

ARTIGO

**CONOCIMIENTOS DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE PROFESORES EN LA
PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Conhecimentos didático-matemáticos de professores na perspectiva da educação
matemática**

Teachers' didactic–mathematical knowledge in the mathematic education perspective

Edson Crisostomo

Universidade Estadual de Montes Claros – Brasil

Shirley Patrícia Nogueira de Castro e Almeida

Universidade Estadual de Montes Claros – Brasil

Resumen

Este artículo contempla una investigación con el objetivo de analizar las componentes mediacional e interaccional del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Integral a partir del modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CDM) de profesores de Matemática. Dicho modelo ha sido desarrollado basado en las herramientas de análisis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Consiste en una investigación cualitativa, desarrollada por medio de un estudio de caso realizado con diez formadores de profesores de Matemática, *experts* en la enseñanza universitaria del Cálculo Integral. En las conclusiones se pone de manifiesto la potencialidad del modelo CDM en el análisis y sistematización de la dimensión didáctica de la integral que emergen de los relatos de los formadores.

Palabras clave: Conocimientos didáctico-matemáticos de profesores. Enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática. Procesos de enseñanza y aprendizaje de la Integral.

Resumo

Este artigo contempla uma pesquisa com o objetivo de analisar as componentes mediacional e interaccional do processo de ensino-aprendizagem da Integral a partir do modelo de conhecimentos didático-matemáticos (CDM) de professores de matemática. Esse modelo foi desenvolvido baseado nas ferramentas de análise do Enfoque Onto-Semiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. Consiste em uma pesquisa qualitativa, desenvolvida por meio de um estudo de caso realizado com dez formadores de professores de matemática,

experts no processo de ensino universitário do Cálculo Integral. Nas conclusões ressaltamos a potencialidade do modelo CDM na análise e sistematização da dimensão didática da Integral que emerge dos relatos dos formadores.

Palavras-clave: Conhecimentos didático-matemáticos de professores. Enfoque onto-semiótico da cognição e a instrução matemática. Processos de ensino-aprendizagem da Integral.

Abstract

This article contemplates a research with the objective of analyzing the mediational and interactional components of the teaching-learning process of Integral from the didactic-mathematical knowledge (CDM) model of mathematics teachers. This model was developed based on the analysis tools of the Onto-Semiotic Approach to Knowledge and Mathematical Instruction. It consists of a qualitative research, developed through a study carried stage out with ten trainers of mathematics teachers, experts in the university teaching process of Integral Calculus. In the conclusions we highlight the potential of the CDM model in the analysis and systematization of the didactic dimension of Integral that emerges from the reports of the trainers.

Keywords: Didactic-mathematical knowledge of teachers. Onto-semiotic approach to cognition and mathematical instruction. Teaching-learning processes of Integral.

Introducción

Esta investigación está centrada en la caracterización de los conocimientos didáctico-matemáticos de formadores de profesores de Matemática sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Integral en el contexto socioprofesional de la Licenciatura en Matemática.

La separación entre la teoría y la práctica docente, entre los resultados de la investigación académica y la práctica que emerge de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática consiste en un tema frecuente de reflexión. Corroboramos con Ruthven (2002) quien analiza los vínculos entre la investigación y la enseñanza, proponiendo una cooperación entre los conocimientos derivados de la investigación académica y los conocimientos producidos en la práctica profesional del profesor. La experiencia académica adquirida en la formación de profesores ha posibilitado reconocer la variedad y complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

La elección de la Integral como objeto matemático de investigación didáctica se justifica, además de por nuestra experiencia profesional, por la relevancia del mismo dentro de las Matemáticas y sus aplicaciones en otras áreas de conocimiento. Corroboramos con Koroupatov y Dreyfus (2009, p. 417) al considerar que:

[...] ciertamente, no es posible imaginar la cultura científica moderna sin las integrales. Junto con la derivada, la integral forma el núcleo de un dominio matemático que es un lenguaje, un dispositivo, y una herramienta útil para otros campos como la física, la ingeniería, la economía, y la estadística. Además, el concepto de integral representa una idea filosófica para la comprensión del mundo: la contemplación de la totalidad de las partes pequeñas de un todo aporta conclusiones sobre el todo en su globalidad, así como sobre su estructura interna y propiedades.

La literatura especializada revela que la investigación sobre el conocimiento requerido por el profesor para una enseñanza efectiva de las matemáticas es muy amplia (SHULMAN, 1986; 1987; LLINARES; KRAINER, 2006; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; WHITE; JAWORSKI; AGUDELO; GOOYA, 2013; WOOD, 2008). En estos trabajos se han desarrollado y avanzado hacia la construcción de diferentes modelos del conocimiento del profesor y sus componentes, sin embargo, no existe un acuerdo sobre un marco global para describir el conocimiento que se requiere del profesor para que su práctica de enseñanza de la Matemática sea efectiva. En este sentido, corroboramos con Godino (2009, p. 19) al afirmar que

[...] los modelos de conocimiento matemático para la enseñanza elaborados desde la educación matemática, incluyen categorías demasiado globales, por lo que serían útiles disponer de modelos que permitan análisis más detallados de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en la enseñanza efectiva de las matemáticas. Además, esto permitiría orientar el diseño de acciones formativas y elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos de los profesores.

Teniendo en cuenta la complejidad que suele existir en las investigaciones relacionadas con la formación de profesores de Matemáticas, así como la diversidad de enfoques y paradigmas de investigación, hemos optado por aplicar las herramientas desarrolladas por el *Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática* (EOS) (GODINO; BATANERO, 1998; GODINO, 2002; GODINO; BATANERO; FONT, 2007), más específicamente hemos utilizado en este estudio el Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CDM) de profesores.

