Revista Binacional Brasil Argentina: diálogo entre as ciências

On-line. ISSN: 2316-1205

A ENGENHARIA DIDÁTICA E A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS EM UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

LA INGENIERÍA DIDÁCTICA Y LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS EN UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA PLANA

DIDACTIC ENGINEERING AND THE THEORY OF DIDACTIC SITUATIONS IN A DIDACTIC PROPOSAL FOR THE TEACHING OF FLAT GEOMETRY

DOI: 10.22481/rbba.v11i02.11108

Maria Graciene Moreira Santos
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará- IFCE, Ceará, Brasil
ID Lattes: http://lattes.cnpq.br/152782405573717
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1982-8783
Endereço eletrônico: gracienemoreira546@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará- IFCE, Ceará, Brasil
ID Lattes: http://lattes.cnpq.br/3288513376230522
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3710-1561
Endereço eletrônico: fregis@ifce.edu.br

RESUMO
Dadas as dificuldades dos alunos na compreensão da generalização do Teorema de Pitágoras em atividades exploradas em sala de aula, vimos a necessidade de propor este estudo. O trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta didática para viabilizar o ensino da Generalização do Teorema de Pitágoras com o aporte do GeoGebra, explorando a percepção geométrica do estudante a respeito da relação entre as áreas de polígonos construídos sobre os catetos e a hipotenusa. Para a elaboração, utilizamos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática em suas duas primeiras fases – análises preliminares e análise a priori –, norteada pelos pressupostos da

Submissão: 22/07/2022 Aprovação: 30/11/2022 Publicação: 04/12/2022

Teoria das Situações Didáticas. Esperamos que essa proposta forneça auxílio metodológico ao professor de Matemática, possibilitando o docente associar o GeoGebra ao ensino de Geometria, e com isso, despertar a visualização e a percepção geométrica dos estudantes.

Palavras-chave: Engenharia Didática. Teorema de Pitágoras. GeoGebra. Teoria das Situações Didáticas.

RESUMEN
Dadas las dificultades de los estudiantes para comprender la generalización del Teorema de Pitágoras en las actividades exploradas en el aula, nos vimos en la necesidad de proponer este estudio. El objetivo de este trabajo es presentar una propuesta didáctica que viabilice la enseñanza de la Generalización del Teorema de Pitágoras con el aporte de GeoGebra, explorando la percepción geométrica del estudiante en cuanto a la relación entre las áreas de los polígonos construidos sobre los pecaríes y la hipotenusa. Para la elaboración se utilizó como metodología de investigación la Ingeniería Didáctica en sus dos primeras fases –análisis preliminares y análisis a priori–, guiada por los presupuestos de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Esperamos que esta propuesta brinde asistencia metodológica al docente de Matemática, permitiéndole asociar GeoGebra con la enseñanza de la Geometría, y con ello, despertar la visualización y percepción geométrica de los estudiantes.

Palabras claves: Ingeniería Didáctica, Teorema de Pitágoras, GeoGebra, Teoría de Situaciones Didácticas.

ABSTRACT
Given the students' difficulties in understanding the generalization of the Pythagorean Theorem in activities explored in the classroom, we saw the need to propose this study. The objective of this work is to present a didactic proposal to enable the teaching of the Generalization of the Pythagorean Theorem with the contribution of GeoGebra, exploring the student's geometric perception regarding the relationship between the areas of polygons built on the peccaries and the hypotenuse. For the elaboration, we used Didactic Engineering as a research methodology in its first two phases – preliminary analyzes and a priori analysis –, guided by the assumptions of the Theory of Didactic Situations. We hope that this proposal provides methodological assistance to the Mathematics teacher, enabling the teacher to associate GeoGebra with the teaching of Geometry, and with that, to awaken students' geometric visualization and perception.

Keywords: Didactic Engineering, Pythagorean Theorem, GeoGebra, Theory of Didactic Situations.

INTRODUÇÃO

A inserção das Tecnologias Digitais (TD) e de novos recursos metodológicos no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica há muito tempo se demonstra fundamental, por se tratar de uma realidade na vida dos educandos. Em virtude da inclusão digital, a "[...] sociedade está caminhando para ser uma sociedade que aprende de novas maneiras, por novos caminhos, com novos participantes (atores), de forma contínua" (MORAN, 2007, p.11).

Sobre as TD, estas permitem ao discente tornar-se protagonista no seu processo de aprendizagem, bem como em seu desenvolvimento. Nesse sentido, a BNCC ressalta a sua importância e o quão necessária é sua inclusão no processo de ensino e aprendizagem, aproximando a escola da realidade e das mudanças ocasionadas pelo avanço das Tecnologias Digitais (BRASIL, 2018).

