

O ENSINO DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

LA ENSEÑANZA DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UNA
CONTRIBUCIÓN DE LA INGENIERÍA EDUCATIVA

THE TEACHING OF BRAHMAGUPTA'S POLYGONS: A CONTRIBUTION
OF DIDACTIC ENGINEERING

DOI: 10.22481/rbba.v10i02.9015

Beatriz Maria Pereira Maia
Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9651408046692363>
Endereço eletrônico: beatrizpmaia@gmail.com

Francisco Regis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE, Fortaleza, Brasil
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3288513376230522>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>
Endereço eletrônico: fregis@ifce.edu.br

RESUMO

A disciplina de História da Matemática tem por objetivo discutir o desenvolvimento da Matemática a partir de estudos de civilizações antigas. Uma dessas civilizações é a Hindu. Apesar de sua notoriedade, são poucos os trabalhos acadêmicos que propõem metodologias de ensino voltadas para a geometria desenvolvida por eles. A maioria se debruça sob as descobertas dos europeus não dando o devido crédito aos povos Hindus. Nesse sentido, este manuscrito tem como objetivo apresentar uma Situação Didática acerca dos Polígonos de Brahmagupta, um famoso matemático Hindu, se baseando nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas com o amparo do software Geogebra como recurso auxiliar para o professor e alunos.

Como metodologia de pesquisa adotamos a Engenharia Didática, em suas duas fases iniciais. Concluímos, na análise preliminar, que não há registros de obras que fazem uso da Teoria das Situações Didáticas como metodologia para o ensino do referido conteúdo. Parte dos trabalhos que discutem sobre o matemático elucidam apenas sobre a historiografia. Julgamos que esta metodologia de ensino agregue de forma positiva no ensino de Matemática, em particular, em problemas de geometria ligados às descobertas apresentadas por Brahmagupta, podendo assim contribuir para o ensino do assunto discutido.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática Hindu. Brahmagupta.

RESUMEN

La asignatura de Historia de las Matemáticas tiene como objetivo discutir el desarrollo de las Matemáticas a partir de estudios de civilizaciones antiguas. Una de esas civilizaciones es la hindú. A pesar de su notoriedad, son pocos los trabajos académicos que proponen metodologías de enseñanza centradas en la geometría desarrollada por ellos. La mayoría está estudiando detenidamente los descubrimientos de los europeos que no le dan al pueblo hindú el crédito que les corresponde. En este sentido, este manuscrito tiene como objetivo presentar una Situación Didáctica sobre los Polígonos de Brahmagupta, un célebre matemático hindú, basada en los supuestos de la Teoría Didáctica de la Situación, con el apoyo del software Geogebra como recurso auxiliar para el docente y los alumnos. Como metodología de investigación, adoptamos la Ingeniería Didáctica, en sus dos inicios. Concluimos, en el análisis preliminar, que no existen registros de trabajos que hagan uso de la Teoría de las Situaciones Didáticas como metodología para la enseñanza de estos contenidos. Parte de los trabajos que discuten al matemático solo dilucidan acerca de la historiografía. Creemos que esta metodología de enseñanza suma positivamente a la enseñanza de las Matemáticas, en particular, a problemas de geometría vinculados a los descubrimientos presentados por Brahmagupta, pudiendo así contribuir a la enseñanza de la asignatura discutida.

Palabras clave: Historia de la Matemática. Matemáticas hindúes. Brahmagupta.

ABSTRACT

The subject of History of Mathematics aims to discuss the development of Mathematics from studies of ancient civilizations. One such civilization is the Hindu. Despite their notoriety, there are few academic works that propose teaching methodologies focused on the geometry developed by them. Most are poring over the discoveries of Europeans not giving the Hindu people their due credit. In this sense, this manuscript aims to present a Didactic Situation about the Polygons of Brahmagupta, a famous Hindu mathematician, based on the assumptions of the Didactic Situation Theory, with the support of Geogebra software as an auxiliary resource for the teacher and students. As a research methodology, we adopted Didactic Engineering, in its two beginnings. We conclude, in the preliminary analysis, that there are no records of works that make use of the Theory of Didactic Situations as a methodology for teaching this content. Part of the works that discuss the mathematician only elucidate about historiography. We believe that this teaching methodology adds positively to the teaching of Mathematics, in particular, to geometry problems linked to the discoveries presented by Brahmagupta, thus being able to contribute to the teaching of the subject discussed.

Keywords: History of Mathematics. Hindu Mathematics. Brahmagupta.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática produzida pelos povos hindu exerce, de forma direta ou indireta, grande influência em todo o mundo. Em seus estudos, os indianos abordaram de forma primária assuntos como o conceito do zero, técnicas algébricas e algoritmos, sistema numérico, raiz quadrada e raiz cúbica. Entretanto, apesar dos registros históricos disponíveis, há certa negligência ao que se refere ao mérito das contribuições do subcontinente ao desenvolvimento da Matemática.

De acordo com Satyaanshu e Shivakumar (2015) muitos dos estudos desempenhados pelos matemáticos indianos seguem ignorados ou atribuídos a pesquisadores de outras nacionalidades, comumente europeias. Tais estudiosos não fazem esse reconhecimento pois justificam que os indianos reproduziram o conhecimento da Matemática dos gregos, no entanto sabe-se que eles “estavam muito à frente do que os gregos e expuseram belos conceitos e

teoremas que eram depois emprestados por tal civilização” (SATYAANSHU e SHIVAKUMAR, 2015, p. 1915).