En este artículo, hacemos un recorte de una investigación más amplia, en la cual utilizamos de manera más operativa las seis dimensiones de la *idoneidad didáctica* que propone el EOS para analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la integral en el contexto de la formación de profesores de Matemática (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica). En este sentido, centramos este estudio en la sistematización de las componentes interaccional y mediacional de los conocimientos de los

formadores de profesores de Matemática, propuestas por el Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CDM) de profesores. La cuestión de investigación puede ser enunciada en los siguientes términos: ¿Qué conocimientos didáctico-matemáticos los formadores ponen de manifiesto sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la integral en el contexto de la formación de profesores de Matemática de secundaria en Brasil? En la búsqueda de posibles respuestas a dicha cuestión se describen los resultados del análisis de los componentes interaccional y mediacional del CDM realizado por medio de los relatos de diez profesores-formadores, doctores en Matemática o Educación Matemática, *experts* en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la integral en la enseñanza universitaria, que desarrollan sus actividades docentes e investigativas en distintas universidades públicas y privadas en Brasil.

A continuación presentamos los fundamentos teóricos y metodológicos del estudio, conocimientos de los formadores sobre la enseñanza de la Integral y las consideraciones finales.

Fundamentos teóricos

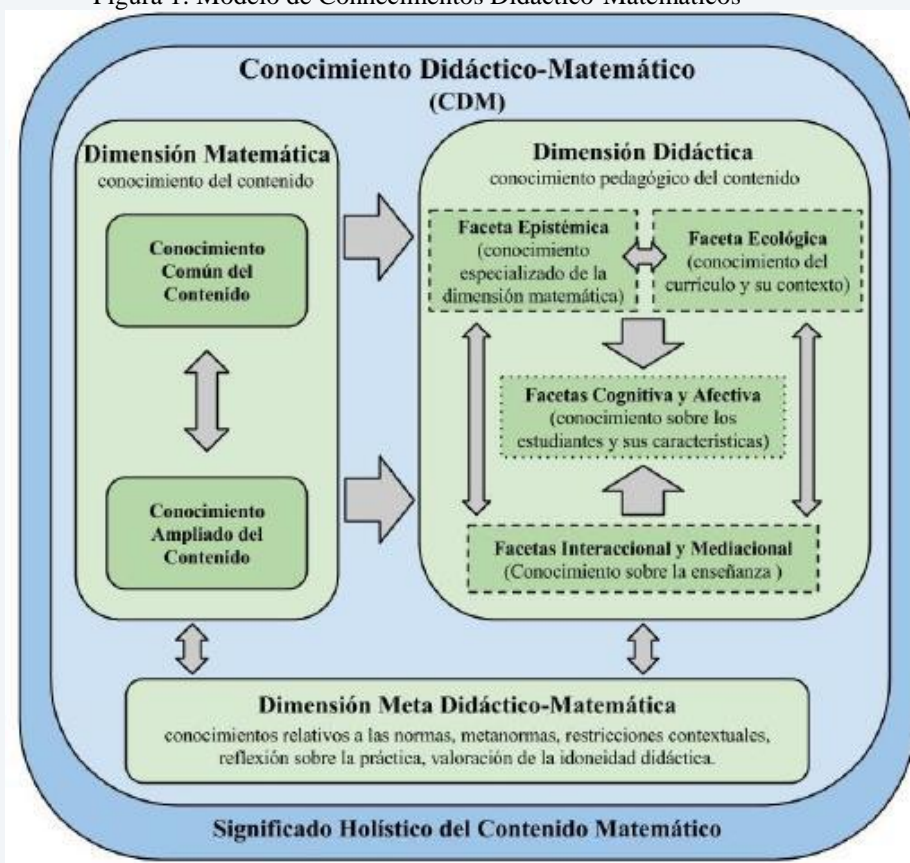
De acuerdo con Godino, Batanero y Font (2007), los postulados o supuestos básicos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) se relacionan principalmente con la antropología, la ontología y la semiótica y articulan coherentemente supuestos socioculturales y psicológicos. En este sentido, la Matemática se concibe como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierta clase de situaciones-problema, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas. De los sistemas de prácticas realizadas para resolver las situaciones-problema emergen dos categorías primarias de entidades: institucionales (sociales, relativamente objetivas) y personales (individuales o mentales). En el EOS se asume que la Matemática es un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizados y se atribuye un papel esencial al lenguaje (en sus diversas modalidades), que tiene una función no sólo representacional sino también instrumental o constitutiva de los objetos matemáticos. Para hacer operativos estos principios el EOS propone como herramientas analíticas el par de nociones, “sistema de prácticas operativas y discursivas” y “configuración ontosemiótica”, ambas en la doble versión personal e institucional.

En este estudio utilizamos el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemáticos (CDM) del profesor (GODINO, 2009; 2013; PINO-FAN y GODINO, 2015). Dicho modelo

caracteriza los conocimientos del profesor a partir de la dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta-matemática, por medio de las herramientas de análisis desarrolladas por el EOS.

El CDM propone la reorganización de las dimensiones, componentes y características del conocimiento de los profesores de matemática, llevando en cuenta las aportaciones del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching-MKT*) y modelos de conocimiento de profesores, los desarrollos realizados por el EOS desde la perspectiva teórica y de las investigaciones empíricas. El Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemático (CDM) interpreta y caracteriza los conocimientos del profesor a partir de tres dimensiones: dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta didáctico-matemática, las cuales pueden ser sintetizadas por medio de la Figura 1.

Figura 1: Modelo de Conhecimentos Didáctico-Matemáticos



Fuente: Pino-Fan y Godino (2015, p. 98)

La dimensión didáctica del CDM tiene en cuenta seis facetas: epistemológica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Cada una de estas facetas se relaciona con los correspondientes componentes de la idoneidad didáctica (GODINO; CONTRERAS; FONT, 2006), especialmente utilizadas para diseñar o evaluar situaciones de

aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y que se describen a continuación. Se asume que la valoración realizada por el formador de profesores de Matemática relativo a cada una de estas idoneidades pone en juego una faceta diferenciada del Conocimiento Didáctico-Matemático:

- *Idoneidad epistémica*, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- *Idoneidad interaccional*. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- *Idoneidad afectiva*, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- *Idoneidad ecológica*, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. (GODINO, 2013, p. 116).

