) e chegar à construção das definições.

De maneira geral, no momento de matematizar com definição é preciso considerar a realidade de cada ano escolar. Por exemplo, é possível que a abordagem de definição para uma sala de aula da Educação Infantil não ultrapasse o conceito e o mesmo não acontece numa sala de aula do Ensino Médio, na qual a definição precisa ser apresentada com todo o rigor científico.

4.6 Matematizar para conclusão

Na sequência de ensino desenvolvida na escola localizada em Ilhéus, os professores decidiram como forma de socialização e para responder ao problema de investigação, a sinalização de possibilidades de os educandos reservarem um tempo do seu dia (fração) para se dedicarem aos estudos, criando um caderno de planejamento para que cada educando anotasse as tarefas diárias.

Em seguida, como registro escrito de suas aprendizagens, os estudantes foram convidados a responder à questão de pesquisa: "Como é organizada a agenda do dia de trabalho dos

pescadores quando a lua favorece a maré alta para a pesca?" (Atividade planejada na sequência de ensino, 2022). Este foi um momento de discussão, socialização, acompanhamento e revisitação das definições.

A partir de tais colocações é preciso ponderar que o desenvolvimento de uma metodologia investigativa depende das condições da escola, da proposta pedagógica, da prática e da formação do professor. Nesse sentido, os Momentos do Matematizar, como qualquer outra proposta metodológica, requerem um...

> [...] ambiente de aprendizagem que se cria na sala de aula. É fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas. O aluno deve sentir que as ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013, p. 28).

Dessa forma, os Momentos de Matematizar precisam convidar, envolver e escutar os estudantes em seus vários momentos, para que possam pensar, construir e levantar hipóteses, buscar soluções e resolver situações problemas como possibilidade para pensar e realizar um trabalho com a matemática como atividade humana (Trevisan; Mendes, 2013; Moura, 2006). È um desafio constante na aula.

4.7 Resultados da prática

Para refletir sobre as possibilidades de uma prática pedagógica baseada em uma investigação com os Momentos de Matematizar é apresentado o depoimento da coordenadora da escola, onde foi realizada a experiência aqui descrita, que disse:

> [...] desenvolvemos uma sequência de ensino interdisciplinar com a disciplina Matemática trabalhando os conceitos de fração, em Ciências com o sistema solar e em Língua Portuguesa com oralidade e leitura. Encontramos algumas dificuldades no desenvolvimento da sequência de ensino no momento do matematizar com dados, informações e registros, porque nós não encontrávamos atividades disponíveis para trabalhar com fração e o sistema solar, e nos nossos planejamentos sempre surgiam essas discussões. Então, no dia da formação nós levamos essa demanda para as professoras e pesquisadoras e fomos elaborando as atividades com base interdisciplinar que trabalhassem com frações e o sistema solar. As atividades eram elaboradas e planejadas de forma colaborativa pelos professores do 4º e 5° anos e pesquisadoras do GPEMEC. Algumas atividades ou imagens que nós encontrávamos tanto no livro didático como na internet sobre fração e o sistema solar trabalhavam de forma isoladas, por isso eram potencializadas pelos pesquisadores com questionamentos e a elaboração de novas atividades lúdicas e desafios. No desenvolvimento da sequência observamos, também, outro dado relevante e queremos destacar que nós não conseguimos desenvolver os cinco momentos do matematizar de maneira linear. Começamos com o momento do matematizar com o tema, em seguida com a problematização e no momento do matematizar com dados e registros e com as definições os estudantes traziam questionamentos, outros tinham dúvidas, então retornávamos para o matematizar com a problematização para responder os questionamentos. A dinâmica da escola influenciou no desenvolvimento das atividades nos momentos do matematizar (Coordenadora da escola na área de Matemática, 2023).

E possível perceber que esta é uma possibilidade de planejar e desenvolver uma aula investigativa que não, necessariamente, irá acontecer de forma linear. O movimento e a escuta aos questionamentos, necessidades de aprendizagens, criatividade e curiosidades dos estudantes

podem acontecer a todo instante, o que indica que o momento da contextualização e problematização perpassa por toda a ação. Motivos pelos quais as atividades, a serem desenvolvidas na sequência de ensino, requerem uma organização que prevê instigar e desenvolver o raciocínio crítico e matemático dos estudantes.

