ARTIGO

Conectar a matemática que se aprende com a matemática que se ensina: uma atenção sobre a formação de professores de matemática para o ensino médio

Connecting the mathematics being learnt with the mathematics being taught: a focus on the training of preservice mathematics teachers for the secondary school

Conectar la matemática que se aprende con la matemática que se enseña: un centro de atención en la formación de profesores de matemática para la enseñanza media

Cristina Ochoviet
Instituto de Profesores Artigas - Uruguai

Resumo
Proponho neste ensaio uma reflexão sobre as dificuldades que os estudantes do professorado apresentam para conectar a matemática que aprendem em institutos de formação com a que tem que ensinar em sua prática docente em escolas do ensino médio. Mostram-se exemplos com essas dificuldades do trabalho com estudantes do último ano da carreira de Professor de matemática para ensino médio no Uruguai. Também revisam-se alguns resultados da pesquisa que oferece recomendações para superar este problema.

Palavras-chave: Formação de professores. Matemática avançada. Matemática escolar. Prática docente.

Abstract
In this essay I propose a reflection on the difficulties that preservice mathematics teachers show in connecting the mathematics they learn in the teacher training institute, with the ones they should teach during their teaching practices in the secondary education. Examples of these difficulties are shown. These examples are taken from the productions of preservice mathematics teachers that are studying the last year to become a mathematics teacher for secondary school in Uruguay. Some results from research (Ticknor, 2012) that offer recommendations for overcoming this problem are reviewed.

Keywords: Teacher training. Advanced mathematics. School mathematics. Teaching practice.

Resumen
En este ensayo propongo una reflexión acerca de las dificultades que evidencian los estudiantes de profesorado para conectar la matemática que aprenden en los institutos de formación docente con aquella que deben enseñar cuando realizan la práctica docente en liceos de enseñanza media. Se presentan ejemplos de estas dificultades a partir del trabajo con estudiantes del último año de la carrera de profesor de matemática para enseñanza media en Uruguay. Se revisan algunos resultados provenientes de la investigación que ofrecen recomendaciones para la superación de este problema.

Palabras clave: Formación de profesores. Matemática avanzada. Matemática escolar. Práctica docente

Introducción

Ha sido extensamente discutido y documentado el impacto que generan las prácticas de aula de los formadores en aquellas que desarrollarán los futuros profesores en sus clases (MARCELO, 1994; BLANCO; BORRALLHO, 1999; OCHOVIET, 2010). Por este motivo, la formación de los futuros docentes debería articular la construcción de saberes académicos relativos al conocimiento a enseñar, con metodologías apropiadas de enseñanza (NCTM, 1991; SANTALÓ, 1994). Esto es, el diseño de ambientes de aprendizaje que permitan el desarrollo de los contenidos de los programas de formación docente con una práctica del formador que sea más coherente con las recomendaciones actuales para la enseñanza de la matemática en la enseñanza media.

Si bien existen formadores que, conocedores de esta problemática, han comenzado a desarrollar prácticas centradas en la actividad del estudiante y en la concepción de una clase de matemática como ámbito para la producción de conocimientos (OCHOVIET; OLAVE, 2009; SADOVSKY, 2005), se sabe también que las prácticas imperantes en la formación inicial de profesores son de corte tradicional o que predomina en ellas la clase expositiva (OLAVE, 2013).

La transformación metodológica de la enseñanza en la formación de profesores no es el único y principal cambio que es necesario llevar adelante para formar profesores que puedan emprender una educación matemática renovada. Como profesora de Didáctica de la Matemática en el último año de la carrera de profesorado de matemática en el Uruguay, he observado que los alumnos no logran establecer vínculos entre la matemática avanzada que aprenden en las aulas de formación docente con los contenidos matemáticos que deben enseñar en sus aulas en la enseñanza media. A este asunto me referiré en este trabajo.

La formación de profesores de matemática para la enseñanza media en el Uruguay

Se trata de una carrera de cuatro años de duración. En esos cuatro años los estudiantes reciben formación simultánea en matemática, en ciencias de la educación, en análisis del discurso matemático escolar, en historia de la matemática, en física y en didáctica de la matemática/práctica docente.

Los cursos de matemática son los siguientes: Fundamentos de la Matemática y Geometría en primer año; Análisis I y Geometría y Álgebra lineal en segundo año; Topología, Probabilidad y Estadística, y Análisis II en el tercer año; en el cuarto año de la carrera el alumno opta por un curso de Profundización en Análisis, Álgebra o Geometría. Esto equivale a un poco más de mil horas reloj en aula, de formación en matemática.