Com base na historiografia hindu, são inúmeros os matemáticos e astrônomos que produziram notáveis estudos responsáveis pelo avanço da Matemática, o matemático e astrônomo Brahmagupta (598 d.C. – 668 d.C.) fez importantes contribuições aos campos das ciências exatas. Conforme Oliveira (2016), Brahmagupta Sphuta Siddhanta foi um renomado matemático que viveu na Índia Central, sendo autor de grandes obras que mudaram os rumos dos estudos da época. Autor do livro *Brahmasphutasidanta*, escrito em 628 d.C., ele apresentou nessa obra a primeira representação do zero como um dígito, dispôs processos resolutivos para determinação de raízes de equações do 2º grau e definiu regras algébricas para calcular com o novo dígito zero. (BHATTACHARYYA, 1997).

Para além das pesquisas ligadas a aritmética e a álgebra, o matemático também apontou notáveis descobertas nos campos da geometria. O estudo de triângulos teve um significado particular para Brahmagupta. Beauregard e Suryanarayan (1998) apontam que o matemático deu prosseguimento as análises deixadas por Heron de Alexandria (10 – 75), o qual havia apresentado anos antes do nascimento de Brahmagupta, uma extensa classe de triângulos denominados heronianos.

O resultado de tal dedicação resultou na criação de uma nova classe de triângulos heronianos, sendo eles com lados consecutivos. Os triângulos que compõem essa nova classe de triângulos heronianos são denominados Triângulos de Brahmagupta. (ALVES, 2020).

Para além da nova classe de triângulos, o matemático apresentou o que chamou de polígonos de Brahmagupta. De acordo com Sastry (2005), as figuras são geradas a partir da sobreposição de triângulos de Heron, sendo um de seus lados congruentes entre si. Caso não possuam tal característica, é possível construí-los a partir da ampliação dos referidos triângulos, sendo eles de uma mesma família ou não.

Com base no exposto, verifica-se tamanha importância dos resultados apresentados, não só por Brahmagupta, mas pelos povos hindus. Entretanto, tais concepções acabam sendo esquecidas ou trabalhadas superficialmente nas aulas de História da Matemática porque os livros e artigos acadêmicos se debruçam na Matemática produzida pelos europeus, esquecendo das descobertas desses povos.

Nessa perspectiva, salientamos a necessidade de intensificar a busca por metodologias de ensino que contribuam para que ocorram mudanças nesse cenário, em outras palavras, que

se desenvolvam em sala de aula habilidades investigativas a fim de explorar conceitos associados à geometria plana, como a construção de polígonos, o cálculo da área e das medidas das diagonais, entre outros assuntos, baseando-se nos estudos apresentados por Brahmagupta e a civilização hindu.

Mediante aos fatos apresentados e considerando a temática pertinente ao ensino de Matemática, o presente artigo tem como objetivo a elaboração de Situações Didáticas com o tema Os Polígonos de Brahmagupta, baseando-se na Teoria das Situações Didáticas (TSD) com o amparo do software Geogebra como recurso auxiliar na formação do professor de Matemática. Como metodologia de pesquisa foi adotada a Engenharia Didática em suas duas fases iniciais, 1ª fase de análises prévias (ou preliminares) e 2ª fase de análise a priori. As referidas metodologias serão apresentadas na seção subsequente.

2 METODOLOGIA

A Engenharia Didática, explica Artigue et al. (1995), é uma metodologia de pesquisa que constitui um conjunto de sequência de classes concebidas, organizadas e articuladas no tempo de forma coerente por um professor-engenheiro, com o intuito de promover um projeto de aprendizagem direcionado para uma classe de alunos, ou seja, o professor assume o papel de engenheiro, onde elabora um planejamento pautado nos interesses de ensino dos alunos.

Essa metodologia de pesquisa tem como base a valorização das experiências e práticas docentes, o vislumbrando como um pesquisador em potencial, sendo “utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado objeto matemático e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito” (ALMOULOU, 2007, p.171).

Segundo Fantinelli (2010, p. 14), a Engenharia Didática “se caracteriza como uma forma particular de organizar os procedimentos de pesquisas desenvolvidas no contexto de sala de aula, onde articula a construção do saber a uma prática reflexiva investigativa diante de uma sequência didática experimental”.

Dessa forma, a referida metodologia se qualifica como um plano experimental pautado nas situações didáticas promovidas em sala de aula. Artigue (1988) discute que esse processo é formado pelas concepções, realizações, observações e análise de sequências de ensino, promovendo uma validação com base no confronto das análises a priori e a posteriori.

O docente tem a chance de pensar a respeito de suas ações em sala de aula, promovendo a busca para entender os fatores que colaboram para as dificuldades encontradas pelos estudantes em relação aos conteúdos ministrados. Posto isso, o docente poderá elaborar e sugerir sequencias didáticas com o intuito de subsidiar os estudantes para que eles possam chegar à conclusão de problemas por si só.

A Engenharia Didática é composta por quatro fases, a saber: Análises Preliminares (prévias), Análise a Priori, Experimentação, Análise a posteriori e validação. Conforme Almouloud e Coutinho (2012, p. 26),

1. *Análises preliminares*: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.
2. *Concepção e análise a priori das situações didáticas*: o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas).
3. *Experimentação*: consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.
4. *Análise a posteriori e validação*: A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

Em consonância com a Engenharia Didática, a presente pesquisa alicerçou sua metodologia de ensino ao pressuposto da Teoria das Situações Didática, de Brousseau (1982), a qual destina-se a modelar o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. O autor define a referida metodologia como uma série de relações definidas explicitamente e/ou implicitamente entre os alunos, um meio e um sistema educativo com o intuito de proporcionar aos indivíduos relacionados um saber constituído ou em vias de constituição. Dessa forma, o discente é desafiado a se adaptar às circunstâncias de resolução de uma situação problema levando em consideração seu saber anterior.