No que diz respeito às dificuldades de aprendizagem, a Matemática se configura como uma disciplina ainda temida e com baixo rendimento no âmbito da sala de aula. A Geometria é tida como um de seus componentes curriculares, que mesmo com sua relevância comprovada, ainda é um entrave para os estudantes (SOUZA; AZEVEDO E ALVES, 2021). Podemos mencionar diversos fatores que dificultam o ensino e a aprendizagem da Geometria.

Acerca das dificuldades relacionadas ao ensino, Lorenzato (1995, p. 3) afirma que "muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas". O mesmo autor ainda complementa que tal realidade é consequência da formação docente, decorrente do Movimento da Matemática Moderna ocorrido nas décadas de 60 e 70, que minimizava o ensino da Geometria nas escolas.

A Geometria se caracteriza como uma parte central da matemática, e o pensamento geométrico é uma maneira fundamental de se envolver com a ela. Segundo Royal Society/JMC (2001) a Geometria é um componente de grande relevância no currículo de matemática para todos os alunos que constituem a Educação Básica. Seu uso visa, além de resolver problemas práticos, também o desenvolvimento da consciência espacial, a percepção e a visualização dos alunos.

É habitual a dificuldade apresentada pelos alunos ao estudar Geometria, especialmente, por não conseguirem a abstração que lhes permita a percepção da figura apresentada no enunciado dos exercícios vinculada aos conceitos matemáticos envolvidos no problema. Para diminuir tal situação, não raro, o docente faz uso de materiais didáticos concretos em suas aulas.

Embora o procedimento seja válido e com resultados positivos, visamos apresentar neste trabalho uma alternativa a Geometria Plana com o aporte do software GeoGebra, uma vez que, o uso deste supera em muito o uso de tais materiais. Possibilitando ao aluno "enxergar" elementos que não são perceptíveis em materiais concretos, sem contar a facilidade de uso, seja em um computador ou mesmo em aparelhos de celular, objeto comum a todos os alunos.

Existem diversos softwares utilizados como ferramenta para o ensino de Geometria, dentre eles, escolhemos o GeoGebra, um software livre e de fácil manipulação. Segundo Abar (2020), este software proporciona suporte às metodologias aplicadas pelo professor, facilitando os exercícios e problemas, tornando-os mais compreensíveis com recursos visuais e manipuláveis. Alves e Borges Neto (2012) complementam que o uso deste software como recurso tecnológico possibilita a visualização de situação imagináveis, que o aluno não conseguiria enxergar em um problema feito à mão, com lápis e papel.

Assim, cientes da importância do uso das tecnologias digitais para o ensino da matemática e visando colaborar para o ensino da geometria, de modo específico, do famoso teorema de Pitágoras. O trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta didática para viabilizar o ensino da Generalização do Teorema de Pitágoras com o aporte do GeoGebra, explorando a percepção geométrica do estudante a respeito da relação entre as áreas de polígonos construídos sobre os catetos e a hipotenusa. A escolha desse tema é pautada na ausência dessa generalização em grande parte dos livros didáticos das escolas brasileiras e sua relevância para o desenvolvimento do aluno em outros temas de Geometria.

Como metodologia para estruturar este trabalho escolhemos a Engenharia Didática – (ED), que segundo Artigue (1996) objetiva conceber, realizar, observar e analisar sequências de ensino. Esta metodologia estuda o processo de ensino e aprendizagem de um dado conceito, bem como propicia meios para a elaboração de sequência que facilita a aprendizagem desse conceito. A Teoria das Situações Didáticas foi escolhida, uma vez que esta possibilita ao aluno ser protagonista na construção de seu próprio conhecimento (BROUSSEAU, 2008).

Utilizamos a ED em suas duas primeiras fases – análises preliminares e análise a priori, visto que esse trabalho se configura como uma proposta didática para futura aplicação.

Assim, nas seções subsequentes descrevemos a ED. Nas análises preliminares trouxemos as principais dificuldades expostas pelos alunos referentes ao Teorema de Pitágoras. Em seguida, na análise a priori, trazemos uma construção como uma proposta didática para o ensino e demonstração de sua generalização com o uso do software GeoGebra. Por fim, encerramos com as considerações dos autores.

METODOLOGIA

A metodologia escolhida para constituir este trabalho é a Engenharia Didática – (ED), esta metodologia estuda o processo de ensino e aprendizagem de um dado conceito, bem como propicia meios para a elaboração de sequência que facilita a aprendizagem desse conceito.