A partir del segundo año de la carrera, todos los cursos de Didáctica de la Matemática constituyen una unidad junto a la práctica docente. Esto significa que el alumno cursa la asignatura Didáctica de la Matemática en el Instituto donde realiza su carrera y en forma simultánea realiza su práctica docente en una institución pública de enseñanza media. Durante su práctica es supervisado por el profesor adscriptor (docente que tiene a cargo el grupo de alumnos de enseñanza media) y por el profesor de Didáctica de la Matemática. Este último lo visita varias veces en el año para observar su clase y mantener una conversación posterior a la misma, en la que el estudiante realiza una reflexión sobre su clase y el profesor de Didáctica junto al profesor adscriptor le hacen una devolución. En el cuarto y último año del profesorado, el estudiante toma un grupo de práctica a su cargo en una institución pública de enseñanza media y recibe un salario por ello. Es supervisado por el profesor de Didáctica que debe visitarlo en su clase varias veces en el año para observar su desempeño frente al grupo, analizar las clases dictadas y realizar recomendaciones para mejorar su práctica.

A esto se suman las restantes asignaturas del currículo, en las que no entraré en detalle en esta oportunidad. Solamente deseo dejar registrado que el diseño curricular de la carrera de profesor tiene una importante carga horaria dirigida al estudio de la matemática como así también a la práctica docente y la reflexión sobre ella. No obstante, los estudiantes de profesorado muestran dificultades para relacionar los contenidos que aprenden en los cursos de matemática de formación docente con los contenidos matemáticos que deben enseñar mientras cursan la práctica docente.

Dudas matemáticas

En el curso de Didáctica de la Matemática que tengo a mi cargo en el último año de la carrera, habitualmente solicito a los estudiantes que lleven una bitácora de dudas matemáticas. Me refiero a que registren a lo largo del año de práctica todas las dudas que les van surgiendo al dictar clase al momento de tener que explicar un concepto o diseñar una actividad.

A continuación transcribo algunas de ellas, tal como las presentaron los estudiantes de profesorado:

- *Cuando se clasifica a los triángulos según sus lados en el caso de los isósceles, ¿qué está bien decir?:*
  "son los que tienen dos lados iguales y uno diferente"
  "son los que tienen dos lados iguales"
  (Porque según el concepto que se utilice se puede decir que todo triángulo equilátero es isósceles).
- *¿Por qué podemos utilizar de forma indistinta el concepto de solución de una ecuación o el de raíz?*
- *¿Es lo mismo área y superficie de una figura geométrica?*
- *¿Está bien decir que la ordenada en el origen es el correspondiente de 0?*
- *¿Las raíces de una función son los elementos del dominio que tienen correspondiente 0?*
- *¿Cómo justificamos que no se puede dividir entre cero?*
- *La verificación en una ecuación ¿se puede tomar como procedimiento para resolver a una ecuación?*
- *¿Cuál es la utilidad de la verificación?*
- *¿Por qué a triángulos, cuadriláteros, entre otros, se les denomina polígonos?*
- *Punto, recta, semirrecta, ángulo, ¿son figuras geométricas?*
- *¿Cómo se define la distancia de una recta a un punto?*
- *¿El triángulo se puede definir como la intersección de semiplanos?*
- *Definición de grado de un polinomio.*

- *Para sumar racionales de distinto denominador ¿apelamos siempre a que busquen el mínimo común múltiplo de los denominadores?*
- *¿Cuál es la definición de monomios opuestos?*
- *¿El monomio $0x^2$ es semejante a cualquier número real?*
- *Definición de polígono regular.*

Deseo destacar que estas dudas surgen a estudiantes que han aprobado cursos de análisis matemático en los que han estudiado funciones, series e integrales, un curso de geometría y álgebra lineal, un curso de álgebra donde han estudiado relaciones entre conjuntos, elementos básicos de funciones, estructuras algebraicas, un curso de geometría euclidiana donde abordaron el estudio de las figuras, sus relaciones, las congruencias y semejanzas. No es mi intención transmitir que los alumnos no aprenden al estudiar matemática en el profesorado. De ninguna manera es el espíritu de lo quiero transmitir. Deseo situar el foco del análisis en cómo, estudiantes que han estudiado el anillo de polinomios en profundidad, manifiestan tener dudas acerca de la noción de grado y de monomios opuestos. Estudiantes que han estudiado geometría por el método sintético no pueden discernir si una semirrecta es una figura geométrica o si el triángulo puede definirse como intersección de semiplanos. Estudiantes que han estudiado los conjuntos numéricos, la divisibilidad en N y en Z, no saben cómo justificar la imposibilidad de dividir entre cero. Además de que han resuelto, a esa altura de sus estudios, una infinidad de inecuaciones y han estudiado su existencia (enfrentando seguramente en muchas ocasiones el problema de la división entre cero), en diversas asignaturas de la malla curricular.

