

A geometria da bicicleta no ensino de matemática: uma análise de trabalhos acadêmicos

The geometry of bicycles in mathematics education: an analysis of academic works

Florence Cristina Silva Queiroga ^{a,*}, Fernanda Aparecida Ferreira ^a, Gilmer Jacinto Peres ^a

^aCentro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, Brasil

* Autor Correspondente: florencequeiroga@gmail.com

Resumo: Neste artigo, apresentamos uma revisão sistemática, com aproximações à metassíntese qualitativa, de trabalhos que abordam as diferentes geometrias da bicicleta no contexto do ensino de matemática. O objetivo foi analisar, a partir dos trabalhos encontrados, como os elementos das geometrias da bicicleta foram explorados no processo de ensino, visando auxiliar o desenvolvimento de uma pesquisa em andamento no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Para alcançar esse objetivo, realizamos um mapeamento de trabalhos nas plataformas Portal de Periódicos da Capes, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, Banco de Dissertações do PROFMAT e Google Acadêmico. Com isso, identificamos 10 trabalhos relacionados, em maior ou menor grau, à geometria da bicicleta no ensino de matemática. As pesquisas revelaram uma variedade de abordagens e metodologias que buscam conectar conceitos matemáticos com aplicações práticas, sendo a modelagem matemática a estratégia mais utilizada. A baixa quantidade de pesquisas na área sugere uma oportunidade para expandir essas iniciativas.

Palavras-chave: Geometria da bicicleta; Ensino de Matemática; Metassíntese; Revisão sistemática.

Abstract: In this article, we present a systematic review with approaches to qualitative metasynthesis, focusing on works that explore the various geometries of bicycles in the context of mathematics education. The goal was to analyze how the geometrical elements of bicycles have been explored in the teaching process, aiming to support the development of ongoing research in the National Network Professional Master's Program in Mathematics (PROFMAT). To achieve this, we conducted a mapping of studies using platforms such as the CAPES Journals Portal, the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations, the PROFMAT Dissertation Bank, and Google Scholar. As a result, we identified 10 studies that, to varying degrees, address the geometry of bicycles in mathematics education. The research revealed a variety of approaches and methodologies that seek to connect mathematical concepts with practical applications, with mathematical modeling being the most used strategy. The limited number of studies in this area suggests an opportunity to expand these initiatives.

keywords: Bicycle Geometry; Mathematics Education; Meta-Synthesis; Systematic Review.

Introdução

A Geometria é uma área essencial da Matemática para a formação dos indivíduos, devido à sua presença, direta ou indireta, no dia a dia e nas suas diversas aplicações, em diferentes campos do conhecimento. Além disso, o Ensino de Geometria na Educação Básica favorece o desenvolvimento de habilidades e competências primordiais para resolução de problemas do cotidiano e constitui-se como uma eficaz conexão didático-pedagógica entre Aritmética e Álgebra [1].

Entretanto, a abordagem axiomática da geometria euclidiana, com o ensino focado apenas em definições, propriedades e fórmulas, sem conexão com a realidade, torna-se desinteressante para os estudantes. Nesse cenário, encontramos muitas pesquisas que tentam levar uma abordagem mais aplicada dos conceitos geométricos ensinados em níveis básicos de educação, como os trabalhos de [2] e [3]. Considerando a relevância de aproximar o conteúdo escolar da realidade dos estudantes, constatam-se amplas potencialidades no processo de ensino e aprendizagem ao integrar a geometria presente em um meio de transporte tradicional e amplamente difundido: a bicicleta.

Além de ser um meio de transporte sustentável e econômico, a bicicleta é também utilizada em diferentes esportes e no lazer, constituindo-se como um instrumento auxiliar para tornar as aulas mais interessantes devido ao seu caráter aplicável e lúdico. Por outro lado, a utilização de jogos como metodologia de ensino favorece a construção do conhecimento por meio de desafios que estimulam tanto o raciocínio quanto a criatividade, oferecendo oportunidades para aplicar os conteúdos matemáticos em contextos que simulam situações do cotidiano.

Sendo assim, desejando contribuir com um ensino de geometria que conecte os conceitos vistos em sala de aula com o mundo real, propomos, em uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento no âmbito do PROFMAT, elaborar um jogo educativo utilizando elementos da geometria da bicicleta. O jogo consiste em uma trilha que integra elementos de estratégia e resolução de problemas, utilizando a temática da bicicleta como base. Durante o percurso, os jogadores enfrentam desafios que envolvem a análise da geometria do quadro da bicicleta, a interpretação da relação entre o formato das rodas e a superfície ideal, e a identificação de rastros de pneus. Além disso, o jogo explora conceitos matemáticos, como cálculos de ângulos, proporções e trajetórias, de forma interativa e lúdica, incentivando os participantes a aplicarem o conhecimento de forma prática e divertida.

Desta forma, para conhecer o cenário de pesquisas a respeito dessa temática, realizamos um mapeamento a fim de obter uma visão geral sobre o que já foi produzido. Através desse mapeamento, foram analisadas as metodologias, o conteúdo abordado e possíveis inovações, visando subsidiar o trabalho investigativo na dissertação, delimitando um cenário de possibilidades.

1 Geometrias e Bicicletas

A fabricação de bicicletas envolve uma série de conceitos matemáticos e propriedades que podem ser observadas em seus elementos estruturais. Desde o *design* do quadro, composto por tubos de diferentes comprimentos, ângulos e distâncias, até o formato das rodas, normalmente circulares, diversos princípios geométricos são aplicados. Além disso, as curvas produzidas pelos rastros dos pneus também revelam aspectos importantes da geometria e do movimento.

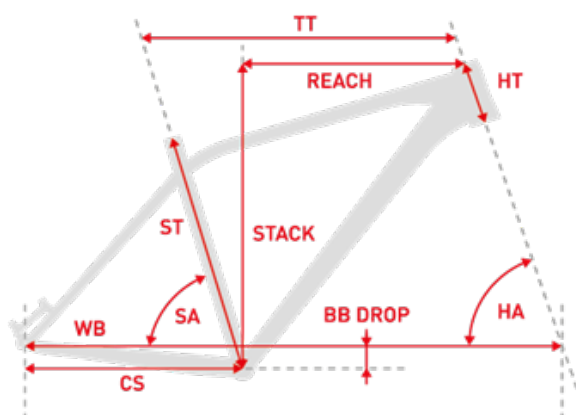
A seguir, serão discutidos brevemente esses elementos, destacando suas implicações matemáticas no *design* e funcionamento das bicicletas.

1.1 Geometria do quadro

A expressão “geometria da bicicleta” é utilizada no ciclismo para designar um conjunto de ângulos e distâncias presentes no quadro da bicicleta. Essas medidas determinam as características de pilotagem, como: estabilidade, conforto, agilidade e desempenho.

Na figura 1 apresentamos alguns elementos da geometria da bicicleta e, a seguir, os seus respectivos significados.

Figura 1. Elementos da geometria da bicicleta



Fonte: Fórum Pedal. Available:

<https://www.pedal.com.br/forum/uploads/83685/geometry.png>. Accessed on: Jun., 4, 2024.