A Engenharia Didática é estruturada em quatro fases, que são respectivamente: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação, descritas de modo breve nos parágrafos subsequentes, tomando por base as obras de Artigue (1996), Almouloud (2007) e Almouloud e Silva (2012).

Quadro 1 – Fases da Engenharia Didática

Fases	Descrição
Análise preliminar	A análise preliminar traz um levantamento teórico e estuda como se remete o conhecimento para o estudante, suas ideias e dificuldades. Segundo Artigue (1996), nesta etapa realiza-se uma revisão bibliográfica, assim como uma análise geral dos assuntos a serem trabalhados, das dificuldades e dos obstáculos que se apresentam no contexto de ensino.

Análise a priori	Na concepção e análise *a priori*, o intuito é determinar como as escolhas efetuadas possibilitam controlar o comportamento dos alunos. Artigue (1996) distingue dois tipos de variáveis a ser consideradas pelo pesquisador: as variáveis macrodidáticas ou globais relativas à organização global da engenharia e as variáveis microdidáticas ou locais relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou de uma fase. Nessa etapa o comportamento do aluno é o ponto chave para a análise, para isso, o pesquisador aborda uma parte descritiva e outra preditiva.
Experimentação	A fase da experimentação é a ação de conhecer o lugar para a aplicação da sequência didática. A experimentação supõe: elucidação dos objetos e condições de efetuação da pesquisa, determinação do público-alvo da pesquisa, o estabelecimento do contrato didático, a aplicação do instrumento de pesquisa e as anotações feitas na experimentação (Machado, 2002).
Análise a posteriori e Validação	A análise a posteriori e validação se configura no conjunto de informações coletadas para a experimentação, além da construção de conhecimentos adquiridos pelos estudantes dentro e fora da sala de aula. Conforme Artigue (1996) os dados são obtidos a partir da utilização de instrumentos didáticos que são realizados em momentos diferentes do processo e confrontados com a análise a priori, permitindo o esclarecimento dos resultados e em que condições foram respondidas os questionamentos levantados.

Fonte: Elaboração dos autores (2022)

Assim, a partir do percurso de uma ED é possível examinar quais contribuições foram utilizadas para a superação do problema, caracterizando a generalização local que consentirá a validação interna do intuito da pesquisa.

No caso desta proposta, por se tratar de um trabalho em andamento, iremos nos deter às duas primeiras fases – análises preliminares e análise *a priori*. Partindo disso, na análise *a priori* apresentamos uma construção sobre a generalização do Teorema de Pitágoras no *software* GeoGebra. Utilizamos para nortear o processo da proposta didática, a Teoria das Situações Didáticas (TSD), que tem o mesmo berço da Engenharia Didática (ED).

ANÁLISES PRELIMIRES: PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO E REVISÃO DE LITERATURA

A análise preliminar, primeira etapa de nossa metodologia, traz um levantamento teórico e estuda como se remete o conhecimento para o estudante, suas ideias e dificuldades. Artigue (1996) destaca que nesta etapa realiza-se uma revisão bibliográfica, assim como uma análise geral dos assuntos a serem trabalhados, das dificuldades e dos obstáculos que se apresentam no contexto de ensino.

No caso desse trabalho, buscamos destacar na análise preliminar, as dificuldades referentes a Geometria Plana, destacando de modo específico, alguns entraves na aprendizagem referente ao nosso objeto de estudo. Também destacamos a proposta da BNCC para o ensino com tecnologias.

De acordo com Tashima e Silva (2007, p.6):

> O fraco desempenho em geometria por parte dos alunos é resultado, muitas vezes, da utilização de práticas que não atendem às suas expectativas, dentre outras coisas, do abismo existente entre o modo como os professores e alunos percebem a matemática. O professor imagina que seus alunos terão o mesmo prazer que ele tem ao lidar com a Matemática. No entanto, o aluno não consegue vê-la do mesmo modo, e por isso não a compreende.

Isso aponta para o fato de que, não basta apenas o professor ter conhecimento sobre o assunto, mas saber expor o mesmo de maneira adaptada e compreensível para seus alunos. O que reflete diretamente na necessidade de práticas inovadoras e atrativas.

Segundo Morelatti e Souza (2006) as dificuldades de aprendizagem dos alunos com relação à geometria ficaram mais acentuadas a partir do Movimento da Matemática Moderna que praticamente eliminou o ensino de geometria dos currículos escolares, destacando o simbolismo e despindo a matemática de suas tradições, reduzindo-a a teorias e estruturas, gerando desencanto para com muitos assuntos da disciplina.