Estas interrogaciones planteadas por los futuros profesores nos conducen a diversas preguntas: ¿Por qué no logran relacionar lo que aprenden con lo que enseñan? ¿Será que realizan aprendizajes instrumentales mientras que la enseñanza media les demanda saberes relacionales? ¿Sucederá que en cursos de matemática avanzada se razona más desde las condiciones impuestas por la estructura en que se trabaja sin cuestionarse sobre tales condiciones? ¿Cómo podríamos ayudar a los estudiantes de profesorado para que los aprendizajes matemáticos que logran en las aulas de formación docente puedan estar más disponibles para emprender tareas de enseñanza al nivel medio?

El conocimiento del contenido para enseñar y su disponibilidad

Shulman (2005) lista los conocimientos que son necesarios para el docente y señala que como mínimo incluirían: conocimiento del contenido, conocimiento didáctico general, conocimiento del currículo, conocimiento didáctico del contenido, conocimiento de los alumnos y de sus características, conocimiento del contexto educativo y conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

Ball, Thames y Phelps (2008) definen dos dominios para el conocimiento matemático requerido para enseñar. El primero de ellos es el *conocimiento común del contenido*, esto es, el conocimiento matemático y las técnicas que se requieren para resolver problemas matemáticos en cualquier escenario que así lo requiera, aparte del de la enseñanza. Tal como ellos señalan, no es un conocimiento especial para el desarrollo de la enseñanza sino que es conocimiento que otros profesionales, que también hacen uso de la matemática, podrían tener y usar. El segundo dominio es el del *conocimiento especializado del contenido*, en nuestro caso, el conocimiento especializado de la matemática. Comprende el conocimiento matemático y las técnicas que son exclusivas de la enseñanza. Es decir, el conocimiento matemático que comúnmente no es necesario fuera del ámbito de la enseñanza. Por ejemplo, el poder explicar por qué un algoritmo no usual funciona o saber elegir cuál representación para un objeto matemático es más conveniente teniendo en cuenta el contexto en que está planteada una tarea. En palabras de los autores: “Los contadores tienen que calcular y conciliar números, y los ingenieros tienen que modelar matemáticamente las propiedades de los materiales, pero ninguno de estos grupos necesita explicar por qué al multiplicar por 10, se 'agrega un cero'" (p. 401).

No es necesario discutir si los profesores de matemática deben conocer la disciplina; no hay discrepancias en este punto. Por ello, en la formación de profesores se estudia matemática con un alcance que supera ampliamente los conocimientos necesarios para dar respuestas, por ejemplo, a las preguntas incluidas en la sección anterior. Entonces, ¿por qué los estudiantes no pueden responderlas? Asimismo, ¿por qué surgen esas preguntas en el curso de la práctica docente con grupo a cargo?

Lo que sí parecería estar claro es que el conocimiento aprendido en los cursos habituales de geometría, de álgebra, de análisis matemático o de álgebra lineal que se dictan a los estudiantes de profesorado, no resulta *funcional* al momento de ejercer la docencia. Con la palabra funcional me refiero a que el conocimiento no es recuperado ya sea porque no es evocado o porque el profesor en formación no puede conectar un concepto estudiado en las clases de matemática de la formación de profesores con el mismo concepto pero ahora desde la óptica de quien enseña. Es decir que, un conocimiento que es utilizado por los estudiantes en las clases de matemática de formación docente para resolver problemas de un curso en particular, no se encuentra disponible al momento de tener que enseñar. Gálvez (1995) señala que muchas veces es el cambio de contexto en el que es utilizado un conocimiento, el que está impidiendo su funcionalidad. En el caso que estoy discutiendo, el cambio no es de contexto matemático sino que lo que cambia es el ámbito en el que se hace uso de ese conocimiento así como el rol de quien lo utiliza o debería utilizarlo.

Un ejemplo: los estudiantes de profesorado y el problema de la división entre cero

A través de un ejemplo, pretendo poner en evidencia que los estudiantes de profesorado entrevistados conocen la imposibilidad de dividir entre cero y no obstante, ninguno de ellos pudo explicar por qué no es posible dividir cero entre cero. Sí pudieron hacerlo para el caso de dividendo diferente de cero.