- TT (*Tubo superior*): é a distância entre o eixo da caixa de direção e o eixo do tubo do selim. Essa medida influencia a posição do ciclista na bicicleta.
- REACH (*Alcance*): é a distância horizontal do centro do movimento central ao eixo da caixa de direção. Quanto maior o alcance, maior será a estabilidade da bicicleta. Por outro lado, se o alcance for menor, ela será mais ágil.
- STACK (*Altura do quadro*): é a distância vertical do eixo do movimento central à linha do eixo da caixa de direção. A altura do quadro é uma medida crucial para o ajuste ergonômico do ciclista.

- ST (*Tubo do selim*): é o tubo que conecta o canote do selim ao eixo do movimento central. O comprimento e o ângulo desse tubo afetam a posição do ciclista na bicicleta, e influenciam diretamente no conforto e na eficiência.
- CS (*Tubo inferior traseiro*): é o tubo que conecta o eixo do movimento central ao eixo da roda traseira. Quanto maior o comprimento desse tubo, maior será o conforto ao pedalar, porém, a bicicleta ficará mais lenta. Contudo, o tubo mais curto proporciona melhor desempenho em subidas e uma bicicleta mais agressiva.
- WB (*Distância entre eixos*): é a distância entre os eixos das rodas dianteira e traseira. Quanto maior a distância entre eixos, mais estável a bicicleta se torna. Por outro lado, quanto menor essa distância, mais ágil a bicicleta se torna.
- BB DROP (*Queda do movimento central*): é a distância vertical entre o eixo das rodas e o eixo do movimento central. Quanto menor for essa medida, mais instável será a bicicleta. Por outro lado, quanto maior for essa medida, mais próximo do solo estará o pedivela, podendo até mesmo tocá-lo.
- SA (*Ângulo do tubo do selim*): é o ângulo do eixo do tubo do selim com a horizontal. Um ângulo menor proporciona maior estabilidade em descidas, mas reduz a agilidade e eficácia da pedalada em terrenos planos e subidas.
- HA (*Ângulo da caixa de direção*): é o ângulo do eixo da caixa de direção com a horizontal. Um ângulo menor resulta em uma suspensão mais inclinada, o que melhora o desempenho em descidas íngremes. Por outro lado, um ângulo maior deixa a suspensão mais vertical em relação ao solo, proporcionando maior velocidade e agilidade.

Compreender como as variações nas medidas de comprimento e ângulos influenciam o comportamento da bicicleta torna o ensino mais prático e envolvente. Ao explorar esses aspectos, os estudantes conseguem perceber como conceitos abstratos, muitas vezes difíceis, se aplicam a situações do cotidiano. Isso não apenas facilita a compreensão, mas também desperta o interesse dos alunos, ao mostrar a relevância direta do que aprendem em sala de aula no mundo real.

1.2 Geometria das rodas

As bicicletas possuem rodas tradicionalmente circulares, o que proporciona diversas vantagens. Entre elas, podemos citar o rolamento contínuo e suave, propiciando estabilidade e controle. Isso ocorre porque a distância entre o centro da roda e o solo permanece constante, evitando oscilações.

No contexto educacional, vários conceitos geométricos podem ser abordados a partir da análise dessas rodas, como o raio, o diâmetro, o comprimento de circunferência e o “descobrimento” do número π .

Além disso, outras questões podem ser levantadas a partir da análise das rodas, enriquecendo o estudo da geometria e criando um ambiente propício para a abordagem de diferentes conceitos. Uma dessas questões é sobre o uso de rodas com formatos não convencionais, como rodas poligonais.

Por exemplo, em um episódio do desenho Pica-Pau (1969), nos deparamos com um homem pré-histórico se deslocando em uma bicicleta de rodas quadradas. Na animação é possível ver que o uso das rodas quadradas em uma superfície plana resultaria em um movimento irregular e desconfortável.

Figura 2. Bicicleta de rodas quadradas no desenho Pica-Pau

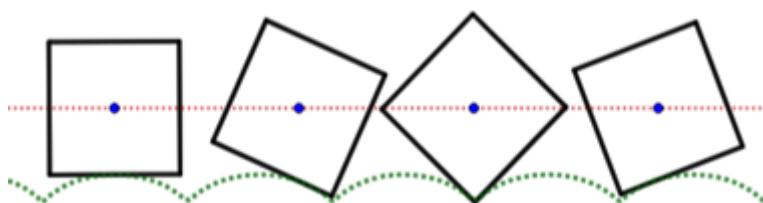


Fonte: Frame (2:46) do episódio “O vendedor pré-histórico”. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=k5AkUxjf2NQ>. Accessed on: Mai., 30, 2024.

Usando o contexto do desenho, podemos abordar o seguinte problema em uma situação de ensino: qual seria o formato “ideal” da estrada para que uma roda poligonal realizasse um deslocamento suave?

A resolução desse problema requer o uso de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, cuja solução determina o formato ideal da estrada. Para bicicletas com rodas poligonais, como rodas quadradas, a superfície da estrada deve ser composta por arcos de catenárias invertidas e truncadas sucessivamente. Essa configuração, ilustrada na figura 3, permite que cada lado do polígono permaneça em contato contínuo com a superfície, garantindo um movimento suave e estável.

Figura 3. Deslocamento de uma roda quadrada sobre arcos de catenárias



Fonte: Elaborada pela autora (2024).

Apesar da complexidade envolvida neste tópico, é possível utilizar o GeoGebra para criar animações com um forte apelo estético, que ajudam a aumentar o interesse dos estudantes da educação básica em temas mais específicos. Além disso, essas construções permitem a realização de análises mais simples, como as relacionadas aos polígonos regulares.

1.3 Geometria dos rastros

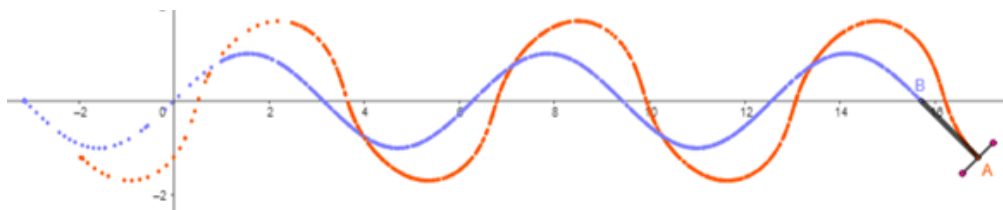
Quando uma bicicleta se locomove em terrenos macios, normalmente, dois rastros são deixados no solo, cada um correspondente a uma roda. Estabelecer a relação entre os rastros da roda traseira e dianteira é um problema de perseguição. Este tipo de problema está associado à determinação da curva que o perseguidor deve seguir para alcançar um alvo em movimento (o perseguido) e envolve traçar a trajetória do perseguidor de forma que sua velocidade esteja sempre direcionada ao alvo.

Em geral, conhecida a curva do rastro da roda traseira e a distância entre os eixos, pode-se determinar o rastro da curva da roda dianteira. Isso ocorre porque o segmento que representa o quadro da bicicleta é sempre tangente à curva formada pela roda traseira. Para isso, é necessário conhecimento de parametrização de curvas e derivadas.

Já o processo inverso, ou seja, determinar o rastro da roda traseira a partir da curva do rastro da roda dianteira, é um problema mais complexo que envolve uma equação diferencial ordinária de segunda ordem.

