**Revista RBBA**

**Revista Binacional Brasil Argentina**

# LA MATEMÁTICA EN EL ARTE. UNA VISIÓN

## A MATEMÁTICA NA ARTE. UMA VISÃO

**Elena Fernández de Carrera**
Universidad Nacional del Litoral -Santa Fe – Argentina
elenacarrera2@gmail.com

**Resumen**
En este artículo se presenta una visión de la universalidad de la matemática. Su presencia que se detecta en la cultura de los pueblos, según puede rastrearse desde la antigüedad hasta nuestros días. Se lo hace desde un doble aspecto, el primero intenta mostrar cómo descubrir la presencia de la matemática en las obras de arte y el segundo cómo el artista ve la matemática desde su óptica. Se hace hincapié en la literatura analizando algunas obras de Jorge Luis Borges y opiniones que autores de la talla de Fernando Savater y Michel Foucault tienen de su obra. En la arquitectura se observan algunas obras prehistóricas, sumerias e hispanas, y se llega a la actualidad con el Modulor de Le Corbusier y el edificio de la UN en Nueva York que realizó con Oscar Niemeyer donde predomina la razón áurea. Se trata de la música con la aplicación de la teoría de probabilidades y Mozart. Llegando a la música estocástica con Iannis Xenakis y la computadora.
**Palabras Clave**: Matemática; Literatura; Arquitectura; Música; Pintura.

**Resumo**
Este artigo apresenta uma visão acerca da universalidade da matemática. Sua presença se detecta na cultura dos povos, segundo é possível rastrear, desde a antiguidade até nossos días. A abordagem é feita em um duplo aspecto: o primeiro tem a intenção de mostrar como descobrir a presença da matemática nas obras de arte; e o segundo, como o artista vê a matemática a partir de sua ótica. Enfatiza-se a literatura analisando algumas obras de Jorge Luis Borges e opiniões que autores da altura de Fernando Savater e Michel Foucault têm de sua obra. Na arquitetura, se observam algumas obras pré-históricas, sumérias

e hispânicas, e se chega à atualidade com o Modulor de Corbusier e o edifício das Nações Unidas, em Nova York, concebido por Oscar Niemeyer, no qual predomina a razão áurea. A música é abordada com a aplicação da teoria das probabilidades e Mozart, chegando à música estocástica, com Iannis Xenakis e o computador.
**Palavras-chave:** Matemática; Literatura; Arquitetura; Música; Pintura.

## Introducción

Nadie puede negar la importancia de la matemática para plantear y resolver problemas. Con una historia extensa y diversa, sus métodos son universales y se valen de herramientas cada vez más evolucionadas, desde las marcas en los huesos, pasando a las cuñas con que se realizaba en la arcilla la escritura cuneiforme de la vieja cultura sumeria (3000 a.C.), esto sigue con la regla y el compás desde la época de los griegos, *con estallidos de actividad seguidos de períodos de estancamiento; el centro de actividad se desplazó por el globo terrestre siguiendo el ascenso y caída de las culturas humanas* (STEWART, p. 297) hasta hoy, donde el auge creciente de la tecnología, de las computadoras y de la informática con sus variados y completos software hacen que el desarrollo matemático sea cada vez mayor. Por ello la matemática se encuentra inserta en la cultura de todos los pueblos. Es más está inserta en el sentir de todos los pueblos.

No se puede negar tampoco el hecho de la universalidad de la matemática o de las matemáticas, todos los pueblos necesitan desarrollar ideas para resolver problemas. Pero cada pueblo, cada cultura, descubre y pone a punto sus propios métodos para transmitirla. La matemática es así un fenómeno cultural, afirmación ésta que es más precisa si se tiene en cuenta qué es la cultura. Según el diccionario de la Real Academia Española una de las acepciones de esta palabra es: *conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico, industrial, en una época, grupo social, etc…*

Esta universalidad de la matemática hace que *cada pueblo, cultura o grupo de personas sea capaz de desarrollar su propia matemática* (ALBERTÍ, p. 10) y esto se conoce como Etnomatemática. Este término se debe a un prominente educador brasilero, Ubiratan D'Ambrosio, matemático de origen, quien lo propuso a fines de la década de los 80. Quienes hacen etnomatemática intentan rescatar el saber de los pueblos y su cultura. En algunas circunstancias creció debido a ciertas necesidades prácticas que tenía la cultura en cuestión, otras tomó su propio camino.