Mesmo estando no desenvolvimento do quinto momento – momento para conclusão – pode haver novos questionamentos na sistematização, o que pode gerar novas práticas, com outra contextualização e problemática para continuar estudando estes objetos do conhecimento – fração, sistema solar, leitura - ou outros.

5 Considerações

A metodologia de ensino Momentos de Matematizar constitue-se em uma metodologia investigativa para a construção da aprendizagem do estudante, com a qual se faz presente o planejamento de aulas investigativas que podem considerar os objetivos e a natureza de cada modalidade e etapa de ensino.

Os resultados das pesquisas (PEA, E-Mult e D-Estat) alcançados nas salas de aula permitemnos apresentar as possibilidades do desenvolvimento dos Momentos de Matematizar como uma Metodologia de Ensino Investigativa.

Na Educação Infantil pode-se enfatizar situações para o desenvolvimento, nas crianças, do raciocínio social, lógico e matemático para a construção de conceitos; no Ensino Fundamental é possível considerar a construção dos conceitos e sua relação com a realidade social; no Ensino Médio os Momentos de Matematizar podem fazer interlocução com o mundo das profissões que os estudantes serão conduzidos para uma escolha futura; no Ensino Superior, a metodologia investigativa dos Momentos de Matematizar articulam-se com o fazer profissional que conduzam o estudante com as problemáticas e experimentações da profissão para a qual está em formação.

Os resultados das ações das professoras pesquisadoras, autoras desse artigo, nas salas de aula, no Ensino Superior, trazem subsidios para complementar as ações de pesquisa realizadas efetivamente na salas de aula do Ensino Superior.

Em pesquisas futuras espera-se que os estudos ampliem a implementação dos Momentos de Matematizar no fazer pedagógico do professor e na aprendizagem dos estudantes.

Agradecimentos

Aos professores das escolas parceiras que atuam de maneira colaborativa com o grupo de pesquisa.

Fontes de Financiamento

Não há.

Contribuições

Todos os autores contribuíram substancialmente na concepção ou no planejamento do estudo; na obtenção, análise ou interpretação dos dados; na redação ou revisão crítica; e aprovaram a versão final a ser publicada.

Orcid

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana https://orcid.org/0000-0001-6156-1205 Maria Elizabete Souza Couto https://orcid.org/0000-0002-0026-5266