A un grupo de siete estudiantes del cuarto año de la carrera de profesor de matemática[1], con grupo a cargo en la enseñanza media, se les preguntó por escrito:

(1) ¿Cuál o cuáles de los siguientes conjuntos podrían ser considerados como dominio de una función f de expresión $f(x)=\frac{x+5}{x\ 2}$ *analítica ?*

Circule su respuesta (Sí/No) y fundamente la opción elegida en cada caso.

R	Sí	No
R – {2}	Sí	No
R – {– 5}	Sí	No
R – {0}	Sí	No
{-1, 2, 3, 4}	Sí	No
{-3, 1, 6, 7}	Sí	No
{-5, 0, 7}	Sí	No

(2) ¿Por qué no es posible dividir entre cero?

(3) ¿Cómo le explicaría a sus alumnos de Ciclo Básico que no es posible dividir entre cero?

Las preguntas fueron entregadas en forma sucesiva pero no conjunta. En primer lugar se entregó la primera pregunta; se esperó a que los estudiantes respondieran, se les retiró la hoja y se les entregó la segunda pregunta. Se repitió el procedimiento para la tercera pregunta. De esta manera se evitó la corrección de respuestas en caso de que se cambiara de opinión. La intención era captar la primera intuición del alumno al responder.

La pregunta (1) tiene por objetivo saber si los estudiantes conocen el problema de la imposibilidad de dividir entre cero poniéndolo en evidencia en una situación que requiere seleccionar posibles dominios para definir una función a partir de una expresión analítica dada. Las opciones (b), (f) y (g) indican conjuntos pasibles de ser elegidos como dominio.

[1] Distintos de los que plantearon el listado de las dudas matemáticas.

La pregunta (2) busca conocer las argumentaciones que los estudiantes esgrimen para justificar que no es posible dividir entre cero.

La pregunta (3) pretende explorar cómo se posicionaría un estudiante al tener que explicar a sus alumnos de enseñanza media por qué no es posible dividir entre cero. Si bien hay opiniones encontradas acerca de la pertinencia del abordaje del problema de la división entre cero en la enseñanza media (TSAMIR; SHEFFER; TIROSH, 2000), me interesó observar qué argumentaciones ponían en juego.

Las tres preguntas refieren al conocimiento del contenido. La primera se ubica en el dominio del conocimiento común del contenido pues la imposibilidad de dividir entre cero es conocimiento corriente en cualquier curso de matemática del nivel terciario y las dos últimas requieren conocimiento especializado del contenido dado que pretenden buscar evidencia de argumentaciones que son útiles para enseñar, indagan conocimiento conceptual.

Veamos, a modo de ejemplo, las respuestas del estudiante E1. A continuación se presenta su trabajo en la pregunta (1).

(1) ¿Cuál o cuáles de los siguientes conjuntos podrían ser considerados como dominio de una función f de expresión analítica $f(x) = \frac{x+5}{x-2}$?

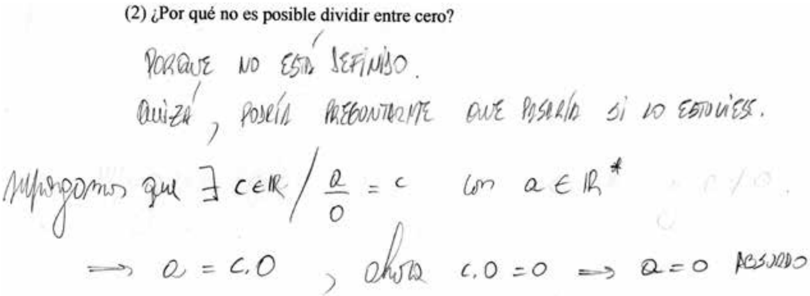
Circule su respuesta (Sí/No) y fundamente la opción elegida en cada caso.

(a) R	Sí	No
(b) R – {2}	Sí	No
(c) R – {– 5}	Sí	No
(d) R – {0}	Sí	No
(e) {-1, 2, 3, 4}	Sí	No
(f) {-3, 1, 6, 7}	Sí	No
(g) {-5, 0, 7}	Sí	No

El dominio de la función f(x) dada puede ser cualquier subconjunto de los números reales siempre y cuando éste no contenga el 2, pues cuando x = 2 el denominador es 0 y no está definida la expresión para este valor.