**Algo de historia**

La matemática y el arte tienen una relación profunda. Si bien en este apartado se analizarán algunos aspectos de la matemática y el arte, nadie puede dudar de su profunda relación con otras disciplinas ya sea que estén vinculadas con las ciencias o con las humanidades. Desde los primeros vestigios de las civilizaciones más antiguas se encuentran pruebas de la vinculación de la matemática con el arte. En las civilizaciones como la de los sumerios, o los acadios o en la misma Babilonia, que a partir del año 3500 a.C. existieron en la Mesopotamia asiática entre los ríos Tigris y Éufrates o también los egipcios cuya civilización a las orillas del Nilo, comenzó alrededor del 3250 a.C. si bien en tribus pequeñas por el 5000 a.C. aparecieron vasijas cerámicas o de piedras pulidas donde los dibujos de gacelas y figuras geométricas predominaban. (CARRERA, 2013; ALBERTÍ, 2011; STEWART, 2008, GOMBRICH, 2007).

Particularmente en los egipcios, sus esculturas y pinturas ofrecen rostros de seres llenos de vida aunque de apariencia perfecta y remota. Es una combinación de geometría y de observación de la realidad fácilmente identificable en las pinturas murales, en las esculturas y en los relieves.

En el poblado prehistórico de Los Millares, en España en las cercanías de Almería, también entre el 3500 y el 2250 a.C. según se han datado se hallaron restos de una comunidad de unos 1000 o 1500 habitantes y vasijas de cerámica con interesantes motivos circulares y líneas paralelas adornándolos. ¿Y qué decir de las pirámides egipcias? ¡Ellas son geometría pura! La más grande, la de Guiza, tiene fecha estimada de finalización según la datación de carbono en el año 2250 a.C.

Y… hablando de geometría, pero ubicándonos en un tiempo más reciente, aparece el uso de ella, no la simple, la de las líneas rectas, sino la de curvas complicadas pero bellísimas, en la obra del genial arquitecto catalán Antoni Gaudí (1852-1926). Según Claudí Alsina (2008), Gaudí se proclamaba géometra pero también proclamaba sin piedad que…*las expresiones algebraicas lo único que hacen es complicar… (*p. 145). Pero su amor por la geometría es innegable, como lo demuestran La Sagrada Familia, la reja de entrada a los pabellones Güell o La Pedrera todos estos en Barcelona, España.

**Figura 1**: La Sagrada Familia, Barcelona, España.

## Literatura

Jorge Luis Borges (1899-1986)[i], fue un autor argentino que trascendió los límites de su país para transformarse en un lector universal. Tanto es así que un filósofo de la talla de Michel Foucault comienza su libro *Las palabras y las cosas* haciendo referencia a un cuento de Borges. Precisamente es *El idioma analítico de John Wilkin* asegurando que comienza con él por *la risa que sacude al leerlo,…, trastornando todas las superficies* ordenas *y todos los planos que ajustan la abundancia de seres*… (FOUCAULT, 2005, p. 1)

Como dice Fernando Savater, filósofo y escritor español en su libro sobre Borges (2008, pág. 30), al referirse al cuento denominado *El Aleph, a partir de él, ya no volví a considerar la literatura sin Borges.* Pero… ¿qué era El Aleph? Era una pequeña esfera tornasolada de 2 o 3 centímetros visible en un sótano oscuro que no obstante contenía el espacio cósmico donde *cada cosa era infinitas cosas* (BORGES, Tomo I, p. 666) y termina agregando sobre este Aleph que la naturaleza de su nombre es precisamente la primera letra del alfabeto hebreo y que además *es el símbolo de los números transfinitos, en los que el todo no es mayor que alguna de sus partes* (p. 669). Esto es precisamente el concepto matemático de El Aleph primer cardinal transfinito cuyo símbolo es: $\aleph$. Esto representa la cantidad de números naturales, reales, de puntos, entre otros. Lleva subíndices distintos según ciertas propiedades y conjuntos a los que se refiera.

¿Puede quien esto escribe no saber nada de matemática? ¿O al menos no comprenderla?

*El Aleph* deja un cúmulo de pensamientos y de reflexiones, pero como dice Savater en el libro ya citado deja sobre todo la lección que *el infinito se anuda en cualquier polvoriento y desdeñado rincón de lo cotidiano* (p. 52).

Es hora de preguntarse… ¿qué opinaba Borges de la matemática?