Dichas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global. Esta idoneidad se debe interpretar, no obstante, como relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo. Sin embargo, en este artículo nos interesamos por el conocimiento sobre la enseñanza, contemplado por medio de las componentes interaccional y mediacional de la dimensión didáctica del CDM.

Metodología

El enfoque metodológico general de nuestra investigación es esencialmente cualitativo-interpretativo. Gall, Borg y Gall (1996, p. 767) definen la investigación cualitativa como,

[...] indagación que se basa en el supuesto de que los individuos construyen la realidad social en la forma de significados e interpretaciones, y que estas construcciones tienden a ser transitorias y situacionales. La metodología dominante consiste en descubrir estos significados e interpretaciones mediante el estudio de casos en profundidad.

En este sentido, desarrollamos un estudio de caso centrado en los vínculos que se establecen entre la investigación y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la integral, proponiendo una cooperación entre los conocimientos derivados de la investigación académica y los conocimientos derivados de la práctica profesional (RUTHVEN, 2002) de los formadores, con la finalidad de realizar la sistematización y el análisis de las componentes interaccional y mediacional de la dimensión didáctica del CDM sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Integral en el contexto de la formación de profesores de Matemáticas en Brasil. Dicho estudio se ha llevado a cabo a través del análisis de las entrevistas semiestructuradas realizadas con una muestra de diez formadores.

Conocimientos de los formadores sobre la enseñanza de la Integral

El análisis de las componentes interaccional y mediacional de los Conocimientos Didáctico-Matemáticos de los formadores sobre la enseñanza de la Integral en el contexto de la formación de profesores de Matemáticas en Brasil ha sido realizado y sistematizado a partir de las informaciones extraídas de los relatos de los formadores, identificados en este estudio por P1 ... P10.

Componente interaccional del CDM de los formadores

En la componente interaccional han sido utilizados los descriptores siguientes: la interacción docente-discente, la interacción entre docentes universitarios, la interacción entre discentes y la autonomía de los estudiantes.

La interacción docente-discente

La relevancia de las interacciones docente-discentes para el desarrollo satisfactorio del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática se pone de manifiesto tanto por medio de los conocimientos provenientes de las investigaciones académicas realizadas en Didáctica

de la Matemática como de los conocimientos oriundos de las prácticas docentes. Las actividades matemáticas realizadas en las clases requieren del profesor los conocimientos didácticos necesarios para seleccionar tanto las tareas como las metodologías. En este sentido, Viseu y Ponte (2009, p. 388), consideran que “las tareas regulan la interacción de los alumnos con el profesor, el comportamiento del alumno en su aprendizaje y el comportamiento del profesor en el abordaje de los contenidos Matemáticos”.

Esa idea es corroborada por algunos de los formadores, lo que puede ser constatado en el relato de P7, al afirmar que “cualquier acción de éxito fluye a partir de la interacción del profesor con el alumno”. Al comentar sobre el cambio que introdujo en sus clases, tornándolas más interactivas, P5 ha expresado: “después que he empezado a trabajar con los estudiantes de aquella manera interactiva, no hubo más problemas para que el alumno aprendiera la integral”. La experiencia del formador sobre la enseñanza de un contenido específico e sus interacciones con los académicos se convierten en una vía para la producción de sus conocimientos didácticos.

El proceso de construcción de los conocimientos y saberes del formador en la universidad se realiza fundamentalmente en el interior del espacio de formación y en el ámbito del ejercicio profesional y, además, se constituye, por una parte, por medio de las concepciones que el profesor acumula sobre la enseñanza, a partir del conocimiento disciplinar, en el posgrado y en la investigación, como parte de una comunidad de conocimiento, de lecturas y de discusiones realizadas. Por otra parte, es constituido por la experiencia en la situación de enseñanza, especialmente por las relaciones que esos formadores mantienen con sus alumnos (MELO, 2010, p. 45).

P4 también ejemplifica la interacción con sus alumnos a partir de un relato sobre la importancia de la visualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo. Según su afirmación:

Me parece importantísima la visualización, siempre comento con mis alumnos, especialmente de la licenciatura, que todo lo que puedas usar para que el alumnado utilice los cinco sentidos será mejor. Creo, incluso, que hay un “sexto” sentido relacionado con esta conexión del profesor con el alumno en clase. Además, debemos estimular al alumno a expresar su opinión sobre los temas desarrollados en las clases y a exponer su manera de pensar.

Entretanto, Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato (2012, p. 128) resaltan la complejidad de la visualización, considerando relevante que los profesores y formadores de profesores deben ser conscientes su papel en la construcción y comunicación matemática.

El papel de la visualización en el trabajo matemático, profesional o escolar, es complejo ya que está frecuentemente imbricado con el uso de

inscripciones simbólicas, que aunque “se vean”, su significación es puramente convencional. El problema tiene relevancia incluso cuando la visualización se refiere al uso de objetos visuales, los cuales interactúan no solo con las inscripciones simbólicas, sino también y principalmente con el entramado de objetos conceptuales, procedimentales, proposicionales y argumentativos que se ponen en juego en las correspondientes configuraciones. El profesor, y previamente los diseñadores curriculares y formadores de profesores, debe tomar conciencia del papel de la visualización, y en general la ostensión, en la construcción y comunicación matemática. Por una parte, no se debe confundir el objeto matemático con sus representaciones ostensivas, sean visuales o de otro tipo. Es necesario tener en cuenta la naturaleza no ostensiva, inmaterial, de los objetos matemáticos y las relaciones dialécticas complejas que se establecen entre estos objetos y sus representaciones materiales. Al mismo tiempo se tiene que saber que no hay objeto matemático sin sus diversas representaciones, porque tal objeto no es otra cosa que las reglas de uso de dichas representaciones. (GODINO; CAJARAVILLE; FERNÁNDEZ; GONZATO, 2012, p.128).

El formador también debe estimular el respeto y confianza en la clase por medio de interacciones con el estudiante, que suele expresar sus opiniones en la clase cuando se siente seguro para ello. En esta dirección, P6 ha declarado que:

En la clase se debe respetar mucho al alumno, estar pendiente de sus dificultades, observar las diferencias individuales, contribuir con la predominancia del respeto mutuo en la promoción, establecer un ambiente de confianza para que todos puedan preguntar lo que sea y tener paciencia para contestarlos. Todo ello colabora para que el alumno se motive.