El estudiante identifica los posibles conjuntos que podrían ser considerados como dominio de una función que tuviera por expresión analítica la dada. Además explica claramente que no puede seleccionar ningún conjunto que tenga como elemento a 2 pues para ese valor el denominador es 0 y la operación no está definida.

Al momento de responder la pregunta (2) contesta "Porque no está definido", pregunta al aplicador si está bien responder solamente eso y el aplicador le sugiere pensar un poco más. Es allí cuando elabora el razonamiento que sigue.



(2) ¿Por qué no es posible dividir entre cero?

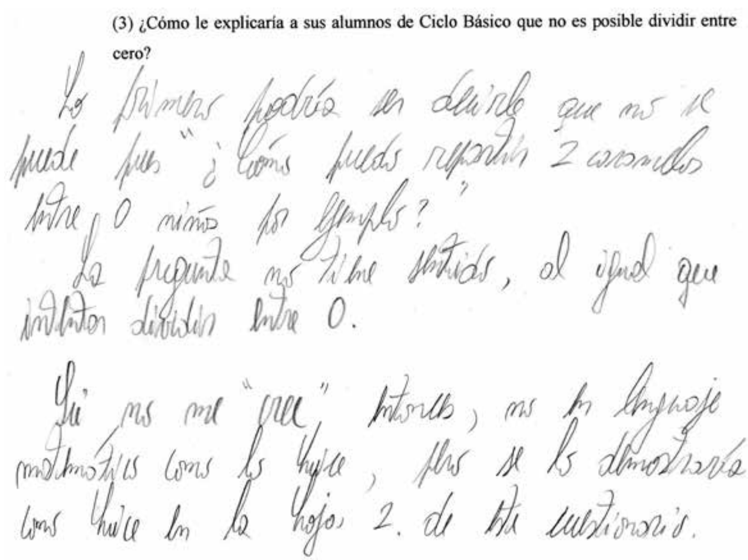
PORQUE NO ESTÁ DEFINIDO.

QUIZÁ, PODRÍA PREGUNTARME QUÉ PASARÍA SI LO ESTUVIESE.

Supongamos que $\exists\, c \in \mathbb{R} \,/\, \frac{a}{0} = c$ con $a \in \mathbb{R}^*$

$\Longrightarrow a = c.0$, ahora $c.0 = 0 \Longrightarrow a = 0$ ABSURDO

En la pregunta (3), el estudiante presenta el siguiente trabajo:



(3) ¿Cómo le explicaría a sus alumnos de Ciclo Básico que no es posible dividir entre cero?

Lo primero podría ser decirle que no se puede pues "¿Cómo puedo repartir 2 caramelos entre 0 niños por ejemplo?"

La pregunta no tiene sentido, al igual que intentar dividir entre 0.

Si no me "creen" entonces, no en lenguaje matemático como lo hice, pero se los demostraría como hice en la hoja 2. de este cuestionario.

El estudiante dice "Lo primero podría ser decirle que no se puede pues "¿Cómo puedo repartir 2 caramelos entre 0 niños por ejemplo?" La pregunta no tiene sentido, al igual que intentar dividir entre 0". Utiliza un modelo de reparto para explicar que no es posible la división entre cero pero lo sustenta en que lo que no tiene sentido es la pregunta formulada, en lugar de argumentar, como es habitual al utilizar este modelo, que lo que no tiene sentido es el reparto planteado. Daría la impresión de que desea enfatizar en la imposibilidad viéndola más como la instalación de una situación sin sentido y por ello merecedora de ser descartada, que como una situación de la que pueda analizarse su razonabilidad. Luego, E1 agrega que si los alumnos no le creen podría ensayar una explicación similar a la que presenta en la pregunta (2) pero "no en lenguaje matemático". No explica cómo.

El estudiante E1 muestra conocimiento matemático especializado pues es capaz de hacer mención a un posible modelo para explicar lo requerido. No se posee evidencia de que pueda presentar el razonamiento que utilizó en la pregunta (2) pero sin lenguaje matemático. Se supone que se refiere a presentar ejemplos concretos en lugar de un razonamiento que implique el uso de lenguaje simbólico.

Las respuestas de los siete estudiantes fueron similares. Todos contestaron correctamente la pregunta (1). En la pregunta (2) recurrieron a un razonamiento similar a E1 aunque en algunos casos utilizando división entera en lugar de división exacta. Para responder la pregunta (3) presentaron ejemplos concretos para mostrar la imposibilidad. A continuación se muestra el trabajo de E2:

(3) ¿Cómo le explicaría a sus alumnos de Ciclo Básico que no es posible dividir entre cero?