Uma pesquisa que segue os princípios da TSD perpassa por quatro fases. Na primeira, intitulada de *situação/dialética de ação*, os discentes são impulsionados pelo professor a resolver uma situação problema, tendo seus conhecimentos prévios como base. Barbosa (2016, p. 6) aponta que essa etapa “consiste em colocar o aprendiz numa situação chamada situação de ação, tal que permite ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo se necessário, sem a intervenção do mestre, graças à retroação do milieu (meio).”

Conhecida como *situação de formulação*, na segunda fase os discentes objetivam adaptar a solução encontrada a uma linguagem apropriada, para isso são realizadas trocas de mensagens entre eles, orais ou escritas. Brousseau (1982) aponta que nesse momento criam-se condições para levar o aluno a construir progressivamente uma linguagem compreensível levando em consideração as relações Matemáticas inseridas na situação didática.

Na fase seguinte, nomeada de *situação de validação*, é o momento de validar o modelo criado nas fases anteriores. Almouloud (2007, p. 39) acentua que nessa etapa “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática. O receptor por sua vez, pode pedir mais explicações ou rejeitar as mensagens que não entende ou de que discorda, justificando sua rejeição”.

Já na última fase do processo, Alves e Dias (2017) explicam que na *situação de institucionalização* o docente retoma o controle da sala e apresenta aos discentes a intenção do problema proposto. Essa retomada deve ser feita de forma planejada, pois conforme Almouloud (2007), se feita cedo pode interferir na construção do pensamento dos alunos, impedindo uma aprendizagem adequada, e se feita depois do momento adequado pode atrasar a aprendizagem, dificultando as aplicações.

Definidas as metodologias de pesquisa, Engenharia Didática, e a de ensino, Teoria das Situações didáticas, são apontados no próximo tópico os resultados da primeira fase da Engenharia Didática.

3 ANÁLISE PRELIMINAR DOS POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA

Para análise das produções acadêmicas que aludem sobre Matemática hindu, e a fim de identificar se existem estudos que fazem uso da TSD para o ensino de Polígonos de Brahmagupta com o propósito de situar a presente pesquisa nesse contexto, foi realizada uma investigação no banco de pesquisas acadêmicas no repositório de dissertações do Mestrado

Profissional em Matemática (PROFMAT), no intercepto temporal de 2004 a 2020. Também foi feita uma análise das produções do banco de pesquisas acadêmicas da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no período de 2015 a 2020.

De início, realizamos uma investigação no repositório da CAPES, verificando os títulos e os resumos das produções que apresentam como tema a Matemática produzida por Brahmagupta. Na primeira busca foram encontradas 69 obras, onde dentre elas, apenas 5 versam sobre a historiografia. As demais se referem a assuntos diversos (Tabela 1) e não há registros de metodologias de ensino para trabalhar os conceitos envolvendo os polígonos de Brahmagupta.

Tema	Matemática	Teoria dos Números	Quadriláteros	Astronomia	História/ Índia	Outros assuntos	Total
Número de produções	36	7	5	4	11	6	69

Tabela 1 – Resultado das produções do repositório CAPES
Fonte: Elaborado pelos autores

Durante a análise no repositório do PROFMAT, percebeu-se um baixo número de produções que abordavam, de forma direta ou indireta, os estudos de Brahmagupta, mais precisamente 8 trabalhos acadêmicos (Tabela 2), que em sua maioria versavam sobre a relação da área de um quadrilátero cíclico e sobre as famílias de triângulos heronianos. Assim como no repositório da CAPES, não encontramos produções que aludem sobre metodologias de ensino para trabalhar os referidos polígonos. Dentre os resultados obtidos podemos destacar as dissertações de Vogt (2004), Pereira (2015), Oliveira (2015), e Oliveira (2016).

Data da pesquisa	Total de Dissertações	Matemática Hindu / Brahmagupta	Percentual
07 a 11/06	5907	8	0,13%

Tabela 2 – Produções acadêmicas do repositório de dissertações do PROFMAT
Fonte: Elaborado pelos autores

Ao analisar as produções tanto da CAPES quanto do PROFMAT podemos concluir a carência de metodologias de ensino sobre o referente conteúdo nas aulas de Matemática. Notamos que os trabalhos do primeiro repositório promovem uma análise e discursão dos

estudos de Brahmagupta em seus mais diversos campos de conhecimento, desde a aritmética básica até a resolução de equações diofantinas, entretanto quanto ao segundo repositório não se pode dizer o mesmo.

As dissertações do PROFMAT, em sua maioria, giram em torno de uma das inúmeras ideias do matemático, a relação para determinar a área de um quadrilátero cíclico definida por $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ onde S é a área do polígono de quatro lados, p seu semiperímetro e a, b, c, d seus lados. Associamos tal carência ao ensino do referido conteúdo nas universidades, dessa forma afim de entender os motivos pelos quais as pesquisas limitam-se a tal assunto, realizamos um estudo sobre como a Matemática hindu está sendo abordada nas universidades Universidade Estadual do Ceará (UECE), Universidade Federal do Ceará (UFC) e Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará na disciplina de História da Matemática.