Na figura 4, os rastros das rodas dianteira e traseira são representados em laranja e azul, respectivamente. O segmento AB, que representa o quadro da bicicleta, é tangente ao rastro da roda traseira no ponto B.

Figura 4. Par de rastros



Fonte: Elaborada pela autora (2024).

O professor pode questionar a complexidade desse conteúdo para aplicação na educação básica. No entanto, não podemos ignorar autores como [4] e [5], que enfatizam a importância de incluir tópicos como cálculo e derivadas ainda no Ensino Médio. Embora tais conteúdos não sejam explicitamente previstos nos documentos que orientam o currículo da educação básica, sua inclusão pode enriquecer o ensino de funções.

Nesse contexto, os rastros dos pneus de bicicletas se apresentam como ferramentas lúdicas para analisar o comportamento de determinadas funções e suas derivadas, mesmo que de forma intuitiva, tornando o aprendizado mais dinâmico e interessante.

Com isso, abordamos conceitos de diferentes níveis de complexidade que estão associados às geometrias das bicicletas. Esse recurso oferece uma admirável fonte de conteúdos e exemplos práticos para enriquecer o ensino da matemática. Desta forma, pressupomos que ao utilizar elementos como o quadro, as rodas e os ângulos, os alunos podem visualizar e aplicar conceitos abstratos de maneira concreta, além de tornar o aprendizado mais envolvente. Por outro lado, explorar o uso de rodas não convencionais e a relação entre os rastros da bicicleta abre novos horizontes ao propiciar aos estudantes o contato com uma matemática mais acadêmica, que extrapola a matemática ensinada nas escolas de educação básica.

Com a finalidade de analisar como a geometria da bicicleta tem sido explorada no âmbito do ensino, realizamos uma revisão sistemática dos trabalhos desenvolvidos na área educacional sobre essa temática. Na seção a seguir, descrevemos os aspectos metodológicos aplicados a esta pesquisa.

2 Aspectos Metodológicos

Na abordagem bibliográfica para realizar uma revisão sistemática dos trabalhos acadêmicos sobre o uso da bicicleta como recurso no ensino de geometria, foi identificado um número limitado de estudos sobre o tema. Desta forma, optamos pela metassíntese qualitativa.

Segundo [6, p. 544] a metassíntese qualitativa é definida como a “integração interpretativa de achados qualitativos [...], que são a síntese interpretativa dos dados”.

De acordo com [7]

A metassíntese qualitativa permite, portanto, que as investigações primárias sejam estudadas com profundidade. As análises podem ser desenvolvidas por meio de relações entre as pesquisas, como comparações, semelhanças e diferenças. Com a análise dos dados e a reflexão sobre eles, surge a metassíntese qualitativa, que apresenta o objeto de investigação com nível elevado de abstração e compreensão. [7, p. 208].

Para [8], a metassíntese qualitativa tem como objetivo

[...] produzir interpretações ampliadas de resultados ou achados de estudos qualitativos obtidos por estudos primários (como são as dissertações, teses e as pesquisas do professor), os quais são selecionados atendendo a um interesse específico do pesquisador acerca de um fenômeno a ser investigado e/ou teorizado. [8, p. 15].

Como nosso objetivo na pesquisa de mestrado é levar, para os contextos formais de aprendizagem da educação básica, a geometria da bicicleta como assunto motivador para relacionar conceitos geométricos com o cotidiano, é fundamental conhecer e interpretar o cenário de pesquisas que se aproximam com o nosso interesse.

Assim, tendo por base os pressupostos da metassíntese qualitativa, buscamos apresentar as contribuições das pesquisas que dialogam com essa, identificando tendências por meio de comparações e destacando pontos que precisam ser mais explorados, contribuindo para a elaboração de novos cenários e interpretações.

Na próxima seção, detalharemos o processo de coleta de dados, apresentando os loci e os critérios de seleção. Em seguida, faremos uma (meta)síntese das pesquisas selecionadas e uma (meta)análise dos trabalhos, destacando padrões, tendências e contribuições para a área.

3 Coleta, Síntese e Análise

3.1 Sobre a coleta

Para análise de como a geometria da bicicleta tem sido explorada no ensino da matemática, foi feito um levantamento das pesquisas produzidas após o ano 1987, selecionando-as com base nas informações presentes, inicialmente, nos títulos e resumos. Nesta etapa, as buscas foram por meio das bases de dados textuais nas plataformas, como: Portal de Periódicos da Capes, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, Banco de Dissertações do PROFMAT e Google Acadêmico, utilizando os seguintes descritores: “geometria bicicleta”, “matemática bicicleta”, “bicicleta” e “rodas”. Desse processo, foram identificadas um total de 15 (quinze) pesquisas.

A organização dos dados se deu por meio de um fichamento, no qual destacamos os seguintes elementos: descritor, tipo, autores, origem, título, ano, resumo e lócus. Em seguida, foram elencados os trabalhos mais relevantes para a pesquisa por meio de (re)leituras, realizando comparações iniciais e apontando semelhanças nas obras, conforme orientações metodológicas expressas em [7] e [8]. Excluímos os trabalhos em língua estrangeira (4 trabalhos) e que apresentavam baixa aplicabilidade na educação básica (1 trabalho), pois o trabalho propõe um estudo sobre a relação entre os rastros dos pneus das bicicletas, abordando o tema sob uma perspectiva exclusivamente teórica e analisando as singularidades envolvidas.

Justificamos a exclusão dos trabalhos em língua estrangeira, pois a própria tradução, conforme [9], já é uma compreensão subjetiva daquele que traduz o texto, pois suas leituras se relacionam com as suas próprias experiências de vida. Assim, os contextos pelos quais as pesquisas são realizadas e compartilhadas, por meio de textos, dizem de cenários que não são, habitualmente, vivenciados por nós (no contexto brasileiro).

Entendemos que, ao traduzir um texto para realizar uma análise mais compreensiva, que extrapole os limites da sintaxe e semântica, requer a “imersão” em realidades distintas, sendo inevitável criar estratégias para investigá-las. Isso sempre demanda tempo, esforço e muita dedicação. Julgamos que, para esse momento, transpor os limites impostos pela nossa falta de domínio da língua vernácula de alguns dos pesquisadores/autores mapeados não traria comprometimento para o cenário que queremos vislumbrar, já que se tratavam apenas de 4 (quatro) pesquisas.

No Quadro 1, apresentamos as 10 (dez) pesquisas selecionadas para análise, segundo o tipo e a plataforma de pesquisa. Ainda, descrevemos brevemente sobre o processo de coleta.

Quadro 1: Trabalhos selecionados

Plataforma	Nº	Tipo	Título
Portal de Periódicos da Capes	1	Artigo	Tratriz: uma abordagem na perspectiva da Geometria dos Rastros
	2		Estratégias de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na abordagem de problemas de modelagem matemática
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	3	Dissertação	Modelagem matemática e bicicleta: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola no município de Santana-AP
	4		Oficina de máquinas: uma maneira de ensinar matemática para alunos do ensino médio
	5		Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas
Banco de dissertações do PROFMAT	6	Dissertação	Uma análise dos rastros das rodas de uma bicicleta a partir do estudo das parametrizações de curvas planas
	7	Dissertação	Estrada envolvendo rodas quadradas
Google Acadêmico	8	Artigo	Geometria do Rastro de Bicicletas
	9	Artigo	Modelagem do deslocamento de uma bicicleta: aplicações de geometria e equação de 1º grau
	10	TCC	O uso da bicicleta em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática no Ensino Médio

Fonte: Elaborada pela autora (2024).