Otro aspecto considerado relevante es la interacción entre los docentes universitarios que será sintetizado a continuación.

La interacción entre docentes universitarios

Las principales interacciones entre los docentes universitarios, en la concepción de los formadores, generalmente se relacionan con el diseño e implementación del currículo de la carrera, o con el desarrollo colectivo de un proyecto de estudio. La primera situación ha sido descrita por P10 de la siguiente manera:

Las experiencias que mis alumnos de todo Brasil traen son de proyectos, es decir, creo que la manera de desarrollar o no una buena carrera de Licenciatura en Matemáticas, sea a través de un proyecto en que todos colaboren: profesores, alumnos e institución. Defiendo, además, que solo lograremos un buen currículo para dicha licenciatura a partir de un trabajo integrado de los profesores. No creo que sea el currículo el que debe cambiar, sino nuestra manera individualista de trabajar.

Ese relato pone de manifiesto la necesidad del trabajo colectivo para implementar el currículo de la Licenciatura en Matemática de manera participativa. Asimismo, evidencia el trabajo individualista que suele realizarse en el ámbito universitario.

Por otra parte, P9 ha resaltado con mucho entusiasmo el desarrollo colectivo de un proyecto por un equipo de profesores universitarios. Según ha declarado:

Me parece interesante reflexionar sobre el por qué el alumno compra algo. Sólo compramos un objeto cuando vemos que el otro está entusiasmado con el producto que está intentando vender. Cuando realiza un trabajo un poco más osado es fundamental tener un equipo de trabajo, pues aventurarse en hacer algo solo puede hacer con que uno se sienta inseguro. Nuestro equipo añadió una realización tanto personal como profesional increíble. Íbamos a clase entusiasmadísimos porque estábamos descubriendo cosas y creo que eso es un punto fundamental, ya que el alumno ve que tú estás con una disposición diferente, que tienes ganas de pasarle lo que estás descubriendo para que él también tenga y halle esta oportunidad.

En este caso, la interacción docente ha contribuido al desarrollo de un trabajo colectivo dirigido a la mejora del aprendizaje de los estudiantes universitarios de Cálculo. Por otra parte, al referirse a cómo tornar la enseñanza del Cálculo importante para la formación del profesor de Matemática de la enseñanza secundaria, P4 ha considerado que se puede lograrlo “a través de reuniones pedagógicas, en las cuales el profesorado de las disciplinas básicas pueda interactuar con los profesores responsables por las disciplinas de carácter profesional”.

De esta manera, P4 considera que por medio de reuniones pedagógicas y del intercambio de experiencias, los profesores de las asignaturas de carácter general, como el Cálculo, podrán interactuar con los colegas responsables por otras disciplinas integrantes del currículo de la Licenciatura en Matemática, resaltando los temas de Cálculo que serán usados como herramientas en su desarrollo. Esto puede ser interpretado en el CDM como el Conocimiento Ampliado del Contenido.

La interacción entre discentes y la autonomía de los estudiantes

La interacción entre los discentes universitarios suele producirse por medio de la realización de actividades asignadas por sus profesores. No obstante, cuando se trata del desarrollo de un proyecto por los estudiantes, éstos necesitan dedicarle, además, un considerable tiempo extra-clase. En todos los relatos sobre el proceso de aprendizaje discente,

los formadores han resaltado la importancia del desarrollo de actividades en grupo por los estudiantes. En este sentido, P3 ha considerado que:

Las relaciones humanas son potenciadas por las actividades en grupo, las cuales pueden realizarse a través de proyectos. Una de las cosas más importantes de la investigación de campo es que éstas se constituye en una excelente estrategia para esto. Tras la recogida de los datos, los estudiantes suelen juntarse, incluso, en un bar para discutir lo que había pasado en el proceso de la investigación de campo; ellos hacen planteamientos de las cosas y de allí pueden surgir los grandes modelos matemáticos, a partir de la interrelación humana.

Sin embargo, P3 reconoce tanto la importancia de la interacción entre los estudiantes, como la dificultad que presupone para el docente desarrollar el curso de Cálculo a través de proyectos que demandan una investigación de campo. Esto requiere además de una adecuada preparación del docente, una concienciación y tutoría para los estudiantes mientras ellos desarrollan sus actividades.

Otra experiencia que refleja la interacción entre los estudiantes en las clases de Cálculo fue descrita por P5 de la siguiente manera:

[...] conseguimos que interactuaran unos con los otros, que se prestasen ayuda mutuamente y al fin y al cabo les parecía bien la metodología. Así que trabajaban siempre en parejas o grupos y les atendía en sus pupitres, no iba más a la pizarra y se terminaron las clases expositivas.

A partir de los relatos de los profesores-formadores, podemos inferir que la autonomía de los estudiantes se potencia por medio de la utilización de estrategias didácticas, en las cuales una parte de las actividades desarrolladas en el proceso de enseñanza del Cálculo se queda a cargo de los estudiantes. En este sentido, la responsabilidad por la producción académica y, consecuentemente por el aprendizaje, es una atribución del estudiante, lo que consiste en “[...] un paso importante para el estudiante en su aprendizaje, cuando éste inicia el desarrollo de su autonomía, visto que el profesor suele convertirse en el único responsable por validar el trabajo del estudiante [...]” (BITTAR, 2010, p. 214).

Componente mediacional del CDM de los formadores

En la componente mediacional del CDM sintetizamos los relatos de los formadores sobre la enseñanza de la Integral, basado en los descriptores siguientes: uso de materiales didácticos y recursos tecnológicos; uso, características y rol del libro de Cálculo; adecuación

de los significados pretendidos/ implementados al tiempo disponible; la inversión del tiempo en los contenidos más relevantes y que presentan más dificultades.