Trabajaría con divisiones, como por ejemplo:

$6 : 2 = 3$ porque $2 \times 3 = 6$

$14 : 7 = 2$ porque $7 \times 2 = 14$

$0 : 30 = 0$ porque $30 \times 0 = 0$

Plantearía la operación $6 : 0$ y les preguntaría lo que pasa. Después haría lo mismo con otras divisiones: $24 : 0$ y les preguntaría lo que ocurre.
Pediría que pensaran si existe alguna condición que se tenga que cumplir, para que la división se pueda efectuar.

Resulta importante destacar que ningún estudiante explicó el caso de dividendo y divisor cero. Un estudiante dijo en forma explícita no poseer una justificación para ese caso. Vemos a continuación la respuesta de E3 donde él mismo escribe "No tendría justificativo para 0 : 0 en este momento":

(2) ¿Por qué no es posible dividir entre cero?

$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline 0 & q \end{array} \leftrightarrow a = b \cdot q + 0$ llevado por ejemplo a divisores y divisiones exactas:

$a = b \cdot q$ si el divisor es cero $(b=0)$, por prop de absorción $b \cdot q = 0 \ \forall q \in \mathbb{R}$.

por lo que quedaría planteado como el siguiente $4 = \underbrace{0 \cdot q}_{=} \Rightarrow 4 \neq 0$.

No tendría justificativo para $0 : 0$ en este momento.

Los restantes estudiantes no hicieron ninguna mención a este caso y en todos los razonamientos presentados como respuesta a la pregunta (2) aclararon que el dividendo era distinto de cero.

Del análisis de todas las respuestas se desprende que:

- Para razonar la pregunta (2) recurren al uso de lenguaje simbólico para plantear el análisis del problema. En todos los casos se impuso la condición de dividendo distinto de cero o se consideró, de hecho, que era distinto de cero.
- Abunda el uso de cuantificadores y presentan errores de sintaxis.
- Para responder a la pregunta (3) hacen uso de ejemplos concretos y no aparece en ninguno de los trabajos el análisis del caso con dividendo cero y divisor cero.

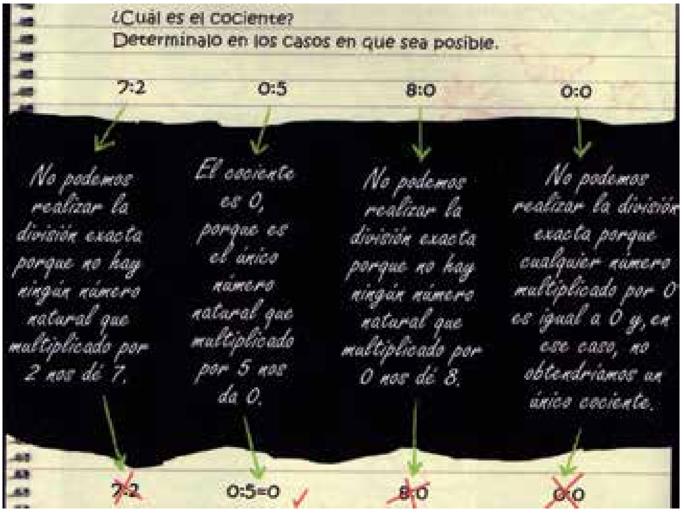
En síntesis, los siete estudiantes entrevistados conocen que no está definida la división entre cero. Pueden elaborar una explicación general para el caso de dividendo distinto de cero que da cuenta de conocimiento matemático especializado. No así para el caso de dividendo cero. En seis casos no fue mencionado siquiera este caso y en un caso se hace mención a él explicitando que no se posee una justificación.

Ahora bien, es bastante factible que al analizar el problema de la división entre cero en la clase de álgebra de primer año de la formación docente se haya analizado este asunto en detalle. De hecho, el estudio de los conjuntos numéricos, de las operaciones y la unicidad de su resultado, y de las propiedades de las operaciones, es un tema de abordaje obligado en el primer año de la carrera. No obstante, los alumnos entrevistados provienen de generaciones distintas y no se posee evidencia acerca de si el problema de la división entre cero fue objeto de discusión en las clases de formación docente de estos alumnos.

Yendo a los libros de texto recomendados en la bibliografía del curso de Fundamentos de la Matemática del primer año de la carrera de profesorado, se constató que el problema de la división entre cero no es discutido en forma explícita ni en Grimaldi (1997) ni en Rojo (1996), por ejemplo. En Franco, Olave y Vitabar (2015), libro recientemente editado para el curso de primer año y que fue elaborado pensando específicamente en estudiantes de formación docente, tampoco es analizado el tema en forma explícita.