3.1 SOBRE A DISCIPLINA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NAS INSTITUIÇÕES PÚBLICAS DO CEARÁ

É impossível desassociar os estudos desenvolvidos pela civilização hindu da História da Matemática, isso por que foi uma civilização que deixou um grande legado científico tanto na área da Matemática quanto na astronomia. A disciplina de História da Matemática (HM) recorrentemente é encontrada nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática, conforme as diretrizes regulamentares oficiais.

Há tempos se discute sobre a inserção da HM na formação de professores de Matemática, entretanto ao que se refere as normas curriculares ligadas aos programas de Licenciatura em Matemática, a referida disciplina tornou-se mais evidente no ensino logo após o Ministério da Educação (MEC) publicou nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1997), a HM “como uma das formas de fazer Matemática em sala de aula, acarretando assim sua inserção como parte da formação dos alunos da Educação Básica.” (PEREIRA E SILVA, 2016, p. 23).

Conforme a organização curricular da Universidade Federal do Ceará, a disciplina de HM passou a ser ofertada, em condições obrigatórias, no curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2005, integrando as disciplinas do 5º período (semestre) do curso. Dois anos mais tardes, em 2007, a referida disciplina também passou a ser ofertada no curso de graduação, no

6º período, na Universidade Estadual do Ceará, também em condições obrigatórias. Em 2011 foi a vez do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará inserir a HM em sua grade curricular em caráter obrigatório para os alunos do 8º semestre. Nas três instituições, a disciplina possui a mesma quantidade de créditos, 4, no entanto há uma variação em sua carga horária, na UFC constam 64 horas, na UECE 68 horas, e no IFCE 80 horas.

Ao analisar o ementário dos programas das universidades, Pereira e Silva (2016), apontam que tanto a UFC quanto a UECE e o IFCE, pautam a organização dos conteúdos programáticos na ordem cronológica dos fatos. As autoras destacam que os programas da UFC e da UECE são semelhantes, onde a primeira contempla toda a cronologia da História da Matemática entre o período Babilônico até o formalismo da Matemática no século XX, no entanto não são citadas às civilizações: Hindu, China e Árábica. Já a segunda instituição organiza sua ementa de forma superficial, onde apresenta a Matemática na antiguidade, no Oriente e na Europa, assim como a história da Matemática por meio dos problemas. A UECE traz mais detalhes sobre os conteúdos abordados.

No IFCE a disciplina de História da Matemática inicia seus estudos no Egito e finaliza no Renascimento, mas “não estuda as civilizações orientais: Índia, China e Arábia, nem tão pouco a época da Matemática como ciência formal que vai do século XVII ao XX.” (PEREIRA E GUEDES, 2016, p. 26). Conforme os resultados dos ementários, pode-se perceber a lacuna na formação inicial dos professores de Matemática no tocante a Matemática produzida pela civilização hindu.

Parte da organização estabelecida nos ementários pauta sua cronologia nos livros de História da Matemática. Desse modo, fomos em busca da literatura trabalhada na disciplina de HM nas referidas instituições de ensino, e de como elas abordam o desenvolvimento da Matemática indiana. Conforme Pereira e Guedes (2016), os livros mais utilizados pelos docentes da disciplina de HM são Introdução a História da Matemática, de Howard Eves, e História da Matemática, de Carlos Boyer.

Na obra de Eves (2011), Introdução a História da Matemática, a Matemática hindu é retratada junto as civilizações chinesa e árabe. O pesquisador aborda em tal sessão a visão geral do desenvolvimento matemático dos hindus, o cálculo numérico, aritmética e álgebra, geometria e trigonometria e, por fim, faz um confronto entre a Matemática grega e a hindu. Eves (2011, p. 251) descreve Brahmagupta como “o mais eminente matemático hindu do século VII” apresentando seus feitos na Matemática e na astronomia.

Boyer (1974), na obra História da Matemática, também não trata da Matemática indiana de forma isolada, o faz associada a Matemática chinesa. Na sessão é retratado desde a Matemática primitiva da Índia até o matemático Ramanujan, direcionando um dos tópicos para Brahmagupta. Nele o autor descreve as ideias do matemático, mas não as desenvolve.

Apesar das obras de Eves (2011) e Boyer (1974) tratarem sobre os avanços das pesquisas da civilização Hindu, sendo eles os dois principais livros adotados pelas universidades para compor a bibliografia da disciplina de HM, não há registros dos estudos da Matemática produzida por essa civilização nos ementários das instituições UFC, UECE e IFCE. Sendo assim, reafirma-se que é importante refletir sobre a formação inicial dos professores sobre a Matemática produzida pelos hindus, pois trata-se de uma civilização que deixou um importante e vasto legado para o desenvolvimento dessa área.

4 ANÁLISE A PRIORI DOS POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA

A Situação Didática descrita nessa sessão apresenta certas previsões sobre as ações dos alunos com base na situação proposta, conforme as fases da Teoria das Situações Didáticas. Com o intuito de contribuir com o desenvolvimento do pensamento intuitivo do aluno e de promover uma melhor visualização de características dos problemas propostos, fizemos uso do software Geogebra em sua versão online e gratuita.

Situação 1 (Elaborado pelos autores) – Combinando os triângulos heronianos (10, 17, 21), (68, 75, 77), (76, 85, 105) e (65, 297, 340) é possível construir um hexágono de Brahmagupta. Obedecendo as propriedades de tal polígono, mostre que ele é inscrito.