Precisamente en su libro *Discusión* publicado por primera vez en el año 1932 en el que recopila escritos y opiniones sobre una serie de temas, en el capítulo de Notas se refiere por primera vez al libro de Edward Kasner y James Newman *Matemática e imaginación* que evidentemente lo había impactado y afirma que *sus cuatrocientas páginas registran con claridad los inmediatos y accesibles encantos de las matemáticas, los que hasta un mero hombre de letras puede entender, o imaginar que entiende: el incesante mapa de Brouwer, la cuarta dimensión que entrevió More y que declara intuir Howar Hinton, la levemente obscena tira de Moebius, los rudimentos de la teoría de los números transfinitos, las ocho paradojas de Zenón, las líneas paralelas de Desargues que en el infinito se cortan* .... y así continúa con esta enumeración con temas que muchos no saben siquiera que existen. (BORGES, 2005, p. 291)

En 1985 la Editorial Hyspamérica, publicó una colección de 100 libros que consideraba de lectura imprescindible. Tanto las obras seleccionadas como la mayoría de los prólogos fue realizado por Borges. Dentro de ellos es impactante el que dedicó al libro de Kasner y Newman ya mencionado, uno de los primeros libros de divulgación de la matemática escrito entonces con el objetivo de hacerla más comprensible, pero que no obstante contenía temas que hacen decir a Borges (tomo 4, p. 478) *la imaginación y la matemática no se contraponen; se complementan como la cerradura y la llave. Como la música, las matemáticas pueden prescindir del universo, cuyo ámbito comprenden y cuyas ocultas leyes explora.*

**Música**

¿La música y la matemática? Parecería que nada está tan alejado, pero no es así. Tal es la relación de la música con la matemática que Platón, en el 400 a.C., consideraba que la matemática se dividía en cuatro ramas: la astronomía, la geometría, la aritmética y…¡la música! Esto subsistió hasta el Renacimiento, donde la música se independizó para gran beneplácito de los jóvenes. No obstante siguen, profundamente relacionadas como se ve en: las escalas musicales, los acordes y… la misma música. Allí se aplican conceptos tales como razones y proporciones, el número áureo con Béla Bártok, los dados y la probabilidad en Mozart en un juego donde pueden generarse vales, la música estocástica y por computadora de Iannis Xenakis. Esto sin olvidar a Bach que con su fuga *cangrejo* que es la opción de ejecutar su fuga al derecho y al revés llega hasta anticiparse a la cinta de Möbius.

Uno de los primeros en incursionar en la teoría musical fue Pitágoras, allá por el siglo VI a.C. en la Grecia Clásica, quien descubrió luego de una serie de observaciones que si a una cuerda se la corta por la mitad se obtiene la misma nota pero una octava más aguda. O sea que la razón entre ambas longitudes es 2/1 y así las distintas razones determinarán distintas notas musicales.

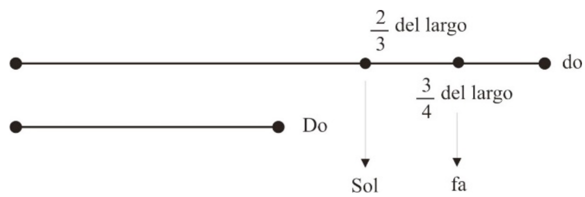

**Figura 2**: Pitágoras y las longitudes de las cuerdas.

Si se considera la escala do re mi fa sol la si DO, ordenada en forma creciente donde se puso el último en mayúscula porque es el más agudo. Pitágoras precisamente halló la estructura matemática subyacente en esta escala musical. Así por ejemplo el fa se obtiene con una cuerda cuya longitud es ¾ de la del do original y la del sol la 2/3 parte de la original. Lo que en realidad está subyacente en lo que hizo Pitágoras es descubrir que cuando la cuerda se divide en ciertas proporciones, se producen sonidos agradables al oído y además halló la estructura matemática subyacente en la escala musical, o sea el ordenamiento de los sonidos de grave a agudos

Wolfang Amadeus Mozart (1756-1791) fue un compositor excepcional, en su corta vida y según algunos historiadores era afecto a la matemática aunque de manera inconsciente. A los 21 años creo un juego de dados al cual asoció un vals de 16 compases.