Observamos que as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no entendimento da geometria devem-se ao fato de os mesmos não conseguirem ligá-las com a prática e assim não entender a função dela no cotidiano. Em uma pesquisa diagnóstica realizada por Pereira et al. (2016) sobre os principais erros cometidos pelos alunos em relação ao Teorema de Pitágoras, os autores destacam três, sendo eles:

- Dificuldade na compreensão dos elementos de um triângulo retângulo: aqui percebe-se o erro ou a dificuldade dos alunos na compreensão dos elementos que compõem o triângulo retângulo (catetos e hipotenusas).
- Erro na aplicação de regras e estratégias; o que implica dizer que a falta de compreensão ao aplicar regras e estratégias para resolver os problemas, leva os alunos ao erro. Isso acontece, por tentarem resolver problemas por meio de raciocínios aleatórios e irrelevantes.
- Erros no desenvolvimento das operações matemáticas; pode-se considerar nesse ponto todos os equívocos na hora de realizar simples operações como: adição, multiplicação, potenciação, radiciação, entre outros.

Em complementaridade Cruz (2015, p. 17) ressalta que foram detectados a partir de sua pesquisa as seguintes dificuldades em relação ao Teorema de Pitágoras, “a utilização do teorema para calcular o terceiro lado de um triângulo não retângulo; compreender os enunciados dos problemas de matemática e elaborar uma resposta com argumentos articulados dentro de um texto coerente”.

Tais dificuldades apresentadas pelos alunos podem ser minimizadas ou até então sanadas, com abordagens realizadas por *softwares* que exploram a Geometria Dinâmica. Destacamos o GeoGebra por possuir uma linguagem de fácil acesso, com ferramentas que possibilitam o aprofundamento de diversos assuntos, tanto em álgebra quanto em geometria.

O ensino da Geometria está relacionado à visualização, manipulação e ao trabalho com materiais concretos. Logo, ao tratarmos da aplicabilidade e utilização das novas tecnologias digitais como recursos em sala de aula, acreditamos que elas se configurem como potenciais no desenvolvimento da representação mental dos discentes, tornando assim o aprendizado da Geometria mais prazeroso e significativo. Em conformidade a isso, Royal Society/JMC (2001) enfatiza que o software de computador, de modo específico, o de Geometria Dinâmica, torna tanto a aprendizagem quanto o ensino da Geometria mais compreensível.

Oliveira e Leivas (2017) trazem que a Geometria, por sua natureza visual, tem potencial para desenvolver a percepção e autonomia do raciocínio do aluno, podendo desvincular-se de estruturas e fórmulas prontas. Sobre a relação entre Geometria e Tecnologia, a BNCC aponta a relevância de sua associação para o estudo e desenvolvimento do aluno, através de atividades investigativas com o uso de softwares dinâmicos que inter-relacionem conhecimentos geométricos e a realidade, trazendo como proposta a resolução de problemas (BRASIL, 2018). Alves e Soares (2003) ainda complementam que, a Geometria Dinâmica também é usada em outras áreas da matemática, além de outras disciplinas, o que abre uma gama de possibilidades para exploração das relações existentes entre a Álgebra e a Geometria.

RESULTADO PARCIAL

Nesta seção, como resultado parcial desta pesquisa, apresentamos a análise *a priori*, que traz uma proposta didática para a demonstração da generalização do teorema de Pitágoras estruturada a partir da construção de uma situação didática com o aporte do *software* GeoGebra, utilizando a Teoria das Situações Didáticas como norteadora do processo da proposta de ensino.

Diante disso, a teoria de ensino tida como Teoria das Situações Didáticas visa aproximar o trabalho do aluno com o de um pesquisador, por meio de formulação de hipóteses. Brousseau (2002) complementa que essas situações de ensino devem ser produzidas pelo professor para que o aluno construa e se aproprie do conhecimento. O processo de aprendizagem a partir dessa teoria é dividido em fases, que são: situação de ação, formulação, validação e institucionalização. Explicaremos a seguir, o desenvolvimento de cada fase. Segundo Brousseau (2002):

- Situação de ação: “sucessão de interações entre o aluno e o meio” (BROUSSEAU, 2002, p. 9), aqui as decisões devem ser tomadas, onde o educando age pontualmente a fim de resolver o problema, seja de modo racional a partir do conhecimento prévio, ou intuitivo.
- Situação de formulação: momento em que o educando expõe suas questões e afirmações, compartilhando-as com o meio de forma que todos possam compreendê-lo. Aqui debate-se no intuito de encontrar um modelo para se chegar à solução do problema.
- Situação de validação: ocorre quando o estudante defende o que ele expôs buscando validar seus pensamentos e desse modo, constrói teorias, de forma a buscar convencer os demais sobre seu ponto de vista ou aceitar outros argumentos que o façam mudar de opinião. Ou seja, deve-se apresentar as estratégias utilizadas para resolver o problema.
- Situação de institucionalização: quando “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (ALMOULOUD, 2007, p. 40). Depois de

todos os debates e exposições, o professor conclui as ideias pontuadas pelos alunos e faz os devidos esclarecimentos.

