

# Sistema p-Fuzzy para Modelagem da Covid-19 no Estado da Bahia

1<sup>st</sup> Alexandre Silva Andrade  
dept. de Ciências Exatas e Tecnológica

UESB

Vitória da Conquista, Bahia  
andradealexandre19@gmail.com  
ORCID 0000-0003-3939-2892

2<sup>nd</sup> Alessandra Oliveira Andrade  
dept. de Ciências Exatas e Tecnológica

UESB

Vitória da Conquista, Bahia  
alexandra0andrade@gmail.com  
ORCID 000-0001-6140-5878

**Resumo**—As equações diferenciais ordinárias são utilizadas para a modelagem de fenômenos naturais. No entanto, podem haver dificuldades neste tipo de tratamento matemático quando não existem dados suficientes ou muitas informações subjetivas para construir um bom modelo matemático. Diante disso, a principal motivação deste artigo está em mostrar a viabilidade e aplicabilidade de modelos parcialmente fuzzy que será utilizado no estudo do covid-19 no estado da Bahia. Os resultados mostram-se promissores, tendo em vista que o sistema p-fuzzy aproximou-se dos casos notificados pelo Conselho Nacional de Secretários de Saúde.

**Palavras-Chave** – p-Fuzzy, Parcialmente Fuzzy, Covid-19

## I. INTRODUÇÃO

A teoria dos conjuntos fuzzy, também conhecida como teoria dos conjuntos difusos, foi proposta pelo matemático Azerbajão, Lotfali A. Zadeh (1921-2017), com o intuito de conceber sistemas capazes de entender e expressar comportamentos incertos e subjetivos. O que significa, dar um tratamento matemática para termos como “em torno de”, “aproximadamente”, dentre outros. Dito isto, a teoria fuzzy representou uma inovação no que tange a programação, tendo em vista a possibilidade de armazenar concepções vagas em computadores [11].

Dentre a variedade de aplicações da teoria dos conjuntos fuzzy, existem os sistemas chamados de parcialmente fuzzy (p-fuzzy), os quais utilizam regras fuzzy para a modelagem de fenômenos naturais, ao invés do uso das equações diferenciais. Tal modelo se torna imprescindível, quando não se tem dados suficientes para um estudo estatístico ou quando dependem de informações subjetivas de especialistas [10].

A principal motivação deste artigo está em mostrar a viabilidade e aplicabilidade, além da precisão, de modelos parcialmente fuzzy, o qual foi utilizado no estudo do covid-19 no estado da Bahia.

Este trabalho está dividido em seis seções: a seção 2 define as equações diferenciais ordinárias e expõe o método de solução por equações separáveis. A seção 3 apresenta os fundamentos da teoria fuzzy e a seção 4 explica os sistemas que são baseados em regras fuzzy. Na seção 5 aborda o sistema p-fuzzy que modela o número de infectados com covid-19 na

Bahia no período de 11 semanas e, por fim, a seção 6 onde é feita as considerações finais.

## II. EQUAÇÃO DIFERENCIAL

A modelagem matemática de fenômenos naturais que envolvem taxas de variações é tradicionalmente construída utilizando equações diferenciais ordinárias. Sendo assim, uma equação diferencial ordinária (EDO) é uma igualdade da forma

$$F(s, x_s, x'_s, \dots, x_s^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

tal que  $x$  é uma função de variável  $s$  e  $x'_s, \dots, x_s^{(n)}$  são, respectivamente, as  $n$  primeiras derivadas da função  $x_s : A \subset \mathbb{R} \Rightarrow B \subset \mathbb{R}$  [6]. Ademais, uma solução da EDO (1) no intervalo  $\alpha < t < \beta$  é uma função  $\phi$  com derivada de ordem  $n$  que satisfaz

$$\phi^{(n)}(t) = f(t, \phi(t), \phi'(t), \dots, \phi^{(n-1)}(t)) \quad (2)$$

para todo  $t \in ]\alpha, \beta[$  [6].

### A. Equações Diferenciais Separáveis

Conforme [6], dizemos que uma equação diferencial de variáveis separáveis quando

$$\frac{dx}{dy} = \frac{f(x)}{g(y)} \quad (3)$$

Em particular, trabalharemos com o modelo contínuo de Malthus (4) e sua solução pelo método das equações diferenciais separáveis. O sistema é

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \alpha x_s; \\ x_0 = a; \\ x_k = b. \end{cases} \quad (4)$$

Tal que  $\alpha \in \mathbb{R}$  é uma constante. Repare que por (4), temos que

$$\int \frac{dx_s}{x_s} = \alpha \int ds \quad (5)$$

Portanto,

$$\ln |x_s| = \alpha s + C, C \in \mathbb{R} \quad (6)$$

segue que

$$x_s = e^{\alpha s + C} = e^{\alpha s} e^C = K e^{\alpha s}, K \in \mathbb{R} \quad (7)$$

Diante disso, como  $x_0 = a$ , então podemos notar que  $K = a$ . Além disso,  $x_k = b = ae^{\alpha k}$ . Daí

$$\frac{b}{a} = e^{\alpha k} \quad (8)$$

logo

$$\ln \frac{b}{a} = \alpha k \quad (9)$$

Por fim,

$$\alpha = \frac{\ln \frac{b}{a}}{k} \quad (10)$$

Dessa forma, podemos concluir que a solução de (4) é a função  $\phi(s) = ae^{\frac{\ln \frac{b}{a}}{k} s}$ .