¿Pero qué es un compás? Es una métrica musical que se indica al comienzo de la pieza a ejecutar. Se indica con dos números uno debajo del otro, por ejemplo

**Figura 3**: Compases de 6x4 y 6x8.

entre otras posibilidades. En ellas el numerador indica la cantidad de tiempo y el denominador la unidad seleccionada. Así en los ejemplos la cantidad de tiempos es seis (6) en ambos casos y la unidad en el primero es la negra (4) y en el segundo la corchea (8). Vale recordar, de las clases de música que las figuras podían ser: redonda, blanca, negra, corchea y semicorchea. Cada una tiene el doble de tiempo que la que le sigue. En el vals se usa generalmente el 3 / 4 o 3:4 que se lee 3x4 ¿Y en el tango? Es el afamado 2 : 4 (dos por cuatro).

¿Cómo procedió entonces Mozart? Escribió 176 compases de 3/4, los numeró y distribuyó estos en dos tablas, cada una con 88 casillas de 11 filas y 8 columnas. En realidad lo que creó era un generador de valses. Se arrojaban dos dados 16 veces seguidas, en cada tirada el jugador se ubica en la columna correspondiente. Se suman las caras obtenidas de los dados, que evidentemente darán un número entre 2 y 12, o sea 11 posibilidades. Esto lleva a seleccionar la fila y por lo tanto el compás, así hasta terminar la columna XVI. Así se crea la pieza musical que es una de una cantidad enorme de posibilidades (ARBONÉS, 2011; AMSTER, 2012).

La banda o cinta de Möbius fue descubierta en 1858 por Möbius y Listing dos matemáticos alemanes. Es una superficie de una sola cara y un solo borde que se puede lograr cortando una cinta de papel y rotando uno de sus bordes antes de pegarla.

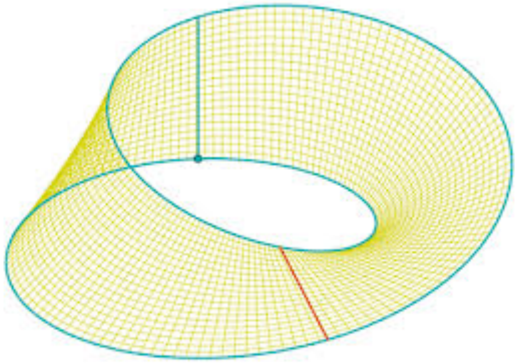

**Figura 4**: Cinta de Möbius

Esto es lo notable, allá por el año 1747 Johann Sebastian Bach fue invitado por el rey Federico el Grande a su residencia. Era muy conocida la devoción del rey por la música. Había escrito una obra que quería mostrársela a Bach y que además el compositor improvisase una obra en base a ella. Dicen que a Bach le fue muy bien en esa oportunidad y después presentó una serie de obras musicales entre las cuales sobresale un canon al que se llama canon cangrejo y que está compuesta de una pieza corta que es interpretada al revés cuando llega a su fin y que esto se puede repetir indefinidamente como una cinta de Möbius, ¡sólo que esto se escribió cuando aún a la cinta le faltaba un siglo para ser conocida! O tal vez como dice Hofstadter, como un eterno bucle.

Se llega entonces a otro compositor, Iannis Xenakis (1922- 2001) nacido en Rumania pero con ascendencia griega. Vuelve a Grecia en 1932 donde se recibe de ingeniero. En el año 1947 escapa a Francia adopta la ciudadanía francesa y vivió en París donde trabajó con el célebre arquitecto francés Le Corbusier (1887- 1965) comenzó paralelamente sus estudios musicales y fue uno de los primeros en introducir la computadora en la música denominada algorítmica y creo precisamente el CEMAMu o sea el centro de estudios de Matemática y Música Automática. En sus *composiciones* emplea muchos conceptos y procedimientos matemáticos: teoría de juegos, probabilidades, teoría de grupos entre otros. Fue el creador de la música estocástica. Como Mozart usó las probabilidades, pero dado su época aplicó también ¡la computación!

Béla Bártok (1881-1945) fue un célebre compositor y pianista de origen húngaro, usó distintas escalas en sus composiciones y trabajó también la música folclórica de su *país*. Pero empleó también el *número áureo* en la *Música para cuerda, percusión y celesta* en el primer movimiento emplea un intrincado sistema de relaciones entre notas e intervalos que se regían por la proporción áurea.

Pero ¿qué es el número de oro? Es uno de los números célebres de la matemática, al que ya los pitagóricos habían intuido y que en la actualidad novelas y películas hacen mención de él por sus virtudes supuestamente exotéricas. En realidad es uno de aquellos números que constan de infinitas cifras decimales no repetitivas (o sea es un irracional) que se simboliza con la letra griega φ.