Na *situação de ação* é o momento da tomada de decisão, o objetivo é apresentar a prova de que o hexágono construído é inscrito, para isso os saberes são colocados em prática. Espera-se que os estudantes analisem os triângulos apresentados afim de traçar estratégias para, a partir deles, construir o hexágono de Brahmagupta afim de responder o problema. Para isso, presume-se que os mesmos utilizem o software de geometria dinâmica, o Geogebra, para auxiliá-los durante o processo. Segundo Pommer (2013), nessa fase os estudantes estão tomando conhecimento do problema, se familiarizando com os dados apresentados, de modo a identificar as ferramentas necessárias para resolvê-lo, para que assim possa dar início a tomada de decisões.

O ENSINO DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Na etapa seguinte, *situação de formulação*, o estudante transforma o conhecimento implícito em explícito, ou seja, eles deverão explicar as estratégias usadas para solucionar o problema. Presume-se que ele construa o hexágono no Geogebra para que assim possa visualizar se o mesmo será cíclico ou não. De início, espera-se que o estudante se questione a respeito de como construir tal polígono. Para isso, ele deverá sobrepor os lados comuns dos triângulos apresentados no problema, no entanto para realizar tal ação, o aluno deverá ampliar os triângulos primitivos, pois os mesmos não possuem lados iguais. Ele deverá determinar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de um dos lados dos triângulos primitivos, assim, escolhendo os lados 17, 68, 85 e 340, respectivamente, obtém-se MMC igual a 340, dessa forma para que os triângulos tenham um lado 340 em comum, efetua-se as transformações descritas na tabela 3 abaixo.

TRIÂNGULO	AMPLIAÇÃO	TRIÂNGULO AMPLIADO
(10, 17, 21)	20 vezes	(200, 340, 420)
(68, 75, 77)	5 vezes	(340, 375, 385)
(45, 85, 104)	4 vezes	(180, 340, 416)
(66, 297, 340)	1 vez	(66, 297, 340)

Tabela 3 – Processo de ampliação dos triângulos primitivos
Fonte: Elaborado pelos autores

De posse dos resultados apresentados na tabela, espera-se que o estudante o reproduza no Geogebra para assim analisar o polígono construído e poder verificar se é cíclico ou não. Cbase em seus conhecimentos de desenho geométrico, espera-se que o aluno construa o primeiro triângulo (Figura 1) como vértices nos pontos A, B e C.

O ENSINO DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

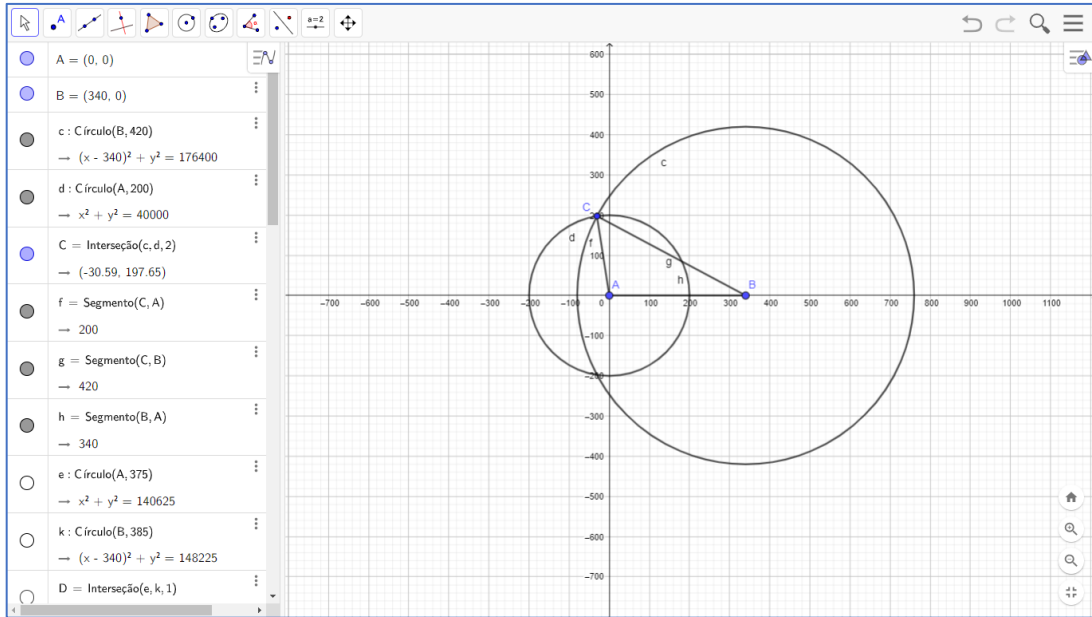


Figura 1 – Construção do triângulo ABC
 Fonte: Elaborado pelos autores

Logo após, se espera que ele observe que o segundo triângulo deve ser posicionado sob um dos lados do triângulo ABC. Escolhendo o lado AB comum, o aluno constrói o triângulo ABD, tal que os pontos C e D fiquem no mesmo semiplano em relação à reta AB (Figura 2).