Para que uma situação didática tenha eficácia, deve ser preservada no que Brousseau (2008) traz como contrato didático. O autor explica que o contrato didático funciona como um acordo verbal, sendo esta relação medidada pelo saber, que visa determinar os papéis dos sujeitos cuja reciprocidade faz-se necessária.

Para organização da nossa situação de ensino, apresentamos uma sequência de atividades e em seguida sugerimos a apresentação da proposta no GeoGebra, tentando instigar a curiosidade e o pensamento do educando. No link[i] encontramos a construção que será proposta para os alunos. A seguir, apresentamos a atividade e na sequência as construções em imagem.

Quadro 2 – Atividade

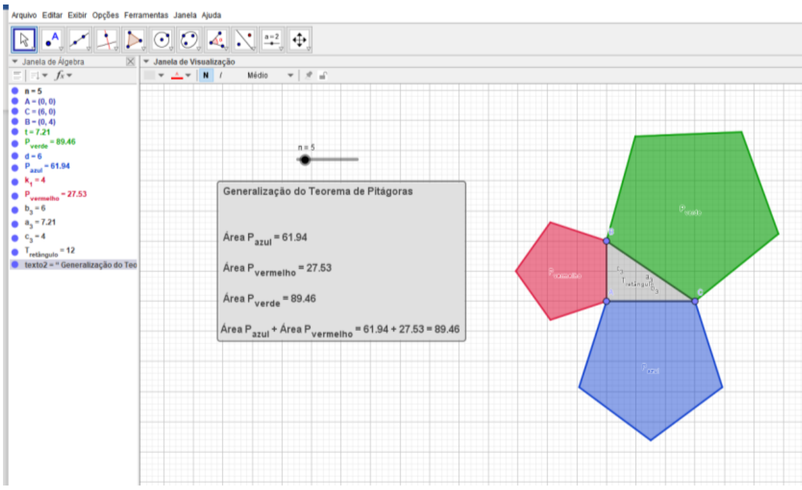
Atividade
Você está visualizando um triângulo com polígonos formados a partir de seus lados:
a) Calcule as áreas dos polígonos, utilizando os lados dos triângulos. Considere que a = AC, b = BC e c = BC. Defina o valor de cada polígono.
b) Some o resultado dos dois polígonos menores.
c) Compare o resultado com o valor do polígono maior. O que aconteceu?
d) Realize os mesmos passos em todos os polígonos apresentados na questão.
e) Pelos testes realizados, a relação $a^2 = b^2 + c^2$ (Teorema de Pitágoras) verificou-se verdadeira? Justifique.

Fonte: Elaboração dos autores (2022).

Essa atividade tem por objetivo, estabelecer relações entre os as áreas dos polígonos cujos lados sejam comuns aos lados de um triangulo retângulo, identificar os elementos constituintes de um triângulo retângulo, alcançar a percepção geométrica do educando acerca da Generalização do Teorema de Pitágoras e despertar a curiosidade do educando, instigando-o ao uso do aplicativo GeoGebra como facilitador do processo ensino aprendizagem.

Na construção pode-se perceber que a proposta já aborda a área dos polígonos e destaca-os em suas respectivas cores, no entanto, essa informação pode ser ocultada pelo professor para que o aluno chegue a essa conjectura.