Uso de materiales didácticos y recursos tecnológicos

Los formadores han enfatizado la importancia de utilizar recursos tecnológicos como un medio para mejorar el proceso de estudio del Cálculo en la enseñanza universitaria. En este sentido, P1 ha resaltado la necesidad de estudiar las Matemáticas que soportan los *softwares* actualmente utilizados en la enseñanza del Cálculo. Por otra parte, P2 ha declarado que se requiere del profesor universitario una cierta ruptura con su propio modelo de formación académica, para que pueda utilizar adecuadamente los recursos tecnológicos en las clases de Cálculo.

En este sentido, la literatura consultada contempla un abundante número de investigaciones relacionadas con la utilización de las tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la integral (TALL, 1996; 2009; SCUCUGLIA, 2006; CAMACHO; DEPOOL; GARBÍN, 2008; CRISOSTOMO; MOTA; BRITO; FERREIRA, 2012) y resalta las potencialidades de las tecnologías para el aprendizaje de la Integral.

El uso de las tecnologías en el proceso de estudio del Cálculo también fue resaltado por P3. No obstante, ha advertido de que no es suficiente utilizar un recurso tecnológico para resolver una situación-problema, afirmando que:

Hay que cuestionar la solución de la pantalla. Se hace la modelización de una situación-problema y se la resuelve a través del ordenador. Sin embargo, hay que hacer un análisis en profundidad de la solución dada por el ordenador y, posteriormente, interpretarla en el caso particular de la situación-problema para la cual se busca la solución.

Al plantearnos que cuando estamos estudiando las técnicas de integración los procedimientos que desarrollamos suelen ser muy extensos y relativamente complejos. Sin embargo, cuando vamos a aplicarlas en la resolución de las situaciones-problema, las integrales que aparecen en los libros de texto, por ejemplo, son bastante sencillas. P7 ha evidenciado que esto depende de la carrera que trabajamos y que los recursos tecnológicos nos permiten aplicar la integral a situaciones-problema más sofisticadas. En esta dirección, ha opinado que:

En la licenciatura trabajas más con la noción de área y con las funciones que consigues representar; pero, si ya has estado implicado con el uso del recurso tecnológico, comenzarás a trabajar con situaciones más sofisticadas y más

elaboradas que pueden representar una realidad de nuestro medio. De ahí, que utilizas situaciones que requieren estas técnicas.

Aunque reconozcan la importancia de utilizar los recursos tecnológicos en el diseño e implementación del curso de Cálculo en la formación de profesores de Matemática, ésta no es la realidad vivenciada en muchas universidades. Esta situación ha sido expresada por P10 de la siguiente manera:

Creo que la tecnología no llega a la enseñanza del Cálculo, y el nuevo Cálculo, a veces, no llega en las clases porque no interactúa con la tecnología. Si pienso en las Ingenierías, los problemas que llevo a clase pueden ser diferentes, o sea, pueden ser más realistas, más complejos, utilizando datos de la realidad. Pero, sin un instrumento tecnológico no hago este tipo de Cálculo, este cambio ha sucedido en el libro de Cálculo, pero aún no sucede en las clases.

Uso, características y rol del libro de texto de Cálculo

En cuanto a la utilización del libro de Cálculo por parte de los docentes universitarios, los formadores han considerado que éste es distinto y relativo al tiempo de experiencia del docente en la enseñanza del Cálculo. En este sentido, al referirse a los docentes que están empezando a desarrollar la enseñanza del Cálculo en la universidad, P3 ha considerado que para ellos:

Es más sencillo usar un libro tradicional, porque así se sienten más seguros. Hay profesores universitarios que utilizan ordenadores solamente para confirmar la veracidad de las respuestas de las actividades. Esto me deja horrorizado. No exploran la potencialidad del ordenador.

Al referirse al uso del libro de Cálculo por los estudiantes universitarios, P3 ha declarado que éstos necesitan tener los libros de Cálculo como referencia para su proceso de estudio, opinando que:

Los estudiantes no tienen la obligación de estar todos los días en clase, por lo tanto, necesitan tener uno o varios libros de texto como referencia para sus estudios. La elección de un buen libro es importante para que profesores y estudiantes no se “pierdan” en el proceso de enseñanza.

P4 corrobora la posición anterior, añadiendo la importancia atribuida al libro de Cálculo por parte de los estudiantes, afirmando que:

Hay excelentes libros. A veces el profesor no sigue el libro, personalmente yo también he hecho esto, trabajando la Integral antes de la Derivada. Sin embargo, los alumnos ya están acostumbrados a estudiar con el libro de texto desde la enseñanza básica. Aunque, algunos profesores trabajan con

“apuntes”, los estudiantes les preguntan dónde pueden ubicar el tema en el libro. Cuando ellos faltan a algunas clases, si no hay un texto de referencia es muy difícil seguir las clases siguientes, es decir, el libro sirve de guía para el alumnado y para el profesorado. En este sentido, utilizar un libro facilita mucho el proceso de estudio del Cálculo.

En cuanto a las características del libro de Cálculo, hemos elegido algunos de los relatos de los profesores-formadores que consideramos satisfactorios.

En la opinión de P3, el libro de Cálculo debe contemplar distintos aspectos relacionados a los procesos de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Integral. Así, considera que:

Tiene que contemplar los aspectos históricos y tecnológicos. Tenemos que saber cómo usar la tecnología. La historia es muy importante. Además, los proyectos, que no pueden ser seguidos tal y cual están en los libros. Por ejemplo, los proyectos del libro “Cálculo y Aplicaciones” (del grupo de profesores de Harvard) son diseñados para la realidad estadounidense. No podemos aplicarlos en Brasil como están propuestos en dicho libro. Así que el libro no puede ser seguido integralmente. Los ejemplos de los libros estadounidenses no son compatibles con nuestra realidad; hay que adaptarlos. Sin embargo, lo que me gusta en dicho libro es su secuencia, que me parece perfecta.

Mencionando al libro de Cálculo, traducido al castellano como Cálculo Aplicado (HUGHES-HALLETT *et al.*, 2002), P3 destaca tanto la importancia de los aspectos históricos y tecnológicos, como los proyectos y ejemplos, que en su opinión, deben ser adaptados a la realidad brasileña.