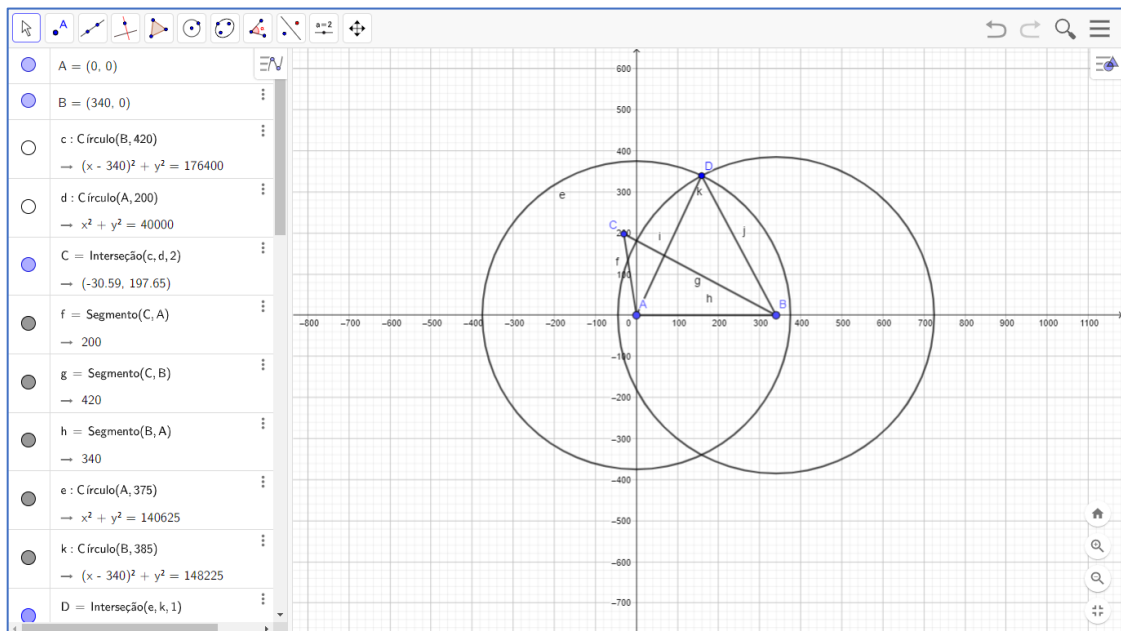


Figura 2 – Construção do triângulo ABD
 Fonte: Elaborado pelos autores

O ENSINO DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

De forma análoga, o estudante constrói o triângulo ABE no mesmo semiplano dos triângulos ABC e ABD, com o lado AB comum.

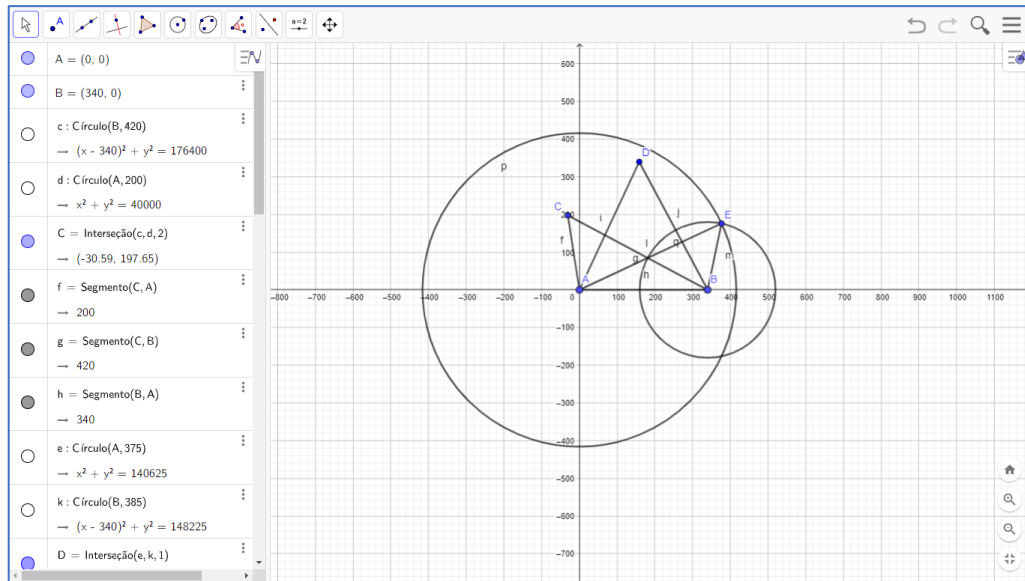


Figura 3 – Construção do triângulo ABE
Fonte: Elaborado pelos autores

Por fim, é aguardado que o discente construa o quarto e último triângulo ABF com o lado AB também comum, mas com o vértice F no outro semiplano (Figura 4). Caso ele elabore no mesmo semiplano dos demais perceberá que não formará o hexágono desejado.