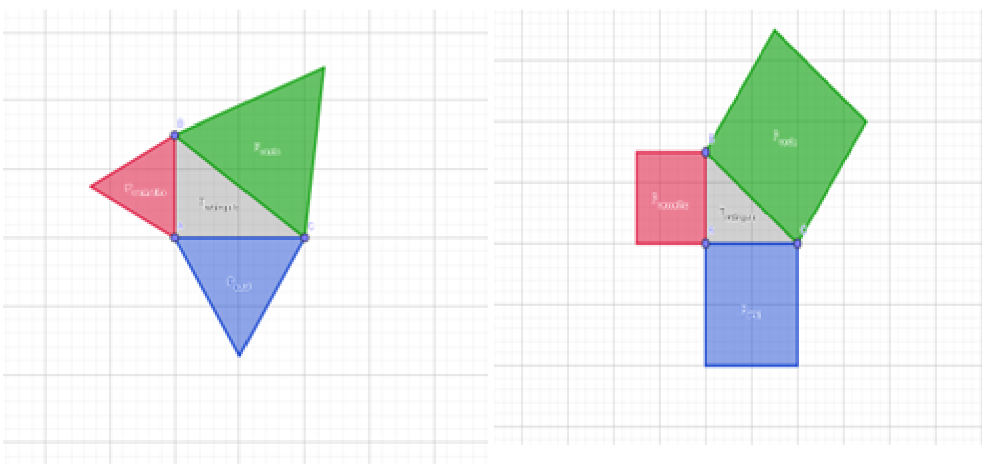
Figura 1 – Construção proposta com o GeoGebra

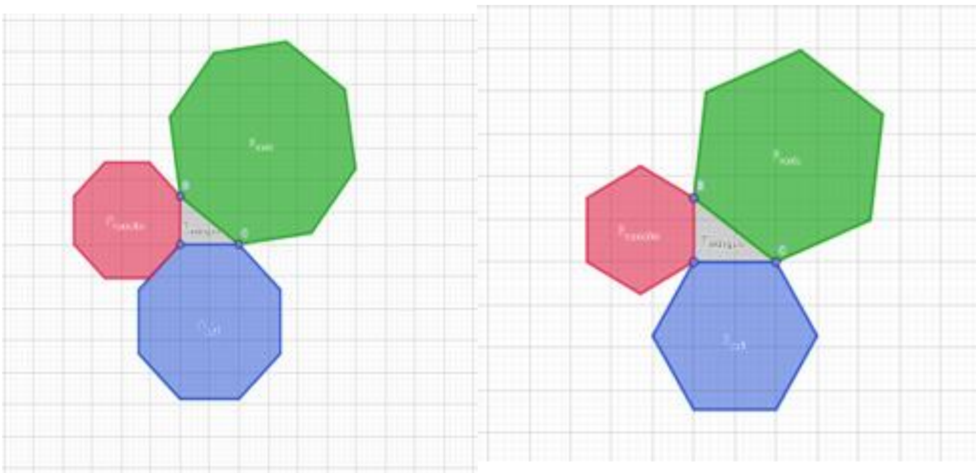


Fonte: Elaboração dos autores (2022).

A resolução da proposta segue o percurso da Teoria das Situações Didáticas, podendo o professor optar por não apresentar de início a atividade exposta anteriormente, oferecendo para o educando apenas a construção criada no software. Na fase inicial de ação, ao se apropriar do problema ou da construção, almejamos que o aluno realize a leitura do problema e visualize nele os elementos matemáticos. Aqui serão mobilizados os conhecimentos prévios do educando sobre figuras planas e áreas de polígonos, para que ele consiga solucionar as etapas da questão. Diante da construção no GeoGebra, espera-se que o aluno interaja com o meio, nesse momento a primeira curiosidade do aluno será a de alterar o controle deslizante da construção, percebendo a diversidade de figuras construídas sobre o triângulo.

Figura 2: Polígonos apresentados na proposta com o manuseio do controle deslizante *n*.





Fonte: Elaboração dos autores (2022).

Isto posto, esperamos que ocorra a situação de *formulação*, fase em que o aluno levanta questionamentos e troca informação com o meio (*milieu*). O professor enquanto mediador, no intuito de instigar a relação do aluno com o meio, pode levantar alguns questionamentos, visando com isso facilitar o desenvolvimento dele na solução do problema. Podendo levantar tais questionamentos; quais polígonos eles conseguem visualizar e instigá-los a calcular sua a área.

Esperamos que os alunos se questionem e troquem informações com o meio, estabelecendo as possíveis conjecturas: (a) todos os polígonos são regulares; (b) as áreas dos polígonos são diferentes entre si; (c) se aumentarmos a quantidade de lados dos polígonos formados sobre os lados do triângulo retângulo, as áreas também aumentam. Também é importante que ele enxergue a relação existente entre essas áreas.

Caso o aluno apresente dificuldades na compreensão da proposta, o professor pode instigá-lo para venha a manusear o controle deslizante *n.* A partir de tais estímulos, o aluno pode descrever suas estratégias de forma verbal e/ou escrita, com aporte do GeoGebra e de suas conjecturas. É importante destacar que o docente não deve intervir de modo a sugerir a resposta do problema ao aluno, mas sim instigá-lo a construir o seu conhecimento (BROUSSEAU, 2008).