No Portal de Periódicos da Capes, utilizamos o Acesso CAFe* através do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG para aumentar o alcance da busca, pois esta opção permite o acesso remoto ao conteúdo disponível para a Instituição. Inicialmente utilizamos o termo “geometria bicicleta”, mas encontramos apenas um trabalho que atendia parcialmente ao objetivo: o artigo “Tratriz: uma abordagem na perspectiva da Geometria dos Rastros” publicado na Revista Eletrônica da Matemática - REMAT, elaborado por Delair Bavaresco, Leonardo Consorte Veit e

*O Acesso CAFe (Comunidade Acadêmica Federada) é um serviço de autenticação que permite a alunos, professores, pesquisadores e outros membros de instituições de ensino e pesquisa brasileiras acessarem uma variedade de recursos online com suas credenciais institucionais. As instituições participantes da CAFe compartilham uma infraestrutura de autenticação federada, o que simplifica o acesso a serviços como o Portal de Periódicos da Capes.

Sandra Denise Stroschein do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul.

A palavra-chave foi modificada para “matemática bicicleta”, assim encontramos outro artigo, intitulado “Estratégias de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na abordagem de problemas de modelagem matemática”, das autoras Karina Alessandra Pessoa da Silva e Susane Cristina Pasa Pelaquim da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, que foi publicado na Educação Matemática em Revista.

Ao buscar por “geometria bicicleta” na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), encontramos duas dissertações. A primeira é “Modelagem matemática e bicicleta: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola no município de Santana-AP”, de autoria de Fábio Andress dos Santos, sob orientação da Dra. Marli Teresinha Quartieri, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, em Lajeado (RS). A segunda é “Oficina de máquinas: uma maneira de ensinar matemática para alunos do ensino médio”, de Jayme Alves de Oliveira Neto, sob orientação do Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos.

Na BDTD, ao utilizar o descritor “matemática bicicleta”, encontramos a dissertação "Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas", de autoria de Janaina de Ramos Ziegler, orientada pela Dra. Marli Teresinha Quartieri e coorientada pela Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, em Lajeado (RS).

No banco de dissertações do PROFMAT ao utilizar as expressões “bicicleta” e “roda”, foram localizadas duas dissertações. A primeira intitulada “Uma análise dos rastros das rodas de uma bicicleta a partir do estudo das parametrizações de curvas planas”, elaborada por Raphael Medeiros, sob orientação da Dra. Patrícia Erthal de Moraes, vinculada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II. A segunda dissertação encontrada foi "Estrada envolvendo rodas quadradas", de autoria de Manoel Hilário Neto, sob orientação do Dr. Isnaldo Isaac Barbosa e coorientação do Dr. José Adonai Pereira Seixas, vinculada ao Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Na plataforma Google Acadêmico, ao pesquisar pelo termo “geometria bicicleta”, foram encontrados dois artigos de interesse: “Geometria do Rastro de Bicicletas” elaborado por Leonardo Fontoura e Frederico Israel sob a orientação de Jairo Bochi do Departamento de Matemática da PUC-Rio e “Modelagem do deslocamento de uma bicicleta: aplicações de geometria e equação de 1º grau” desenvolvido por estudantes de licenciatura em Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da Universidade Federal da Fronteira Sul sob supervisão do professor Angelo Fernando Fiori e coordenação de Pedro Augusto Pereira Borges.

Além disso, ao utilizar o descritor “matemática bicicleta”, foi localizado o trabalho de

conclusão de curso "O uso da bicicleta em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática no Ensino Médio", de Eduardo Techera Mello Filho, sob orientação do Dr. Alvino Alves Sant'Ana, apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Os quatro descritores citados foram utilizados na busca pelas pesquisas em cada uma das plataformas. No entanto, alguns não retornaram resultados e os outros apresentaram as mesmas pesquisas. Além disso, foram localizados três artigos que descreviam parcialmente resultados da dissertação "Modelagem Matemática e bicicleta: proposta de ensino e aprendizagem para alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola no município de Santana - AP" e, portanto, foram excluídos da análise.

Os trabalhos excluídos da análise foram: "Roads and Wheels" - Leon Hall; Stan Wagon, "Bring a Bike to Class" - Pamela Ames, "Estudio de la dinámica y el control de una bicicleta robótica" - Diego Alberto Bravo; Carlos Felipe Rengifo, "On bicycle tire tracks geometry, hatchet planimeter, Menzin's conjecture and oscillation of unicycle tracks" - Mark Levi; Serge Tabachnikov e "Par de Curvas no Plano: Geometria da Bicicleta" - Fang Chou Lee.

3.2 Síntese das pesquisas

Como nosso corpus de análise é formado por um número pequeno de trabalhos, o que já nos leva a inferir sobre poucas abordagens metodológicas e práticas com o uso da geometria da bicicleta em situação de ensino de matemática na educação básica, decidimos expor uma visão geral de cada um deles.

1. *Tractriz: uma abordagem na perspectiva da Geometria dos Rastros (2020)*

O artigo discute um caso particular das curvas de perseguição, a Tractriz, apresentando sua equação característica obtida por meio da resolução de uma equação diferencial ordinária. Além disso, descreve uma atividade experimental realizada com uma bicicleta infantil para verificar o comportamento da curva. O experimento consiste em marcar a curva de perseguição, Tractriz, em uma folha de papel pardo, com um sistema cartesiano ortogonal para valores positivos na horizontal e na vertical. Para isso, o pneu traseiro da bicicleta foi pintado com tinta esmalte branca.

Os resultados do experimento são analisados com o uso de gráficos. No entanto, é importante observar que o artigo se concentra nos conteúdos de Modelagem Matemática e Equações Diferenciais Ordinárias do curso de Matemática, sem abordar diretamente aplicações na educação básica. Contudo, o artigo oferece informações suficientes para a implementação de uma atividade experimental no Ensino Médio, permitindo a comparação e análise dos resultados teóricos e experimentais.

2. *Estratégias de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na abordagem de problemas de modelagem matemática (2023)*

O artigo apresenta os resultados parciais da pesquisa de mestrado de uma das autoras (Pasa), desenvolvida em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental em uma escola municipal no interior do Paraná. O estudo envolveu seis atividades de modelagem matemática, sendo que a terceira atividade foi sobre bicicletas, tema sugerido por um dos alunos.

O problema proposto pela professora foi: “Quantas pedaladas preciso dar para percorrer o caminho da escola até minha casa?”. A atividade foi desenvolvida ao longo de quatro aulas, com duração de uma hora e trinta minutos cada, e para análise dos resultados, foi adotada uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo.

Durante a atividade, foi observado um progresso significativo na compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos. Eles mediram a distância percorrida em uma pedalada, relacionaram essa medida com o comprimento da circunferência da roda e utilizaram a distância entre a casa e a escola para determinar o número de pedaladas necessário. Para coletar os dados, os alunos utilizaram suas próprias bicicletas, trenas e barbantes, além do programa *Google Earth*[†] para determinar a distância entre suas casas e a escola. O artigo destaca as estratégias de resolução de problemas dos alunos do 5º ano por meio da modelagem matemática.