Referências

- 1. ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, H. C. da. A Matematização em atividades de Modelagem Matemática. Revista de Educação em Ciências e Tecnologia, v. 8, N. 3, p.207-227, novembro, 2015.
- ANDRE, M. Formar o professor pesquisador para um novo desenvolvimento profissional. In: ANDRÉ, M. (org.). Práticas inovadoras na formação de professores. Campinas: Papirus, 2016.
- 3. ANJOS, E. S. dos. O desenvolvimento profissional de professores que ensinam conceitos estatísticos nos anos iniciais na perspectiva da equidade. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, 2024.
- 4. BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasí-MEC-SEF, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp- content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em 26 maio. 2023.
- 5. CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida dez, na escola zero. 7 ed., São Paulo: Cortez, 1993.
- 6. D'AMBROSIO, U. **Transdiciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997.
- 7. D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. Em foco: educação matemática em perspectiva. Educação Pesquisa, São Paulo, v. 31 n. 01, Jan./Mar. 2005.
- 8. FAZENDA, I. (org.). **Práticas interdisciplinares na escola**. São Paulo: Papirus, 1994.
- 9. FERNANDES, J. C. B. Como o ensino de matemática está configurado na Revista Educação (1927-1947)? Um olhar através da proposta pedagógica Centros de Interesse. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/22540/1/Balbino2018Como.pdf. Acesso em 12 set. 2023.
- 10. FERNANDES, J. C. B. Oscentros de interesse lidos em manuais do ensino primário: há saberes aritméticos?. Dialogia, 30, maio/ago, 2021.
- 11. FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. de. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 18, n. 01, p. 237-252, 2016.
- 12. FERREIRA, P. E. A. Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. Tese de Doutorado. 121f. Universidade Estadual de Londrina, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2013.
- 13. FREUDENTHAL, H. Revisiting Mathematics Education. 9. ed. v. 9. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, Editorial Board, 2002.
- 14. LURIA, A. R. Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria. Trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mário Corso. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.
- 15. KRAVTSOV, G. G.; KRATSOVA, E. E. A inter-relação instrução e desenvolvimento: problemas e perspectivas. In: VIGOTSKI, L. S. Psicologia, Educação e desenvolvimento: escritos de L. S. Vigotski. Org. e Trad. Zoia Prestes e Elizabeth Tunes. 1ª ed. São Paulo: Expressão Popular, 2021.
- 16. MOURA, M. O. Saberes Pedagógicos e saberes Específicos: desafios para o ensino de Matemática. In: SILVA, A. M. M.; MACHADO, L. B.; MELO, M. M. de O.; AGUIAR, M. da C. C de (Orgs.). Novas subjetividades, currículo, docência e questões pedagógicas na perspectiva da inclusão social. Anais... Endipe, Recife: Edições Bagaço, 2006.
- 17. NASCIMENTO, S. P. A. Desenvolvimento Profissional de uma educadora matemática em educação estatística. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, 2019.
- 18. NEELEMAN, W. Hans Freudenthal: "Não me chamem de advogado do diabo, sou o próprio diabo...". **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 6, n. 7, 1991.

- 19. OLIVEIRA, J. P. Aprendizagem estatística numa perspectiva transdisciplinar: uma possibilidade. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, 2018.
- 20. PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. 3. Ed. Re. Ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- 21. POPPER, K. A lógica da Pesquisa Científica. São Paulo: Cultrix, 2ª ed., 2013.
- 22. SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M. Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática (D-Estat I). Projeto de pesquisa. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, 2018.
- 23. SANTANA, E. R. S. Um estudo sobre o domínio das Estruturas Aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental no Estado da Bahia (PEA). Projeto de pesquisa. Fundação de Amparo a Pesquisa no Estado da Bahia, Brasil, 2009.
- 24. SANTANA, E. R. S. Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?, 1. ed., v. 1., 235p., Ilhéus-BA: Editus, 2012.
- 25. SANTANA, E. R. S. Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no ensino fundamental (E-Mult). Projeto de Pesquisa. CAPES: Observatório da Educação,
- 26. SANTANA, E. R. dos S. Desenvolvimento profissional de professores de matemática e o ensino de estatística no ensino fundamental (D-Estat 2). Projeto de Pesquisa. Fundação Lemann e Teachers College, Universidade de Columbia, Nova York, EUA, 2019.
- 27. SANTANA, E.; ALVES, A.; NUNES, C. B. Teoria dos Campos Conceituais num Preocesso de Formação Continuada de Professores. Bolema, v. 29, n. 53, 2015. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-1162.pdf.
- 28. ESPÍRITO SANTO, E. C. S. C.O conhecimento matemático do coordenador pedagógico na escola. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, 2024.
- 29. SOUZA, H. de J. de. Desenvolvimento Profissional de Professores (do) aprender (ao) ensinar estatísticas nos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, 2021.
- 30. SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Tradução: Jonei Cerqueira Barbosa, Rio Claro - SP, v. 13, n. 14, 2000.
- 31. SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas, São Paulo: Papirus, 2001.
- 32. SKOVSMOSE, O. Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.
- 33. TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. R. B. E. C. T., v. 6, n. 1, jan-abr. 2013.
- 34. TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula. 4ª ed, Belo Horizonte: Autêntica, 2021.
- 35. VEIGA, I. P. A. A prática pedagógica do professor de didática. Tese de Doutorado, 1988. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Unicamp - São Paulo, 1988.
- 36. VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas, Coleção Horizontes Pedagógicos. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- 37. VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. 4ª ed, São Paulo: Martins, 1991(a).
- 38. VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins, 1991(b).