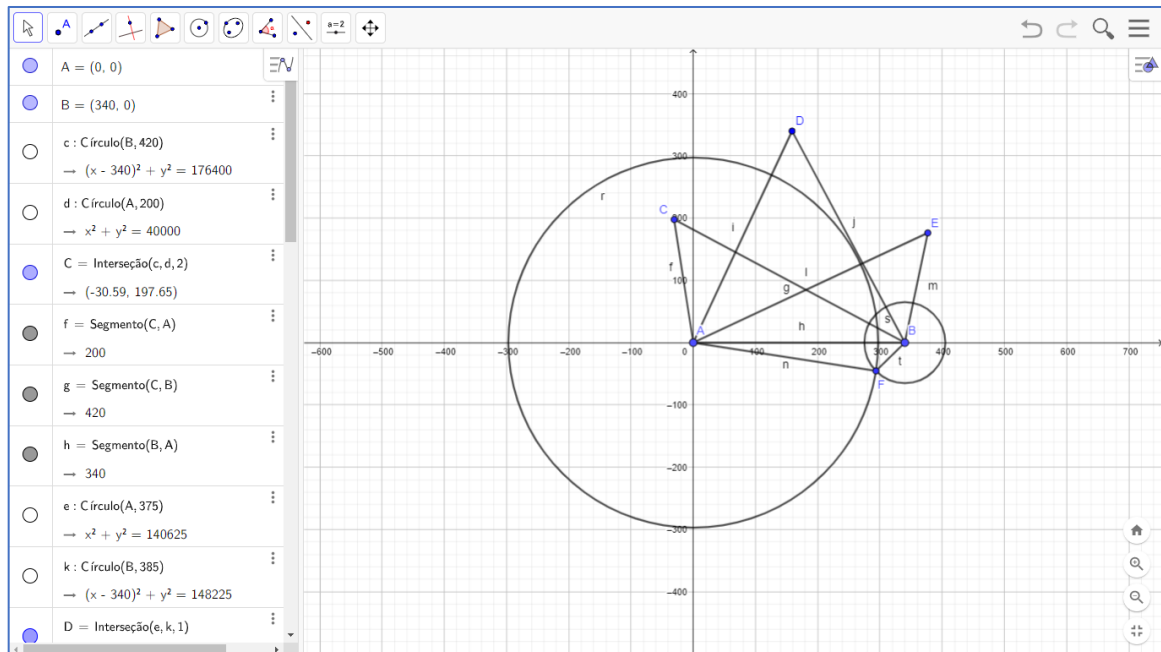


Figura 4 – Construção do triângulo ABF
Fonte: Elaborado pelos autores

O ENSINO DE POLÍGONOS DE BRAHMAGUPTA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Uma vez que os quatro triângulos sejam formados, é desejado que o aluno una os vértices para formar o hexágono ACDEBF. Construindo uma circunferência circunscrita a um dos triângulos, pode-se observar que todos os vértices do hexágono são pontos da circunferência, provando assim que o hexágono de Brahmagupta é cíclico (Figura 5).

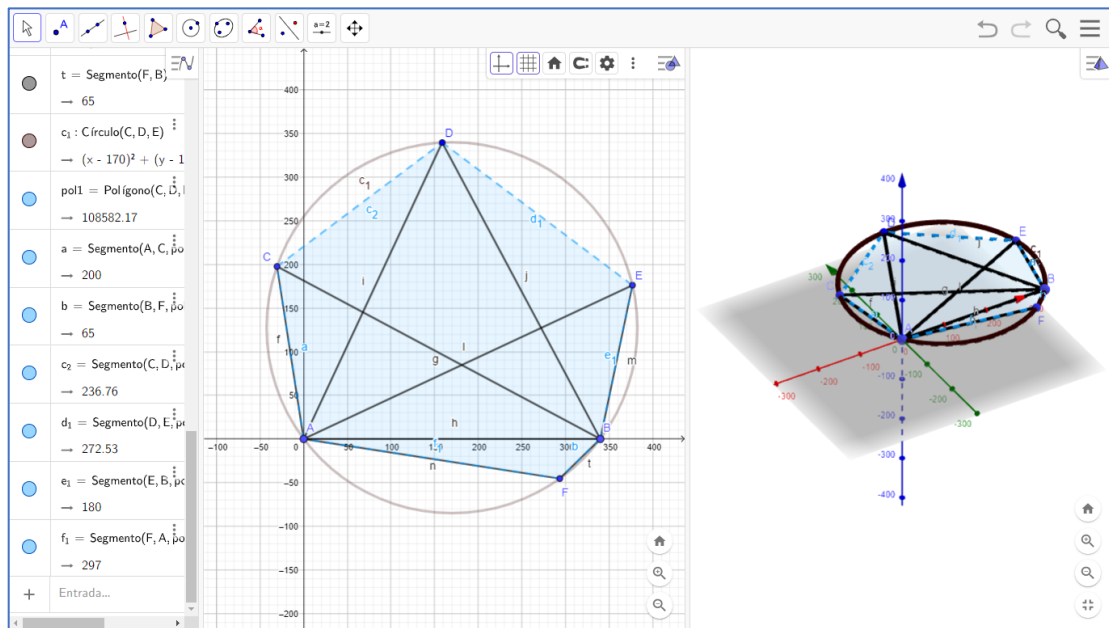


Figura 5 – Visualização do hexágono de Brahmagupta em 2D e 3D
Fonte: Elaborada pelos autores

Na *situação de validação* é chegado o momento que o estudante deve provar a estratégia utilizada por ele durante a resolução do problema dentro de um determinado contexto matemático. Nessa fase “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática”. (ALMOULOUD, 2007, p. 39). A validação do modelo apresentado poderá ser feita a partir das propriedades dos hexágonos inscritíveis no livro “A Matemática do Ensino Médio” de autoria de Lima *et al* (2006), cujo poderá provar a veracidade da construção feita no Geogebra e do raciocínio apresentado.

Para finalizar, na *situação de institucionalização* o professor retoma o controle da turma, confrontando os modelos apresentados por ele e o descrito na literatura, explica Margolinas (2004). Ainda nessa etapa, o docente apresenta suas reais intenções acerca da atividade realizada, resumindo todo o processo que foi sendo construído ao longo do trabalho.

Buscamos com a presente Situação Didática, apresentar uma proposta que possa incentivar o docente à trabalhar a Matemática produzida por Brahmagupta a partir da

modelagem, propondo aos discentes uma atividade que una a História da Matemática as Tecnologias Digitais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na referida pesquisa, descrevemos duas fases de uma Engenharia Didática. Na análise preliminar foram verificadas as produções de dois importantes bancos de artigos e dissertações, o da CAPES e o do PROFMAT. Ainda nessa etapa, analisamos os ementários de universidades cearenses com o intuito de nortear nossa pesquisa ao que se refere a contribuição da Matemática produzida pelos Hindus na formação inicial dos professores dessa área. Já na segunda fase, análise a priori, formulamos as Situações Didáticas seguindo os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas, com o objetivo de contribuir para o ensino dos Polígonos de Brahmagupta, destacando a modelagem dos hexágonos inscritíveis a uma circunferência. E ainda por acreditarmos que a TSD torna o ensino de Matemática mais acessível e funcional, cujos alunos participam desse processo de forma ativa na construção do seu conhecimento.