φ es el resultado de: $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339887\ldots$

Este número, dejando de lado la incomodidad que trae aparejada su irracionalidad, es sumamente importante, porque no solamente la música se oye más armoniosa sino que las figuras geométricas cuya proporcionalidad es φ, resultan sumamente agradables a la vista. Esto hace que su aplicación a la arquitectura, a la pintura, a la escultura entre otros sea importantísimo. Desde la antigüedad se encuentran indicios de su aplicación. El que primero que hace mención y documenta la existencia del número áureo es Euclides en *Los Elementos,* en el libro VI en el siglo III a.C. Pero su empleo masivo aparece recién después de la sucesión de Fibonacci.

Leonardo da Pisa también llamado Leonardo Pisano (1170- 1250), luego conocido por el apodo de Fibonacci, debido a los frecuentes viajes de su padre al norte de África, conoció el sistema de numeración indo arábigo, aprendió todas sus ventajas y la introdujo en Europa. Aunque esta notación había sido ya presentada por quien luego sería el Papa Silvestre II (946-1003). (Tavolaro, 2008).

Fibonacci da a su célebre sucesión fundada en un ejemplo de reproducción de conejos:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89……….

Es evidente que salvo los dos primeros cada término a partir del tercero es la suma de los dos anteriores (2= 1+1; 3= 2+1; 5= 3+2; y así sucesivamente).

Esta curiosa sucesión tiene además otra propiedad interesante: se verifica que el cociente de dos términos consecutivos $a_n$ y $a_{n+1}$ de la sucesión haciendo el cociente del segundo sobre el primero se va acercando o sea *tiende* al número φ

$\frac{1}{1}= 1$; $\frac{2}{1}= 2$; $\frac{3}{2}= 1{,}5$; $\frac{5}{3}= 1{,}66\ldots$; $\frac{8}{5}= 1{,}6\ldots$; $\frac{13}{8}= 1{,}625\ldots$; ….; $\frac{89}{55}= 1{,}61818\ldots$

A medida que los términos de la sucesión crecen el cociente se acerca al número áureo (Tavolaro, 2008; Stewart, 2008, Corbalán, 2010).

**Pintura y arquitectura**

La aplicación de la sección áurea o número áureo arranca, ya vimos en la Grecia clásica, se pueden ver rectángulos áureos en el Partenón pero los que llevaron este número a la notoriedad, fueron en el Renacimiento Leonardo da Vinci (1453- 1519) y Luca Pacioli (1445- 1517). El último escribe un libro *La divina proportione* que se publica en Venecia en 1509 y al que Leonardo ilustró. En él aparece por primera vez la imagen del hombre de Vitruvio realizada por Leonardo en base a los estudio de Pacioli y el mismo Vitruvio que fue un arquitecto de la época de julio César y que fijó las proporciones que debía tener un ser humano armónico.

Leonardo aplicó estas proporciones en sus obras, es visible en *la Virgen de las Rocas* o también en el maravilloso cuadro de *La Gioconda* donde distintos estudios permiten detectar rectángulos áureos de distintos tamaños donde se enmarcan distintas partes de los rostros. O bien el decágono estrellado donde se puede inscribir toda la obra (CÓRDOVA ITURBURU, 1962; GOMBRICH, 2007).

Se mencionaron aquí las construcciones de la antigüedad, los sumerios, el poblado de los Millares, los griegos y los egipcios. Pero también se citó a Gaudí y a Le Corbusier. Charles Le Corbusier (1887-1965) fue un arquitecto de origen suizo nacionalizado francés. Sus obras se hallan en varios países, pero además fue un pintor notable y un teórico de la arquitectura, proyectó y construyó casas y hasta grandes urbanizaciones. Trabajó con Oscar Niemeyer (1907-2012), célebre arquitecto brasilero que diseño y levantó la ciudad de Brasilia, en la construcción del edificio de las Naciones Unidas en Nueva York, en cuya fachada pueden identificarse tres rectángulos áureos. Niemeyer manifestaba no estar preocupado por la línea recta sino por las curvas, pensamientos similares a los de Gaudí. Le Corbusier tenía gran preocupación por las proporciones y en especial por las proporciones áureas. Tenía preocupación por las del ser humano en especial y por la normalización de los muebles y distintos elementos que se fabrican para uso de las personas. Para ello creó *El Modulor* un sistema de medidas humanas normalizadas en base a un hombre cuya altura fuera de 1,83 (dicen que la suya), que con un brazo levantado alcanzaría la altura de 2,20 metros (Figura 4) donde cada medida se relaciona con la anterior por el número áureo. Reúne sus descubrimientos en dos libros denominados *Le Modulor* el primero publicado en 1948.