Os resultados da pesquisa confirmam a hipótese de que, sendo um objeto familiar e interessante para muitos alunos, a bicicleta pode aumentar a motivação e o interesse pelas aulas.

Vale ressaltar que a dissertação na qual o artigo se baseia, cujo título é: “Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos”, não foi localizada em nenhuma das plataformas de busca.

3. Modelagem matemática e bicicleta: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola no município de Santana-AP (2015)

Motivado pelo desinteresse dos estudantes e a necessidade de buscar alternativas para melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, o autor dessa dissertação apresenta os resultados de uma intervenção pedagógica realizada com alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual no município de Santana no Amapá, utilizando modelagem matemática e bicicletas. O trabalho consiste numa pesquisa qualitativa com aproximações ao estudo de caso.

As atividades foram distribuídas ao longo de 14 encontros, com duração de uma ou duas aulas cada. O início da intervenção concentrou-se em pesquisas e análises estatísticas, explorando aspectos sociais e ambientais relacionados ao uso de bicicletas. Os alunos foram incentivados a buscar informações na internet sobre notícias que envolvessem o tema da bicicleta e seu uso cotidiano, bem como aspectos ambientais, destacando a bicicleta como uma opção de transporte sustentável. Além disso, foi proposta a elaboração de questionários para entrevistas com membros da comunidade do

[†] É um programa de mapeamento desenvolvido pela Google que permite aos usuários visualizar imagens de satélite da Terra.

bairro da escola. Os resultados dessas pesquisas foram apresentados utilizando tabelas, gráficos e porcentagens, com o auxílio do Excel.

Em seguida, os alunos foram desafiados a criar um inventário detalhado sobre a bicicleta, destacando todas as principais peças que a compõem, as formas geométricas associadas a cada uma delas e a relação desses elementos com conceitos matemáticos. Essas atividades permitiram a exploração de conteúdos de geometria plana, geometria espacial e funções. Essa etapa é de especial interesse, pois oportuniza o estudo da geometria do quadro e das rodas da bicicleta. No entanto, o trabalho não contemplou a influência da geometria do quadro no desempenho da bicicleta. Abordar esse aspecto poderia auxiliar os estudantes na compreensão dos diferentes modelos de bicicletas existentes no mercado e suas respectivas funções.

O autor destaca como um dos resultados da intervenção o aumento do empenho e interesse dos estudantes, atribuído à conexão estabelecida entre a matemática e a realidade por meio do uso da bicicleta. Essa abordagem parece ter gerado maior engajamento por parte dos alunos.

4. Oficina de máquinas: uma maneira de ensinar matemática para alunos do ensino médio (2010)

O trabalho propõe a implementação de um laboratório de ensino de matemática intitulado “Oficinas de Máquinas” com o objetivo de instigar a curiosidade e aumentar o empenho dos estudantes na resolução de problemas por meio de experimentos. A proposta se apoia numa visão construcionista da aprendizagem, por valorizar o ensino através de projetos no auxílio da internalização dos conceitos e significados.

A execução de um projeto piloto da “Oficinas de Máquinas” ocorreu durante 9 encontros e contou com a participação de 20 alunos (escolhidos por meio de sorteio) de uma escola de São Paulo, que foram divididos em 5 grupos. A cada semana, os grupos abordavam e analisavam temas diferentes, e ao final de 5 semanas, todos os grupos passaram por oficinas envolvendo o estudo de polias e engrenagens. É importante ressaltar que a sala de aula utilizada era um ambiente diferente do habitual, sem carteiras enfileiradas, favorecendo a participação ativa dos grupos no projeto.

As cinco oficinas ofertadas foram: resolução de exercícios de vestibulares, construção com instrumentos de desenho, estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta), utilização do kit industrializado MARKLIN[‡] e utilização de material industrializado K'nex[§].

A presença de alunos de diferentes séries possibilitou o surgimento de diversas estratégias de resolução na oficina de resolução de exercícios de vestibulares, dado que os estudantes estavam vendo conteúdos distintos nas aulas regulares.

Na oficina de estudo de mecanismo do dia a dia, cada grupo levou a própria bicicleta e determinou o número de marchas através da combinação entre a pedaleira e o pinhão,

[‡] Kit pedagógico industrializado, de origem alemã, composto de peças de metal, incluindo polias e engrenagens.

[§] Kit pedagógico industrializado, de origem americana, composto de peças de plásticas, incluindo polias e engrenagens.

os fatores de transmissão possíveis e os seus respectivos rendimentos. Um dos resultados mais interessantes dessa oficina, foi a obtenção de um velocípede (bicicleta) hipotético que tinha rendimento igual ao obtido pelo grupo ao realizar as medições. Os estudantes propuseram uma bicicleta com rodas de diâmetros diferentes.

Além disso, no projeto final, cada grupo foi responsável pela confecção de um mecanismo articulado usando materiais recicláveis, onde puderam aplicar os conteúdos trabalhados nas oficinas anteriores.

Para enriquecer as atividades presenciais e oferecer suporte aos estudantes, foram realizadas atividades assíncronas em uma plataforma de ensino a distância. Nessas atividades, eram disponibilizadas lições virtuais que incluíam o uso do software GeoGebra.

O autor aponta que a oficina de estudo de mecanismos do dia a dia, com foco na bicicleta, proporcionou uma conexão direta entre o conteúdo matemático e a realidade dos estudantes, facilitando a compreensão e a aplicação dos conceitos abordados em sala de aula.

5. Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas (2015)

A dissertação aborda os resultados de uma intervenção pedagógica que utiliza a modelagem matemática em conjunto com o esporte. Essa intervenção foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em duas escolas localizadas nos municípios de Muçum e Lajeado, no Rio Grande do Sul. A pesquisa possui uma abordagem qualitativa, enquadrando-se no estudo de caso.

Definida a modelagem matemática como abordagem metodológica, o tema esporte surgiu como resultado de uma pesquisa realizada pela autora para identificar um assunto de maior interesse dos estudantes.

A intervenção pedagógica foi planejada em 6 encontros, com atividades que incluíam: elaborar, em parceria com os alunos, um questionário sobre a prática esportiva e aplicá-lo aos demais estudantes da escola; organizar e analisar os dados da pesquisa, utilizando gráficos e tabelas, com e sem o uso de recursos computacionais (Excel); escolher um tema (modalidade esportiva) e agrupar os estudantes para explorar os conceitos matemáticos relacionados, além de compartilhar os resultados do trabalho.

A partir da análise dos questionários, os alunos da escola em Muçum escolheram os subtemas: futebol, vôlei, bicicleta e skate. O grupo que optou pela bicicleta realizou um estudo sobre as rodas. Uma das integrantes levou um exemplar para efetuar as medições, e o grupo conseguiu relacionar o comprimento da circunferência e seu diâmetro, obtendo uma aproximação para. Já na escola em Lajeado, os subtemas escolhidos não incluíam bicicletas.