Nesse sentido, propomos a aplicação do software de geometria dinâmica GeoGebra, possibilitando através dessa ferramenta, fornecer ao futuro professor de Matemática uma nova abordagem para trabalhar conceitos ligados a geometria plana e a História da Matemática.

Sobre a metodologia de pesquisa escolhida, a Engenharia Didática, fomentamos a importância de realizar um estudo prévio, não só sobre o ensino dos Polígonos de Brahmagupta, mas também sobre a Matemática produzida pela civilização Hindu, para que o professor pesquisador possa estruturar suas aulas identificando as lacunas deixadas na formação inicial dos discentes.

Tendo em vista os aspectos apresentados, a Teoria das situações Didática, faz-se fundamental para auxiliar o docente em sua prática, pois se baseia no conhecimento histórico matemático adquirido por procedimento da Engenharia Didática, onde ele fornecerá para os discentes através da Situação Didática apresentada, subsídios para que possam alcançar seu objetivo através da investigação, perpassando pelas quatro fases de desenvolvimento da TSD, ação, formulação, validação e instrumentalização.

A presente pesquisa faz parte de um estudo, ainda em decurso, que integrará a dissertação de mestrado profissional da Universidade Federal do Ceará, da área de Educação Matemática desenvolvidas a partir de Tecnologias Educacionais, cujo resultará em um Produto

Educacional contendo Situações Didáticas pautadas nas metodologias anteriormente citadas, sobre o estudo de Polígonos de Brahmagupta com o amparo do software de geometria dinâmica GeoGebra. Buscamos, com o esse estudo, contribuir com futuras pesquisas que tratem sobre o referido tema.

6 REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Editora UFPR. São Paulo: Brasil. 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **REVEMAT: R. Eletr. de Edu. Matem.**, v.3, n. 6, p.62-77, 2012.

ALVES, Francisco Regis Vieira. **Brahmagupta e alguns elementos históricos da matemática hindu**. **Revista Thema**, [s.l.], v. 16, n. 4, p.755-773, 14 jan. 2020. Instituto Federal de Educacao, Ciencia e Tecnologia Sul-Rio-Grandense.

ALVES, Francisco Regis Vieira; DIAS, Marlene Alves. Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ed). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 192-209, jul. 2017

ARTIGUE, M. (1988). Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. **Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions**, 9.3:281-308.

ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. (1995). **Ingenieria Didática em Educacion Matemática**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

BARBOSA, Gerson Silva. Teoria das situações didática e suas influências na sala de aula. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Sbem, 2016. p. 1-12.

BEAUREGARD, Raymond. A.; SURYANARAYAN, E. R. Arithmetic Triangles. **Mathematics Magazine**, v. 70, n. 2, p. 105–115, 1998.

BHATTACHARYYA. R. K. Brahmagupta: The Ancient Indian Mathematician. **Ancient and medieval India Indian Journal of History of Science**, v.12, n.1, p.185-192. 1977.

BOYER, Carl B. História da Matemática / Carl B. Boyer; tradução; Eliza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais Matemática (5ª a 8ª série). Brasília, 1997.

BROUSSEAU, Guy. **Ingénierie didactique. D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique**. Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques, Olivet, 39- 60, 1982.

EVES, H. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FANTINELLI, Ana Lúcia. **Engenharia didática**: articulando um referencial metodológico para o ensino de Matemática financeira. 2010. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César - A Matemática do Ensino Médio - vol. 3. 6a ed. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2006.

MARGOLINAS, Claire. **Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques**. 2004. Tese de Doutorado. Université de Provence-Aix-Marseille I. Disponível em: < https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/429580/filename/HDR_complet_Margolinas.pdf>

OLIVEIRA, Vicentini. de Oliveira. **Brahmagupta e quadriláteros cíclicos no ensino médio**. 2015. 84 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de PROFMAT, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2015.

OLIVEIRA, Antonio Uchoa de. **Quadriláteros Cíclicos e a Fórmula de Brahmagupta**. Dissertação de Mestrado. Teresina, PI, 2016.

PEREIRA, Ana Carotina Costa; GUEDES, Ana Maria Silva. **Considerações acerca da disciplina de história da matemática nas universidades cearenses: desvendando uma prática docente**. REBES - Rev. Brasileira de Ensino Superior. v. 2, n. 4, p. 22–33, 2016.

PEREIRA, Marivaldo Bispo. **Triângulos de Heron**. 2015. 45 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de PROFMAT, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

POMMER, Wagner Marcelo; POMMER, Clarice P. C. R. **O contrato didático na sala de aula de matemática**. In: Seminário de Educação Matemática de nova Andradina, V., 2013.

SASTRY, K. R. S. **Construction of Brahmagupta n -gons**. v. 5, p. 119–126, 2005.

SATYAANSHU; SHIVAKUMAR, N. On the History of Indian Mathematics. **International Journal of Innovative Technology and Research**, Issue, v. 3, p. 1915-1924, fev. 2015.

VOGT, Marlise. **Pitágoras, Heron, Brahmagupta - Fórmulas; provas; áreas; aplicações**. 2004. 52 f. Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.