En contraste, el problema de la división entre cero sí es discutido en libros de texto para la enseñanza media como por ejemplo en Borbonet, Burgos, Martínez y Ravaioli (2007) o en Ochoviet y Vitabar (2013).

Figura 1. Imagen tomada de Ochoviet y Vitabar (2013, p. 30)



En resumen, el cómo explicar a los estudiantes de enseñanza media que no es posible dividir entre cero constituye una preocupación para los estudiantes de profesorado con grupo a cargo. Este mismo tema, si bien es abordable desde las temáticas de los programas de estudio de formación docente y es aplicado en múltiples ocasiones por los estudiantes, por ejemplo, al resolver inecuaciones que involucran denominadores o en asuntos que tienen que ver con el dominio de funciones racionales, no posee un enfoque conceptual que permita a los estudiantes de profesorado desarrollar elementos para argumentar matemáticamente el problema en su total dimensión. El análisis del caso de dividendo y divisor cero, o permanece invisible o no se poseen argumentos para justificar su imposibilidad. Además, el único libro de texto escrito específicamente para las aulas de formación docente, no presta una atención especial al tema.

Un aporte para comprender la problemática planteada

Entonces, en el ejemplo presentado, ¿es posible afirmar que hay conocimiento del contenido por parte de los estudiantes de profesorado?

Sobre este asunto, Ticknor (2012) presenta resultados esclarecedores. Ella analiza el caso de cinco estudiantes de profesorado de matemática que tomaron un curso de álgebra abstracta y habiendo obtenido evidencia de los conocimientos puestos en uso por los propios estudiantes al resolver problemas en el propio curso de álgebra, no pudieron luego hacer uso de esos conocimientos al tener que fundamentar matemáticamente una tarea clásica del nivel medio. Por ejemplo, al solicitarles a esos mismos estudiantes que simplificaran una expresión algebraica elemental y que explicaran las propiedades que aplicaban [Simplificar: $2(x-3)-3(5-3x)$]. La investigadora concluye que este problema puede ser explicado desde el concepto de aprendizaje situado (GREENO, 1998; LAVE; WENGER, 1991). Específicamente concluye que:

> En general, el rendimiento de los profesores en formación indica que su comprensión del álgebra del nivel secundario permanece fuertemente situado en las aulas de secundaria y no fue afectado por los conceptos algebraicos desarrollados y situados en el curso universitario. Sus experiencias en secundaria, que ellos describen como principalmente situadas en la manipulación algebraica, no enfatizan en la comprensión, ni el razonamiento formal, ni en las estructuras algebraicas. Mientras que el curso de álgebra abstracta enfatizó en la lógica y la estructura de los sistemas numéricos y sus operaciones, los profesores en formación no parecen ser capaces de conectar esos entendimientos con los de una tarea de matemática de secundaria. Esto podría nuevamente ser evidencia de que el curso

> no les dio oportunidades de crecimiento en el conocimiento especializado del contenido, necesario para enseñar álgebra en el nivel secundario. (TICKNOR, 2012, p. 321)

Agrega entonces que los formadores de profesores deben establecer relaciones en forma intencionada y explícita con los contenidos que los estudiantes, futuros profesores, deberán enseñar en sus clases de secundaria.

Es posible que estos resultados nos estén dando claves tanto para el ejercicio de la docencia en la formación de docentes como para el diseño de los programas de formación de profesores de matemática.

Reflexiones finales

La preocupación por conocer cómo formar docentes bien preparados para enfrentar los desafíos de la enseñanza de la matemática en el nivel medio guió la reflexión a lo largo de este ensayo. Se tiene mayor conocimiento de las dificultades que estos enfrentan que de las respuestas para resolver esas dificultades. Se revisaron resultados de investigación (TICKNOR, 2012) que explican por qué los profesores en formación no conectan la matemática que aprenden con la matemática que enseñan. También se ejemplificó este problema con algunas evidencias obtenidas a partir del trabajo con estudiantes de profesorado del último año de la carrera que tienen un grupo a su cargo en la enseñanza media.