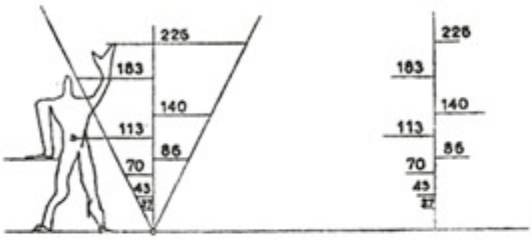


**Figura 5**: El Modulor

Desde el 2 de enero hasta el 25 de marzo de 2009, pudo verse en la fundación Pablo Atchugarry, en Manantiales, Uruguay, una excelente exposición llamada *Le Corbusier, el artista,* que agrupó obras suyas del período 1958 a 1965 tanto artísticas como de diseño.

Queda muchísimo por analizar, esto no es más que algunas reflexiones a presentar sobre la matemática, en este caso en su relación con las artes y falta con la ciencia ¿O entre ellas en conjunto?

## Referencias


ALBERTÍ, Miquel. 2011. **Planeta matemático**. Un viaje numérico por el mundo. Ed. RBA. Rodesa España.

ALSINA, Claudí. 2008. **El club de la hipotenusa**. Ed. Ariel S.A. Barcelona. España.

AMSTER, Pablo. 2012. **¡Matemática maestro!** Un concierto para números y orquesta. Siglo Veintiuno Editores. Argentina.

ARBONÉS, Javier; MILRUD, Pablo. 2011. **La armonía es numérica. Música y matemáticas**. EDITEC. España.

BORGES, Jorge L. 2005. **Obras completas**. Tomo I. Emecé Editores. Argentina.

BORGES, Jorge L. 2011. **Obras completas**. Tomo 4. Ed. Sudamericana. Bs. As. Argentina.

CORBALÁN, Fernando. 2010. **La proporción áurea**. El lenguaje matemático de la belleza. EDITEC. España.

CÓRDOVA ITURBURU, Cayetano. 1962- **Cómo ver un cuadro. Del arte tradicional al informalismo.** Ed. Atlántida S.A. Bs. As. Argentina

FOUCAULT, Michel. 2005. **Las palabras y las cosas**. Una arqueología de las ciencias humanas. Siglo XXI Editores Argentina S. A.

GOMBRICH, Ernst. 2007. **La historia del arte**. 3. Ed. Ed. Sudamericana. Bs. As. Argentina.

HOFSTADTER, Douglas. 2003. GÖDEL, Escher. **Bach**: un eterno y grácil bucle. 8. Ed. Tusquets Editores. Barcelona. España.

SAVATER, Fernando. 2008. **Borges la ironía metafísica**. Ariel bfs. Barcelona. España.

STEWART, Ian. 2008. **Historia de las matemáticas en lo últimos 10.000 años**. Drakontos. Crítica. Barcelona. España.

TAVOLARO, Aldo. 2008. **Federico II di Svevia e Leonardo Fibonacci da Pisa**. Edizione Giuseppe Laterza. Bari. Italia.

---

[i] Mis primeros contactos con la literatura no son recientes. Hace muchos años comencé con los autores argentinos, entre ellos Jorge Luis Borges. Lo que leí y releí de él es innumerable, en su lectura la imaginación vuela y los límites de lo real son superados. Uno de los cuentos que más me impresionó fue *El Aleph* como estudiante de matemática no podía, y aún ahora no puedo dejar de pensar, la forma seductora en que llega al concepto de infinito.

**Sobre la autora**

*Elena T. Fernández de Carrera*: Profesora de Matemática del Instituto del Profesorado de la Universidad Nacional del Litoral (UNL), de la Licenciatura en Matemática Aplicada y de la Facultad de Ing. Química de la UNL. Master Science Biometría por la Escuela de Graduados Fac. de Agronomía Universidad de Buenos Aires. Profesora Titular con dedicación exclusiva. Directora del Departamento de Matemática de la Facultad de Bioquímica y Cs. Biológicas de la UNL. Autora de diversas publicaciones en el ámbito nacional e internacional.