Corroborando la idea anterior, P4 ha comentado que es necesario que los profesores de Cálculo no solamente critiquen los libros elegidos, sino que complementen los aspectos que no han sido contemplados. De esta manera ha opinado que:

La elección del libro depende mucho del grupo de estudiantes y de su carrera. La elección de los profesores depende de estas variaciones. Cualquiera que sea el elegido, lo más importante es criticarlo, y creo que todos los profesores lo hemos hecho, añadirle los aspectos que no son contemplados; ¡no hay libros perfectos, que contemplan todo! Por lo tanto, como un guía me parece que un libro ayuda.

El lenguaje utilizado por los autores de los libros de Cálculo, así como los ejemplos deben estar dirigidos a la mejor comprensión del texto. Esto ha sido resaltado por P6, aunque reconozca la necesidad de complementar algunos aspectos de su libro de Cálculo. En este sentido ha afirmado que:

En relación a nuestro libro Cálculo, he seguido su secuencia por muchos años en la Licenciatura en Matemáticas. Pero si fuera a utilizarlo actualmente, necesitaría rellenar algunos huecos teóricos para adecuarlo.

Creo que dicho libro atendería más a la carrera de Ingeniería, aunque a los alumnos de la Licenciatura en Matemática les gusta usarlo a causa de su lenguaje coloquial, su fácil entendimiento y del gran número de ejemplos. Incluso, estos son los puntos que siempre han sido más elogiados en el referido libro.

Por otra parte, al opinar sobre la tendencia de algunos de los docentes de Cálculo siguieren la misma secuencia contemplada en los libros de Cálculo en la implementación del proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo, las opiniones de los formadores han sido divergentes. En este sentido, P4 ha comentado que:

Los autores de los libros de texto ya han pensado en la estructuración del Cálculo antes de escribir sus libros; generalmente presentan los problemas, las dificultades en un orden creciente o, al menos, de manera más diversificada. No me parece mal que los profesores sigan la secuencia del libro, siempre que sea un buen libro.

El libro sigue siendo el recurso más utilizado por los profesores y su finalidad consiste en conducirlos a cumplir aunque parcialmente el programa de los contenidos planificados para el curso. Otra idea consiste en la afirmación de P7 que ha reconocido que ha cambiado el uso de su propio libro de Cálculo a lo largo de los años de docencia de esta asignatura. Según su afirmación:

La manera que usaba mi libro hace unos años y hoy es diferente. Esto significa que la manera que un profesor utiliza un libro de texto es fundamental para su éxito profesional. No hay una fórmula mágica para ello. Creo que hay concepciones pedagógicas que orientan la educación y éstas, a su vez, sostienen las acciones desarrolladas por el profesor en sus clases. Dichas concepciones pueden estar contempladas en ciertos libros de texto.

Reconocer sus propias concepciones pedagógicas parece ser una característica importante para la labor del docente, particularmente de los profesores de Cálculo. Dichas concepciones pueden ser identificadas en algunos libros de texto o, caso contrario, la utilización del libro suele adecuarse a las concepciones del profesor.

Podemos suponer que exista una influencia de los libros didácticos en las clases y en los cursos ministrados por los profesores en los distintos niveles de enseñanza. Las definiciones, ejemplos y ejercicios contemplados en el libro se convierten en una referencia para muchos cursos, influenciando los estudiantes en las clases y en las demás actividades propuestas. En este sentido, las experiencias docentes llevadas a cabo por un grupo de profesores de Cálculo también han servido de base para la redacción de un libro de Cálculo. La referida experiencia ha sido relatada por P9 de la siguiente manera:

En el primer capítulo de nuestro libro contamos una experiencia. En 1996 la rectoría nos ha propuesto un programa de tutoría y hemos aprovechado esta estructura para desarrollar las prácticas de laboratorio de Cálculo. Así, hemos conseguido integrar actividades computacionales y proyectos de una manera más efectiva dentro de la propia asignatura.

Los relatos de los formadores nos permiten identificar el uso, las principales características y el rol del libro de texto de Cálculo en el contexto de la formación de profesores de Matemáticas.

Con relación al uso del libro de Cálculo, ha sido enfatizada la necesidad de su adecuación no solamente a la carrera, sino al grupo de estudiantes a que está dirigido; además, los entrevistados han puesto de manifiesto que los libros deben ser complementados en los aspectos no contemplados en su estructura.

En lo que se refiere al rol del libro de Cálculo, éste ha sido considerado como una guía de estudio para los alumnos y como un recurso didáctico que orienta el trabajo de los docentes.

Las características principales que han sido relatadas para el libro de Cálculo consisten en la contemplación de los recursos tecnológicos, proyectos, y de la historia de la matemática; en la utilización de un lenguaje asequible al alumnado, y en la presentación de ejemplos y aplicaciones diversificadas.

Adecuación de los significados pretendidos/implementados al tiempo disponible e inversión del tiempo en los contenidos más relevantes

En lo que se refiere a la adecuación de los significados pretendidos/implementados de la Integral al tiempo disponible y a la inversión del tiempo en los contenidos más relevantes, los formadores han resaltado la dedicación de más horas para el curso de Cálculo en la Licenciatura en Matemática, la conciliación entre las clases teóricas y las prácticas, y la adecuación de la secuencia didáctica a las necesidades de los estudiantes. Estos aspectos serán sintetizados en los relatos a continuación.

El hecho de que el tiempo destinado al Cálculo en la Licenciatura en Matemática sea más amplio que el disponible para otras carreras ha sido comentado por algunos de los entrevistados, como por ejemplo, por P2 y P6. Esto debe posibilitar profundizar en los temas importantes para la formación del profesor de Matemáticas de la enseñanza secundaria.