Na etapa de *validação*, espera-se que de acordo com as proposições feitas na sequência da atividade apresentada ou até mesmo por meio dos levantamentos abordados na fase anterior, o aluno aponte que a área do polígono maior, construído sobre a hipotenusa, será sempre equivalente a soma das duas áreas dos polígonos menores, construídos sobre os catetos. Chegando a seguinte conjectura: Se os lados (segmentos) do triângulo retângulo são homólogos aos lados das figuras semelhantes que os contém, então as áreas Área P_{verde}, Área $P_{vermelho}$, Área P_{azul}, satisfazem a relação.

$$\text{Área } P_{verde} = \text{Área } P_{vermelho} + \text{Área } P_{azul}$$

Como apontam os autores Sousa et al. (2021, p. 117) vale salientar "a importância da visualização e percepção dos alunos com o GeoGebra, pois este recurso permite a inferência de informações para além do que a questão apresenta, tornando-se um elemento facilitador do pensamento geométrico". Então, esperamos que, a partir do manuseio do controle deslizante, e da percepção das diferentes figuras planas e a relação que todas trazem em comum, o aluno deduza a generalização do Teorema de Pitágoras.

Dessa forma, no momento da *institucionalização* entra a figura do professor, é a fase em que ele "fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber" (ALMOULOUD, 2007, p. 40). Ele deve discorrer um modelo matemático para apresentar a Generalização do Teorema de Pitágoras. Para tal, sugerimos a definição de Machado (2012, p. 139), que traz que "Se o quadrado da medida de um dos lados de um triângulo for igual à soma dos quadrados das medidas dos dois outros lados então o triângulo é retângulo, com o ângulo reto oposto ao primeiro lado". Podendo também ser expressa do seguinte modo: a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

O professor deve enfatizar que a área do polígono regular de n lados construídos sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos polígonos regulares de n lados construídos sobre seus catetos. Assim, o professor apresenta o conceito da generalização do teorema de Pitágoras que não se limita apenas aos quadrados, sendo válida também para quaisquer figuras semelhantes que sejam construídas sobre a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo.

Assim, ainda na *institucionalização* o professor deve enfatizar que, suponha que seja possível a construção, sobre os lados de um triângulo retângulo de figuras semelhantes A1, A2 e A3 de modo que: Área(A3) = Área(A2) + Área(A1). Sendo A1, A2 e A3 figuras semelhantes tem-se que:

$$\frac{Área\ (A3)}{Área\ (A2)} = \frac{a^2}{b^2};\ \frac{Área\ (A3)}{Área\ (A1)} = \frac{a^2}{c^2};\ \frac{Área\ (A2)}{Área\ (A1)} = \frac{b^2}{c^2}.$$

Espera-se também, que ele explane que outras figuras semelhantes tidas como B1, B2 e B3 sendo construídas respectivamente sobre os lados de um triângulo (a,b,c). Logo,

$$\frac{Área\ (B3)}{Área\ (A3)} = \frac{Área\ (B2)}{Área\ (A2)} = \frac{Área\ (B1)}{Área\ (A1)} = \alpha$$

Podendo ser escrita da seguinte maneira:

$Área\ (B3) = \alpha\ .\ Área\ (A3)$
$Área\ (B2) = \alpha\ .\ Área\ (A2)$
$Área\ (B1) = \alpha\ .\ Área\ (A1)$
E daí, supõem que: $Área\ (B3) = \alpha\ .\ Área\ (A3) = \alpha\ \left(Área\ (A2) + Área\ (A1)\right)$

$$= \alpha\ .\ Área\ (A2) + \alpha\ .\ Área\ (A1)$$
$$= Área\ (B2) + Área\ (B1)$$

Desse modo, deixando explicito que, se existirem figuras semelhantes particulares A3, A2, A1, construídas respectivamente sobre os lados de triângulo retângulo (a,b,c) que venham a satisfazer a condição: Área(A3) = Área(A2) + Área(A1). Logo, quaisquer outras figuras semelhantes B3, B2 e B1 construídas sobre a hipotenusa a e os catetos b e c, possuem a mesma relação, descrevendo assim, a Generalização do Teorema de Pitágoras.

Abar (2020) explica que o uso de tecnologias digitais por meio de *softwares* como o GeoGebra tem potencial para alavancar a compreensão da evolução de um objeto matemático por meio de conceitos descobertos, à medida em que são pesquisados.