A autora conclui que os temas bicicleta e skate favoreceram o estudo de ângulos e o número π , diferindo dos conteúdos explorados nos grupos que optaram por outros temas. Destacando a importância da escolha de temas para uma maior apropriação dos conceitos matemáticos.

A constatação de que a bicicleta é um tema de interesse dos estudantes e que seu uso pode auxiliar no ensino de geometria corrobora a hipótese de que essa temática tem o potencial de tornar o ensino mais interessante e significativo.

6. Uma análise dos rastros das rodas de uma bicicleta a partir do estudo das parametrizações de curvas planas (2020)

Inspirado por um dos problemas enfrentados pelo detetive Sherlock Holmes, onde ele precisava determinar a direção para a qual um ladrão havia fugido com base nos rastros deixados pelas rodas de sua bicicleta, o autor da dissertação se dedica a um estudo detalhado sobre a geometria dos rastros e propõe atividades para oficinas de matemática destinadas a alunos do ensino médio.

O trabalho adota uma abordagem de pesquisa bibliográfica, envolvendo a parametrização de curvas planas, a construção de gráficos, o cálculo de comprimento e área entre as curvas parametrizadas, o que abrange conceitos de cálculo diferencial e integral. Além disso, o estudo faz uso dos recursos dinâmicos do software GeoGebra para analisar essas curvas.

A dissertação apresenta uma seção dedicada ao estudo da Tractriz, onde é demonstrado que a Tractriz e a reta são um par de curvas que podem ser relacionadas aos rastros deixados pelas rodas de uma bicicleta.

O autor apresenta duas atividades para oficinas de matemática, destinadas a alunos em diferentes níveis de formação, com o objetivo de desenvolver o espírito investigativo. A primeira oficina, intitulada “Para onde foi a bicicleta?”, utiliza o problema dos rastros da bicicleta como uma atividade lúdica, ou experimental, não exigindo formalização matemática. Nessa atividade, o professor apresenta um par de rastros de cores distintas, e os estudantes devem determinar qual roda produziu cada rastro. Recomenda-se o uso de miniaturas de bicicletas, almofadas de carimbo com cores diferentes e cartolinas para produzir os rastros. Durante a atividade, o professor deve apresentar as propriedades desse par de curvas.

A segunda oficina, intitulada “Uma análise dos rastros das rodas de uma bicicleta”, requer que os estudantes tenham familiaridade com o GeoGebra e conhecimentos sobre parametrização de curvas planas, propriedades de vetores, retas tangentes à curva e derivadas. Nessa atividade, os alunos devem analisar o par de rastros a partir de animações produzidas no GeoGebra. Em seguida, cabe ao professor formalizar a relação entre as curvas, demonstrando a expressão que relaciona o rastro dianteiro ao traseiro. A próxima etapa da atividade consiste em estudar par de curvas ambíguas formadas por círculos concêntricos, explorando a distância percorrida pelas rodas e a área entre as curvas.

A proposta desta dissertação tem carácter inovador por propor o estudo da geometria dos rastros em níveis básicos de educação. Contudo, como as atividades propostas não foram aplicadas, não foi possível examinar os resultados práticos das oficinas.

7. *Estrada envolvendo rodas quadradas (2020)*

Esta dissertação apresenta um estudo sobre a estrada “ideal” para uma roda poligonal, obtendo como resultado uma família de funções hiperbólicas cujo gráfico descreve o formato da estrada. Esse gráfico é composto por uma sucessão de catenárias invertidas e truncadas.

O autor propõe como produto educacional um material desenvolvido no software GeoGebra que aborda a construção de rodas quadradas e sua respectiva estrada, e recomenda outros materiais, como os desenvolvidos por Humberto José Bortolossi[¶]. Além disso, o trabalho contém o passo a passo dessa construção, permitindo aos leitores reproduzir a atividade e/ou adaptá-la para diferentes contextos.

Junto ao recurso anteriormente citado, o autor acrescenta a proposta da confecção de uma pista em madeira para um carro de rodas quadradas a partir de um modelo construído no GeoGebra.

O trabalho diferencia-se por abordar um tema não trivial e pouco abordado, como o uso de rodas não convencionais. Porém, a pesquisa não apresentou resultados da utilização do produto educacional desenvolvido.

8. *Geometria do Rastro de Bicicletas (2011)*

O artigo apresenta um estudo sobre a geometria dos rastros de bicicleta, utilizando a parametrização pelo comprimento de arco e ângulo de curvatura, além de incluir resultados associados às Transformações de Möbius. O autor também desenvolveu um programa de computador em linguagem Java que simula a curva descrita pela roda traseira quando uma trajetória personalizada é definida para a roda dianteira. A trajetória da roda dianteira é determinada pela interpolação suave de pontos no plano para criar o caminho. O programa, que visa auxiliar na compreensão da relação entre os rastros da bicicleta, está disponível para download por meio de links fornecidos no final do artigo.

Embora o artigo não tenha como objetivo principal apresentar recursos educacionais direcionados a níveis básicos de educação, o produto desenvolvido apresenta grande ao seu potencial pedagógico, visto que pode ser utilizado como recurso educacional para professores interessados em utilizar rastros de bicicleta no ensino de geometria.

9. *Modelagem do deslocamento de uma bicicleta: aplicações de geometria e equação de 1º grau (2023)*

O artigo descreve uma sequência de atividades com objetivo de mostrar aplicações das equações de 1º grau por meio da modelagem do deslocamento de uma bicicleta. Essa sequência foi desenvolvida para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Santa Catarina.

[¶] Professor na Universidade Federal Fluminense que desenvolve recursos computacionais para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática e Estatística fazendo uso do GeoGebra.

Na primeira atividade, aplicou-se um Quiz para sondar o nível de conhecimento dos estudantes sobre equações e suas propriedades. O conteúdo específico do Quiz não foi identificado no artigo.

Na segunda atividade, o objetivo é revisar os conceitos de circunferência e diâmetro, com o intuito de chegar ao número π . Os alunos são orientados a medir a circunferência e o diâmetro de diversos objetos, verificando empiricamente a relação entre eles e a constante.

A terceira atividade relaciona arcos e raios de circunferências concêntricas, por meio da medição de arcos (A e a) e raios (R e r) do mesmo ângulo. Ao comparar a razão entre o arco e o raio, chega-se à uma equação $\frac{A}{R} = \frac{a}{r}$, onde a partir de três medidas é possível determinar a quarta.

A quarta atividade consiste no estudo do funcionamento da bicicleta no que se refere às engrenagens (coroa e cassete). A questão proposta para a investigação foi: “Quanto anda a bicicleta se a coroa desloca um arco de 10 cm?”. Após uma exploração inicial realizada pelos estudantes, recomenda-se a investigação da relação entre os arcos da coroa e do cassete através da medida desses arcos. Espera-se os alunos utilizem os conhecimentos adquiridos na terceira atividade para concluir que o arco girado no pneu corresponde ao deslocamento da bicicleta e que esse arco pode ser calculado pela equação: $A_P = \frac{R_P}{r} a$, onde A_P e R_P , a e r são o arco e raio do pneu e do cassete, respectivamente.

Como a atividade não havia sido aplicada, o artigo não apresenta os resultados da sequência didática. Além disso, faltam informações sobre a atividade proposta.