P3 considera que más importante que el tiempo disponible para el curso de Cálculo es la motivación de los estudiantes. Además, ha afirmado que en su experiencia docente observó

que se obtiene un mejor rendimiento de los estudiantes cuando se articulan las clases teóricas con las prácticas de laboratorio. En este sentido, P3 ha opinado que el tiempo necesario para desarrollar los temas de Cálculo:

Es muy relativo al grupo de estudiantes que tiene uno y a su motivación. Cuando están motivados, se puede avanzar mucho más. He trabajado con 6 horas semanales (4 horas teóricas y 2 horas prácticas de laboratorio). Esto mejoró mucho el rendimiento de los estudiantes.

P4 pone de manifiesto una práctica muy común en el proceso de enseñanza de Cálculo que consiste en centrar el curso en los procedimientos (algoritmos), lo que produce una considerable reducción del tiempo para la parte conceptual de los temas, así como para sus aplicaciones. En este sentido, ha afirmado que:

Hay profesores que pierden mucho tiempo enseñando todas las técnicas, las más profundas, ejercicios complejos y trabajosos. Para algunos profesores estas cosas son lindas, pero para el alumno creo que no añade mucho, porque ya existen programas computacionales que resuelven la Integral. Aplicar los algoritmos no es lo más problemático.

La utilización de *softwares* específicos para hallar la integral ha sido defendida por P2, P3, P4, P5, P8 y P9. Así, la inversión del tiempo en las clases de Cálculo debe estar centrada, por una parte, en la aplicación de sus herramientas en la resolución de problemas y, por otra parte, en la profundización de los conceptos desarrollados. Asimismo, algunas nociones del Cálculo han sido consideradas de difícil comprensión por parte de los estudiantes, como por ejemplo, diferencial e infinito. Por lo tanto, requieren inversión de más tiempo en su estudio en el proceso de formación de los futuros profesores de Matemática.

En lo que se refiere a la secuencia didáctica desarrollada en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo, y particularmente de la Integral, la mayoría de los formadores consideran que hay una tendencia de los profesores de Cálculo con poca experiencia docente siguieren la misma secuencia propuesta en los libros de texto de Cálculo. Entretanto, en la medida que aumenta su experiencia en la docencia de Cálculo, hay mayor autonomía por parte de los docentes para adecuar la secuencia didáctica a ser implementada a los intereses de los estudiantes de distintas las carreras a que están dirigidas su enseñanza. Esto conlleva a la optimización del tiempo invertido en el proceso de estudio del Cálculo, especialmente de la Integral, en la enseñanza universitaria.

No obstante, al comentar sobre el desarrollo del curso introductorio del Cálculo en la enseñanza universitaria, P9 ha declarado el siguiente: “Nuestro curso es bastante concentrado

y creo que a veces no tenemos tiempo suficiente para madurar los contenidos, tampoco tengo claro que el tiempo sea un factor relevante para esto”.

Consideraciones finales

El Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CDM) de profesores, desarrollado en el EOS está conformado por tres dimensiones: Dimensión Matemática, Dimensión Didáctica y Dimensión Meta Didáctico-Matemática. En consonancia con la metodología cualitativa-interpretativa utilizada en esta investigación hemos desarrollado un estudio de casos en profundidad (GALL, BORG y GALL, 1996, p. 767) con diez formadores de profesores de Matemática. El análisis de los casos, hemos centrado nuestra atención en las componentes interaccional y mediacional de la dimensión didáctica del CDM.

Aunque en este artículo hemos desarrollado un abordaje parcial de la Dimensión Didáctica del CDM, consideramos que las componentes interaccional y mediacional del CDM han permitido analizar y sistematizar los conocimientos sobre la enseñanza, puesto de manifiesto por los formadores. Las herramientas de análisis desarrolladas por el EOS se revelaron potentes para la caracterización de los conocimientos Didáctico-Matemáticos de profesores, particularmente de formadores de profesores de Matemáticas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Integral. Estos conocimientos han sido extraídos tanto de las experiencias prácticas de los formadores como de las investigaciones realizadas en el contexto de la Educación Matemática sobre el objeto de estudio.

Una implicación del estudio consiste en la necesidad del formador tornarse cociente de cómo se desarrollan los conocimientos requeridos para una actuación idónea en la formación de futuros profesores de Matemática. La literatura especializada revela que hay una tendencia de pensar en programas destinados al desarrollo profesional de profesores de Matemática, incluyéndose los formadores, en el contexto de la práctica (ZASLAVSKY; CHAPMAN; LEIKIN, 2003). Esos autores presentan un marco conceptual teniendo en cuenta las interrelaciones entre las categorías comprendidas por el término “educadores matemáticos”, lo cual reconoce el rol de las tareas y programas en que participan los profesores para facilitar la reflexión sobre la complejidad y los procesos subyacentes involucrados en el desarrollo profesional en el ámbito de la Educación Matemática. Así, asumimos que la propia práctica “puede constituirse en la base para el aprendizaje del formador” (CHAPMAN, 2008, p. 117).

Los Conocimientos Didáctico-Matemáticos puestos de manifiesto por los formadores sobre la idoneidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la integral corresponden, en

alto grado, con los resultados de los estudios realizados en Educación Matemática, más específicamente en Didáctica del Cálculo Integral (CRISOSTOMO, 2012; 2017).

Consideramos que los componentes del CDM, y sus respectivas herramientas de análisis, son útiles para describir y caracterizar los conocimientos de los formadores sobre procesos de enseñanza-aprendizaje de objetos matemáticos específicos, como la Integral. Dicha caracterización aporta criterios a tener en cuenta en la planificación, diseño e implementación de procesos formativos orientados a potenciar y desarrollar los conocimientos contemplados en cada una de las componentes del CDM (PINO-FAN y GODINO, 2015) en el contexto de la Licenciatura en Matemática.

La escasez de investigaciones centradas en estudiar, discutir y reflexionar sobre la práctica de los formadores de profesores de Matemáticas (FIORENTINI *et al.*, 2002), bien como sobre el estudio y adaptación de los criterios de idoneidad a la complejidad intrínseca de objetos matemáticos, se convierten en un campo fértil y abierto a las investigaciones en Educación Matemática.