CONCLUSÃO

Diante do exposto, percebe-se que a prática docente aliada ao uso do GeoGebra impacta de modo positivo a atividade do professor e consequentemente a aprendizagem do aluno. Isto pois, os softwares educacionais têm competência de conceber um papel importante no que tange a visualização, o que consequentemente realça o componente visual da matemática. Assim como enfatiza Borba (2011, p.3) que “neste coletivo a mídia adquire novo status, vai além de mostrar uma imagem. Mais que isso, é possível dizer que o software se torna ator no processo de fazer matemática”.

No ensino de geometria, a visualização faz-se necessária para que os alunos sejam direcionados a manipular situações em um processo de busca pelo saber. Por apresentar uma interface gráfica, tabular e algébrica dos objetos matemáticos, o GeoGebra se configura como uma grande ferramenta para o ensino e demonstração da Generalização do Teorema de Pitágoras. O estudo visa desenvolver uma proposta metodológica ao professor, levando o aluno a refletir e a desenvolver sua autonomia diante da realização da atividade, levando-o a questionar o porquê dos resultados obtidos, fazendo com que através desses questionamentos, seja produzido o conhecimento.

Acredita-se que esta proposta possa contribuir para a prática do professor, principalmente no que tange ao planejamento de aulas que viabilizem a participação ativa do aluno e a busca do mesmo pela produção do seu próprio conhecimento.

A Teoria das Situações Didáticas associada ao uso do software GeoGebra pode possibilitar o desenvolvimento de percepções geométricas e sua própria autonomia, uma vez que o aluno passa a investigar meios e possibilidades para resolver o problema apresentado em sala de aula. No que se refere à utilização do software GeoGebra, percebe-se que, a compreensão do aluno pode ser facilitada, uma vez que o suporte tecnológico tem grande dinamismo, fornecendo subsídios para que a transposição didática ocorra.

As limitações deste estudo foram dificuldades em encontrar outras propostas metodológicas acerca da generalização do teorema de Pitágoras com viés tecnológico, tratando, o que nos mostra a relevância deste assunto no âmbito científico. Como perspectivas futuras, pretendemos que este estudo seja difundido e aplicado em sala de aula, visando minimizar as barreiras pré-existentes no aprendizado sobre o tema abordado. Ademais, este trabalho pode ser replicado por professores como uma proposta didática para o ensino e a aprendizagem de Geometria.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. A Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v.9, n.1, p.59-75, 2020.

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Paraná: Universidade Federal do Paraná, 2007.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

ALVES, F.R.V.; BORGES NETO, H. Engenharia Didática para a exploração didática da tecnologia no ensino no caso da regra de L'Hôpital. **Educação Matemática Pesquisa**, v.14, n.2, p.337-367, 2012.

ALVES, G. S.; SOARES, A. B. Geometria Dinâmica: Um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae. In**: IX WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA – XXIII CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASIELIRA DE COMPUTAÇÃO**, 2, Campinas. Anais Campinas: SCB, p.275-286, 2003.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática.** In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, p.193-217, 1996.

BORBA, M. C. Educação Matemática a Distância Online: Balanço e perspectivas. In. **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC, 2018.

BROUSSEAU, G. Theory of Didactical Situations in Mathematics: **Didactiquedes Mathématiques**, 1970-1990. Edição e Tradução de N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CRUZ, A. M. Uma abordagem didática para o Teorema de Pitágoras. **Instituto de Matemática**. Três Passos, 2015.

LORENZATO, S.A. Por que não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v.4, n.3, p.3-13, 1995.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Educação Matemática: Uma introdução. 2 ed. São Paulo: Educ., p.197-208, 2002.

MACHADO, P. F. M149f **Fundamentos de geometria plana** / P. F. Machado. – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

MORAN, J. M. A Educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MORELATTI, M. R. M., SOUZA, L. H. G. de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias. **Educar**, Curitiba, n. 28, 2006.

PEREIRA, M. G. G.; COUTO, A. P. N. P.; COSTA, A. C. Análise de erros em questões de Teorema de Pitágoras: um estudo com alunos do ensino fundamental. In: **XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** São Paulo, 2016.

ROAYAL SOCIETY/JMC. Teaching and learning geometry 11-19. Report of a Royal Society / Joint Mathematical Council working group. London: **The Royal Society**, 2001.

SOUSA, R. T.; AZEVEDO, I. F. de.; ALVES. F. R. V. O GeoGebra 3D no Estudo de Projeções Ortogonais Amparado Pela Teoria das Situações Didáticas. **JIEEM**. V.14, n.1, p.92-98, 2021.

TASHIMA, M. M.; SILVA, A. L. da. **As lacunas do ensino-aprendizagem da geometria**, 2007.

Notas

[i] Construção realizada no *software* GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/pr8jpnkc