Es claro que si persiste el aislamiento entre lo que los formadores de matemática enseñan en sus aulas con los conocimientos matemáticos que demanda el ejercicio de la docencia en el nivel medio, no se estarán atendiendo aspectos de la formación de nuestros estudiantes, futuros profesores. La creencia de que la matemática que se enseña en formación docente, resultará funcional por sí sola al momento de tener que enseñar en educación media, es una utopía, evidencia acerca de ello fue presentada. Tal como se sugiere en Ticknor (2012), es necesario que los formadores establezcan conexiones explícitas entre la matemática avanzada que enseñan y la matemática requerida para la enseñanza a nivel medio.

Asumir que *no hay formación docente sin escuela*, parece ser ineludible para emprender cambios sustantivos en la formación de profesores de matemática para la enseñanza media.

Referencias

BAGGI, Mónica Olive. **Modelos de profesores formadores de profesores de matemática: ¿cuáles son y en qué medida se transmiten a los futuros docentes? Un estudio de casos**. Tesis (Doctorado en Educación Matemática). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. Instituto Politécnico Nacional. México, 2013. Orientador: Francisco Javier Lezama Andalón.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 389-407. 2008.

BLANCO, Lorenzo Jesús; BORRALLHO, António. Aportaciones a la formación del profesorado desde la investigación en educación matemática. En: CONTRERAS, Luis Carlos; CLEMENT, Núria. **La formación de profesores de matemáticas**: estado de la cuestión y líneas generales. Huelva: Universidad de Huelva. 1999. p. 131-174.

BORBONET, Martha; BURGOS, Beatriz; MARTÍNEZ, Ana; RAVAIOLI, Nora. **Matemática 2**. Montevideo: Fin de Siglo, 2007.

FRANCO, Gustavo; OLAVE, Mónica; VITABAR, Fabían. **¿Cómo es el título de este libro?** Montevideo: Palíndromo, 2015.

GÁLVEZ, Grecia. La didáctica de las matemáticas. En: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Ed.). **Didáctica de matemáticas:** aportes y reflexiones, Buenos Aires: Paidós Educador, 1995. p. 39-50.

GREENO, James. The situativity of knowing, learning, and research. **American Psychologist**, 53 (1), p. 5-26. 1998.

GRIMALDI, Ralph. **Matemática discreta y combinatoria**. una introducción con aplicaciones. Estados Unidos: Addison-Wesley Iberoamericana, 1997.

LAVE, Jean; WENGER, Etienne. **Situated learning***:* legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University, 1991.

MARCELO, Carlos. Investigaciones sobre prácticas en los últimos años: qué nos aportan para la mejora cualitativa de las prácticas. **Ponencia presentada al III Symposium Internacional sobre Prácticas Escolares**, Poio, 1994.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática.** Sevilla: SAEM Thales, 1991.

OCHOVIET, Cristina; OLAVE, Mónica. **Los modelos docentes en la formación de profesores de matemática**: elementos para repensar los ambientes didácticos. (No publicado). Montevideo: Dirección de Formación y Perfeccionamiento Docente (DfyPD), 2009.

OCHOVIET, Cristina. ¿Quiénes serán los futuros formadores? **Actas del II Congreso Nacional e Internacional de Formación Docente**. Montevideo: ANEP-CFE, 2010. p. 41-45.

OCHOVIET, Cristina; VITABAR, Fabían. **Matemática 1**. Montevideo: Losa, 2013.

SADOVSKY, Patricia. La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En ALAGIA, Humberto; BRESSAN, Ana Maria; SADOVSKY, Patricia (Ed.). **Reflexiones teóricas para la educación matemática**. Buenos Aires: Zorzal, 2005. p. 13-68.

SANTALÓ, Luís A. La formación de profesores de matemática para la enseñanza media. En SANTALÓ, Luís A. e colaboradores (Ed.). **Enfoques**: hacia una didáctica humanista de la matemática. Buenos Aires: Troquel Educación, 1994. p. 209-214.

SHULMAN, Lee. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Currículum y Formación del Profesorado,** v. 9, n. 2, 1-31, 2005.

TICKNOR, Cindy. Situated learning in an abstract algebra classroom. **Educational Studies in Mathematics,** 81(3), 307-323, 2012.

TSAMIR, Pessia; SHEFFER, Ruth; TIROSH, Dina. Intuitions and undefined operations: the case of division by zero. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, 22, 1-16. 2000.

Profa. Dra. Cristina Ochoviet
Instituto de Profesores Artigas - Uruguay
Programa de Pós-Graduacão del Diploma de Matemática Mencion Enseñanza
Membro do Sistema Macional de Invetigadores - Uruguay
Email: cristinaochoviet@gmail.com

Recebido em: 26 jan. 2015.
Aprovado em: 08 mar. 2015