10. O uso da bicicleta em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática no Ensino Médio (2016)

O estudo baseia-se em uma abordagem de estudo de caso para examinar os efeitos da modelagem na aprendizagem de matemática de estudantes do segundo ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. O autor escolheu o tema do uso da bicicleta como foco das atividades propostas.

As atividades foram desenvolvidas em dois encontros. O primeiro com duração de seis períodos de 45 minutos e o segundo com dois períodos de 50 minutos.

No primeiro encontro, realizado em um laboratório de informática, foi exibida uma reportagem sobre o uso de bicicletas como meio de transporte, seguida por uma discussão sobre questões relacionadas. Posteriormente, os participantes foram divididos em grupos para investigar cinco questões, uma delas relacionada à geometria da bicicleta. Essa questão específica era: “Em relação aos tipos de bicicletas, quais são as principais diferenças entre elas? Indique matematicamente uma dessas diferenças.”. Por meio de pesquisas, os estudantes conseguiram relacionar o diâmetro da roda com aspectos da dirigibilidade da bicicleta. Além disso, o professor orientou que fossem averiguadas as diferenças na inclinação dos guidões.

No segundo encontro, foi iniciado com um vídeo sobre a relação entre os espaços ocupados por uma bicicleta e um automóvel nas vias urbanas. Nesta etapa, uma das duas questões norteadoras foi: “Como estabelecer uma relação matemática entre o espaço ocupado por um carro e o número de bicicletas que ocupariam o mesmo espaço, respeitando distâncias mínimas de segurança entre elas? Determine a área que ocupa um carro e um ciclista“. Os alunos realizaram medições em uma bicicleta e usaram dados de um modelo de automóvel pesquisado anteriormente para solucionar a questão.

A conclusão do autor é que a modelagem matemática é uma estratégia eficaz de ensino para estudantes do Ensino Médio, e que o tema das bicicletas foi especialmente útil para explorar uma variedade de conceitos, incluindo a geometria.

3.3 Análise interpretativa e compreensiva dos dados

Destacamos de nossas análises, que, com relação à metodologia de ensino, a modelagem matemática foi a mais utilizada, aparecendo nas pesquisas [10], [11], [12], [13] e [14]. As demais pesquisas empregaram outras estratégias, como a aprendizagem por projetos [15] e a investigação matemática [16].

Segundo [17, p. 16] “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. De acordo com o autor, a modelagem matemática consiste em cinco etapas: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação.

De acordo com [18, p. 31], a investigação matemática “[...] envolve formular questões, propor conjecturas, realizar testes para validar ou rejeitar essas conjecturas, avaliar a sua plausibilidade, encontrar provas da sua correção e levantar novas questões para investigar”.

Prado (2015) aponta que “na pedagogia de projetos, o aluno aprende no processo de produzir, levantar dúvidas, pesquisar e criar relações que incentivam novas buscas, descobertas, compreensões e reconstruções de conhecimento”.

Portanto, podemos concluir que existe uma relação entre as metodologias de ensino utilizadas nas pesquisas, focadas na construção do conhecimento por meio da formulação de conjecturas, investigações e validações. Assim, referências da Educação e do Ensino, que pesquisam de acordo com o uso dessas estratégias, se tornam importantes para trabalhos que tenham interesses afins ao de nossa pesquisa.

Duas dissertações ([11], [12]) foram orientadas pela Dra. Marli Teresinha Quartieri em 2015. Quartieri tem experiência na área de Ciências Exatas, com ênfase no Ensino de Matemática, e se destaca por sua atuação nos temas de modelagem matemática, investigação matemática, formação de professores e uso de tecnologias no ensino. Em 2012, defendeu sua tese intitulada “A modelagem matemática na escola básica: a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar”, na qual defende a modelagem como uma abordagem eficaz para despertar o interesse dos estudantes e facilitar a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos. Com base nisso,

podemos conjecturar que a bicicleta se apresenta como uma excelente ferramenta para aplicar conceitos matemáticos por meio da modelagem.

Com relação aos conteúdos abordados, três pesquisas ([19], [16], [20]) tratavam da geometria dos rastros, apresentando possibilidades de aplicação na educação básica. A maioria dos trabalhos ([10], [11], [15], [12], [13], [14]) focou na geometria da roda circular, enquanto apenas uma pesquisa ([21]) explorou o uso de rodas não convencionais. Além disso, somente duas pesquisas ([11], [14]) consideraram a geometria do quadro.

A maioria dos trabalhos revisados ([10], [11], [15], [12], [16], [21], [20], [14]) fez uso de recursos digitais. Três pesquisas ([15], [16], [21]) utilizaram o software GeoGebra, enquanto uma pesquisa ([10]) utilizou o *Google Earth*. Duas pesquisas ([11], [12]) empregaram o Excel para análise de dados. No artigo ([20]), o autor desenvolveu um programa em linguagem Java, e no trabalho ([14]), o computador foi utilizado para realização de pesquisas. Desta forma, ressaltamos as inúmeras possibilidades proporcionadas pelos recursos digitais favorecendo comunicação, informação e interação como formas de ampliar as concepções de ensino-aprendizagem.

As duas dissertações do PROFMAT ([16], [21]), ambas de 2020, abordaram temas não triviais, como a geometria dos rastros e rodas poligonais. Esses trabalhos se destacam pelo caráter inovador ao ousarem propor atividades envolvendo conteúdos de maior complexidade e, por essa razão, pouco abordados nas salas de aula. No entanto, seus recursos educacionais não foram aplicados. Esse fato nos chama atenção, pois nos coloca algumas indagações que elencamos a seguir:

- Até que medida e de que maneira os conceitos não triviais da geometria da bicicleta, como dos rastros e rodas poligonais podem ser repensados para uma aplicação no ensino de matemática com estudantes da educação básica?
- E quais contribuições uma abordagem de conceitos geométricos por meio da geometria da bicicleta, podem trazer para o processo de ensino e aprendizagem da matemática em níveis básicos de educação?

Essas são perguntas que esperamos, ao fim da nossa pesquisa de mestrado, compreender por meio de novas informações que subsidiem práticas semelhantes e, quem sabe, remodeladas a partir de nossos trabalhos.

Considerações Finais

Os resultados da pesquisa sobre a geometria da bicicleta no ensino da matemática revelam um panorama diversificado de abordagens e metodologias que visam conectar conceitos matemáticos com aplicações práticas. Observamos que a modelagem matemática foi a estratégia de ensino mais utilizada, evidenciando sua capacidade de engajar estudantes no processo de aprendizagem. Contudo, notou-se que, apesar do forte apelo lúdico da bicicleta, nenhum estudo explorou o uso de jogos ou a gamificação como metodologia no ensino. Nesse sentido, a dissertação e o Recurso Educacional em desenvolvimento no PROFMAT, conforme descrito na introdução, difere-se dos trabalhos analisados.

Além disso, o número reduzido de pesquisas na área sugere uma oportunidade para ampliar essas iniciativas. A diversidade de temas, desde o estudo da geometria do quadro, passando pela exploração de rodas não convencionais até a investigação dos rastros dos pneus, demonstra a riqueza de possibilidades que as “geometrias” da bicicleta oferecem para o ensino da matemática. No entanto, poucos trabalhos exploram aspectos mais complexos e não triviais.