Referencias

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching. What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Sage Publications, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BITTAR, Marilena. A incorporaco de um software em uma sala de matemática: uma análise segundo a abordagem instrumental. In: JHAN, Ana Paula; ALLEVATO, Norma Suely Gomes (Org.). **Tecnologia e Educao Matemática**: ensino, aprendizagem e formao de professores. Recife: SBEM, 2010, p. 209-226.

CAMACHO, Matías; DEPOOL, Ramón; GARBÍN, Sabrina. Integral definida en diversos contextos: un estudio de casos. **Educación Matemática**, v. 20, n. 3, p. 33-57, dez. 2008.

CHAPMAN, Olive. Narratives in mathematics teacher education. In: TIROSCH, Dina; WOOD, Thomas (Ed.). **Tools and processes in mathematics teacher education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008, p. 15-38.

CRISOSTOMO, Edson.; MOTA, Janine Freitas ; BRITO, Alexandre Botelho; FERREIRA, Ronaldo Dias. A utilizao do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da integral: uma articulao entre a pesquisa e a docncia. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 1, p. 129-143, 2012.

CRISOSTOMO, E. **Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemática**: una aproximación desde la investigación didáctica del cálculo y el conocimiento profesional. 2012. 546f. Tese (Doctorado en Didáctica de la Matemática). Universidade de Granada, Granada.

CRISOSTOMO, Edson. Idoneidad didáctica de procesos de estudio de la integral en la formación de profesores de matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 2, p. 236-253, mar./abr. 2017.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; LOPES, Celi Espasandin; FREITAS, Maria Teresa Menezes de; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p.137-160, 2002.

GALL, Meredith; BORG, Raymond; GALL, Joyce. **Educational Research**. 6 ed. White Plains, NY: Longman Publishers, 1996.

GODINO, Juan Díaz Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. v. 22, n.2/3, p. 237-284, 2002.

GODINO, Juan Díaz, CAJARAVILLE, José Antonio; FERNÁNDEZ, Teresa; GONZATO, Margherita. Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 30, v. 2, p. 109-130, 2012.

GODINO, Juan Díaz. Categorías de análisis de conocimientos del profesor de matemáticas. **Unión**, v, 20, n. 1, p. 13-31. dez. 2009.

GODINO, Juan Díaz. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuaderno de Investigación de las Matemáticas**. Costa Rica. Año 8, n. 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In: SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy. (Ed.). **Mathematics Education as a research domain: a search for identity**. Dordrecht: Kluwer, A. P., 1998, p. 177-195.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**. v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.

GODINO, Juan Díaz; CONTRERAS, Ángel; FONT, Vincenç. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 26, n. 1, p. 39-88. 2006.

HUGHES-HALLETT, Deborah *et. al.* **Cálculo Aplicado**. Trad. Virgilio González Pozo. 2. reimpresión. Editorial Grupo Patria Cultural, S. A. Distrito Federal: México, 2002.

KOUROPATOV, Anatoli; DREYFUS, Tommy. Integrals as accumulation: a didactical perspective for school mathematics. In: TZEKAKI, Marianna; KALDRIMIDOU, Maria; SAKONIDIS, Haralabos. (Ed.). **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Thessaloniki, Greece: PME. v. 3, p. 417-424, 2009.

LLINARES, Salvador; KRAINER, Konrad. Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In: GUTIÉRREZ, Angel; BOERO, Paolo. (Eds.). **Handbook of**

Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future, p. 429-459, Rotterdam: Sense Publishers, 2006.

MELO, Jose Ronaldo. **A formação do formador de professores de Matemática no contexto das mudanças curriculares**. 2010. 309f, Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PINO-FAN, Luis; GODINO, Juan Díaz. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun. 2015.

RUTHVEN, Kenneth. Teachers, technologies and the structures of schooling. In: PITTA-PANTAZI, Demetra-Pitta; PHILIPPOU, George. (Ed.). **Proceedings of the fifth congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. CERME 5, Larnaca, Cyprus, 2007, p. 52-67.

SCUCUGLIA, Ricardo. **A investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadora gráfica**. 2006. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, abr. 1987.

SHULMAN, Lee. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, American Educational Research Association, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

TALL, David O. **Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus**. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**. v. 41, n. 4, p. 481-292, 2009. DOI: 10.1007/s11858-009-0192-6

TALL, David O. Functions and calculus. In BISHOP, A. et al. (Ed.). **International Handbook of Mathematics Education**. Netherland: Kluwer, 1996, p. 289-325.

WISEU, Floriano; PONTE, João Pedro. Desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor de Matemática com apoio das TIC. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. v. 12, n. 3, p. 383-413. 2009.

WHITE, Allan; JAWORSKI, Barbara; AGUDELO, Cecilia Valderrama; GOOYA, Zahra. Teachers learning from teachers. In: CLEMENTS, M. A. (Ken); BISHOP, Alan; KEITEL, Christine; KILPATRICK, Jeremy; LEUNG, Frederick (Eds.), **Third international handbook of mathematics education**. Springer New York, p. 393-430, 2013.

WOOD, Thomas (Ed.) **The international handbook of mathematics teacher education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

ZASLAVSKY, Orit; CHAPMAN, Olive; LEIKIN, Roza. Professional development of mathematics educators: trends and tasks. In: BISHOP, Alan; CLEMENTS, M. A. (Ken); KEITEL, Christine; KILPATRICK, Jeremy; LEUNG, Frederick (Ed.), **Second International Handbook of Mathematics Education**. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 877-917, 2003.

Dr. Edson Crisostomo

Universidade Estadual de Montes Claros -Brasil
Doutor em Educação Matemática pela Universidade de Granada
Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GPEMat)
E-mail: edson.crisostomo@unimontes.br

Dr^a Shirley Patrícia Nogueira de Castro e Almeida

Universidade Estadual de Montes Claros -Brasil
Doutora em Educação pela FaE-UFMG
Professora da Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes)
Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GPEMat)
Grupo de Pesquisa em Educação (GPED)
E-mail: shirley.castroalmeida@yahoo.com.br

Recebido em: 21 de março de 2017

Aprovado em: 11 de abril de 2017