Em suma, o estudo aponta para a relevância e o potencial ainda pouco explorado do uso da bicicleta como recurso didático no ensino de matemática, oferecendo novas perspectivas para futuras pesquisas e práticas pedagógicas.

Contribuições

Todos os autores desempenharam contribuições significativas na concepção e planejamento do estudo, na coleta, análise e/ou interpretação dos dados, bem como na redação e/ou revisão crítica do manuscrito, e aprovaram a versão final para publicação.

Orcid

Florence Cristina Silva Queiroga  <https://orcid.org/0009-0006-0651-5015>

Fernanda Aparecida Ferreira  <https://orcid.org/0000-0002-2697-4327>

Gilmer Jacinto Peres  <https://orcid.org/0000-0001-9402-8335>

Referências

1. S. Lorenzato, "Por que não ensinar geometria?", *Educação Matemática em Revista*, vol. 3, no. 4, pp. 3-13, 1995. [Online] Available: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311>. Accessed on: Jul., 17, 2024.
2. M. L. S. Martinez and T. P. Novello, "Uma proposta para o ensino de geometria na educação básica". Presented at VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. 2013.
3. F. P. Wappler and C. M. Grandó, "Experimentação em Geometria: Teorema de Pitágoras". Presented at Anais XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da

- Região Sul, Bagé/RS: Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), pp. 13-16, 2014.
4. G. Ávila, "RPM 60 - Limites e derivadas no ensino médio?" *Revista do Professor de Matemática*, 2006. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/60/8.htm>. Accessed on: Jul., 19, 2024.
 5. P. T. S. Neves, "Introdução ao ensino do cálculo e aplicações da derivada no ensino médio", M.S. thesis (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Amapá, 2016. [Online]. Available: <https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/07/INTRODU%C3%87%C3%83O-AO-ENSINO-DO-C%C3%81LCULO-E-APLICA%C3%87%C3%95ES-DA-DERIVADA-NO-ENSINO-M%C3%89DIO.pdf>. Accessed on: Jul., 19, 2024.
 6. M. C. C. Matheus, "Metassíntese qualitativa: desenvolvimento e contribuições para a prática baseada em evidências", *Acta Paulista de Enfermagem*, vol. 22, edição especial 1, pp. 543-545, 2009. [Online]. Available: <https://acta-ape.org/article/metassintese-qualitativa-desenvolvimento-e-contribicoes-para-a-pratica-baseada-em-evidencias/>. Accessed on: Jun., 10, 2024.
 7. E. S. de Alencar and S. A. Almouloud, "A metodologia de pesquisa: metassíntese qualitativa", *Reflexão e Ação*, vol. 25, n. 3, pp. 204, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.17058/rea.v25i3.9731>. Acesso em: 15 jun. 2024.
 8. D. Fiorentini, "A Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação", *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, pp. 61-82, 2014. [Online]. Available: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14711>. Accessed on: Jun., 15, 2024.
 9. P. Ricoeur, *O conflito das interpretações: ensaios de hermenêutica*, Rio de Janeiro: Imago, 1978.
 10. K. Alessandra and C. Pasa, "Estratégias de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na abordagem de problemas de modelagem matemática", *Educação Matemática em Revista*, vol. 28, no. 79, pp. 1-16, 2023. [Online]. Available: <https://doi.org/10.37001/emr.v28i79.3325>. Accessed on: Mai., 18, 2024.
 11. F. A. Santos, "Modelagem matemática e bicicleta: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola no município de Santana-AP", *Univates.br*, 2015. [Online]. Available: <https://www.univates.br/bdu/items/32f9d280-8e88-430e-9eec-806749deecec>. Accessed on: Mai., 29, 2024.
 12. J. R. Ziegler, "Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas", M.S. thesis (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino.
 13. A. Ibenes, L. Theisen, P. Klein, W. Lesmy, A. Fiori, P. Augusto and P. Borges, "Modelagem do deslocamento de uma bicicleta: aplicações de geometria e equação de 1º grau". Presented at VI Semana Acadêmica de Matemática, Universidade Federal da Fronteira do Sul, 2023. [Online]. Available: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/SAMAT/article/download/20363/13347/>. Accessed on: Mai., 29, 2024.
 14. E. Techera, "O uso da bicicleta em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática no Ensino Médio", UFRGS, 2016. [Online] Available: <http://hdl.handle.net/10183/158729>.

Accessed on: Jun., 03, 2024.

15. J. A. O. Neto, "Oficina de máquinas: uma maneira de ensinar matemática para alunos do ensino médio", M.S. thesis (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, 2010.
16. R. Medeiros, "Uma análise dos rastros das rodas de uma bicicleta a partir do estudo das parametrizações de curvas planas", M.S. thesis (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - COLÉGIO PEDRO II - Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Rio de Janeiro, 2020. [Online]. Available: https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5435&id2=170970463. Accessed on: Mai., 12, 2024.
17. R. C. Bassanezi, *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*, São Paulo: Contexto, 2002.
18. A. Rocha and Ponte, "Aprender matemática investigando", *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, vol. 14, no. 26, pp. 29-54, 2009. [Online]. Available: <https://doi.org/10.20396/zet.v14i26.8647004>. Accessed on: Mai., 10, 2024.
19. D. Bavaresco, L. C. Veit, S. D. Stroschein, "Tratriz: uma abordagem na perspectiva da Geometria dos Rastros", *REMAT - Revista Eletrônica da Matemática*, vol. 6, no. 1, pp. 1-16, 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.35819/remat2020v6i1id3712>. Accessed on: Mai., 18, 2024.
20. L. Fontoura and J. Bochi, "Geometria do Rastro de Bicicletas". [Online]. Available: https://www.puc-rio.br/ensinopesq/ccpg/pibic/relatorio_resumo2011/Relatorios/CTC/MAT/MAT-LeonardoFontouraeFredericoIsrael.pdf. Accessed on: Mai., 20, 2024.
21. M. Neto, "Estrada envolvendo rodas quadradas", M.S. thesis (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - UFAL, Maceió, 2020. [Online]. Available: <https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/7054/3/Estrada%20envolvendo%20rodas%20quadradas.pdf>. Accessed on: Mai., 29, 2024.
22. P. Ames, "Bring a Bike to Class", Mathematics Teacher, *National Council of Teachers of Mathematics*, vol. 80, no. 9, pp. 692-696, 1987.
23. D. A. Bravo and C. F. Rengifo, "Estudio de la Dinámica y Control de una Bicicleta Robótica", *Revista Mexicana de Física*, vol. 17, no. 1, pp. 62-68, jan./jun 2020.
24. L. M. Hall and S. Wagon, "Roads and Wheels", *Mathematics Magazine*, vol. 65, no. 5, pp. 283-301, 1992.
25. F. C. Lee, "Par de Curvas no Plano: Geometria da Bicicleta", M.S. thesis (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2011.
26. M. Levi, S. Tabachnikov, "On Bicycle Tire Tracks Geometry, Hatchet Planimeter, Menzin's Conjecture, and Oscillation of Unicycle Tracks", *Experimental Mathematics*, vol. 18, no. 2, pp. 173-186, 2009.

Editora-científica: Ana Paula Perovano. Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0002-0893-8082>