### III. CONJUNTOS FUZZY

Inicialmente, é importante compreender que a lógica fuzzy permite que a verdade seja avaloada em qualquer número do intervalo  $[0,1]$  [7].

Considere uma proposição  $p$ , a qual  $v(p)$  denota a verdade de  $p$ . Assim, se  $v(p) = 1$ , temos que  $p$  é absolutamente verdadeiro, no entanto, se  $v(p) = 0$ , obtemos que  $p$  é absolutamente falso. Analogamente, se  $v(p) = 0,65$ , então a verdade da proposição  $p$  tem grau  $0,65$  [7].

Os conjuntos fuzzy, denotados por  $\bar{A}, \bar{B}, \dots, \bar{Z}$ , são estudados a partir da sua função característica. Assim, definimos a função característica do conjunto fuzzy  $\bar{A}$ , utilizando o intervalo  $[0, 1]$ , isto é,  $\bar{A} : \bar{X} \rightarrow [0, 1]$ . Tal que,  $\bar{A}(x) = 0$  para  $x$  que não pertence ao conjunto  $\bar{A}$ , e  $\bar{A}(x) = 1$  para  $x$  totalmente contido em  $\bar{A}$ . Caso,  $\bar{A}(x) = 0,5$ , então diremos que o elemento  $x$  está  $0,5$  contido em  $\bar{A}$  [7], [10].

#### A. T-norma e T-conorma

Conforme [7] a t-norma  $T$  é uma função  $z = T(a, b), 0 \leq a, b, z \leq 1$  que tem as seguintes propriedades:

- 1)  $T(a, 1) = a$ ;
- 2)  $T(a, b) = T(b, a)$ ;
- 3) se  $b_1 < b_2$  então  $T(a, b_1) \leq T(a, b_2)$ ;
- 4)  $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$ ;

Dessa forma, dado os conjuntos fuzzy  $\bar{A}, \bar{B}$  e  $\bar{C}$  tal que  $\bar{C} = \bar{A} \cap \bar{B}$ , tem-se que

$$\bar{C}(x) = T(\bar{A}(x), \bar{B}(x)) \quad (11)$$

para alguma t-norma  $T$ . A t-norma utilizada neste estudo será

$$T_m(a, b) = \min(a, b) \quad (12)$$

denotada por intersecção padrão.

A t-conorma  $C$  é uma função  $z = C(a, b), 0 \leq a, b, z \leq 1$  que tem as seguintes propriedades:

- 1)  $C(a, 0) = a$ ;
- 2)  $C(a, b) = C(b, a)$ ;
- 3) se  $b_1 \leq b_2$  então  $C(a, b_1) \leq C(a, b_2)$ ;
- 4)  $T(a, C(b, c)) = T(C(a, b), c)$ .

Assim, dado os conjuntos  $\bar{A}, \bar{B}$  e  $\bar{D}$  tal que  $\bar{D} = \bar{A} \cup \bar{B}$ , então:

$$\bar{D}(x) = C(\bar{A}(x), \bar{B}(x))$$

para alguma t-conorma  $C$  [7]. A t-conorma utilizada nesta pesquisa será

$$C_m(a, b) = \max(a, b) \quad (13)$$

chamada de união padrão.

#### B. Relação Fuzzy

Uma relação  $\bar{R}$  fuzzy sobre os conjuntos fuzzy  $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_n$  é qualquer subconjunto de  $\bar{U}_1 \times \bar{U}_2 \times \dots \times \bar{U}_n$  definida por uma função de pertinência  $\bar{R} : \bar{U}_1 \times \bar{U}_2 \times \dots \times \bar{U}_n \rightarrow [0, 1]$ , tal que  $\bar{R}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  indica o grau de relação entre os elementos  $x_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$  [7].

No mais, no produto cartesiano fuzzy dos conjuntos  $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_n$ , utiliza-se a relação fuzzy  $\bar{U}_1 \times \bar{U}_2 \times \dots \times \bar{U}_n$ , com a seguinte função de pertinência:

$$\bar{R}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min(\bar{U}_1(x_1), \bar{U}_2(x_2), \dots, \bar{U}_n(x_n)) \quad (14)$$

Consoante a [12], se  $\bar{R}$  é uma relação fuzzy de  $\bar{X} \times \bar{Y}$  e  $\bar{S}$  um relação fuzzy de  $\bar{Y} \times \bar{Z}$ , então  $\bar{T} = \bar{R} \circ \bar{S}$  é definido por

$$\bar{T}(x, z) = \sup_{y \in Y} \{ \min(\bar{R}(x, y), \bar{S}(y, z)) \} \quad (15)$$

Quando  $\bar{X}, \bar{Y}$  e  $\bar{Z}$  são conjuntos fuzzy contínuos, então pode-se utilizar a equação conhecida como composição max-min:

$$\bar{T}(x, z) = \max_{y \in Y} \{ \min(\bar{R}(x, y), \bar{S}(y, z)) \} \quad (16)$$

#### C. Número Fuzzy

Os conceitos de corte- $\alpha$ , suporte e núcleo de um conjunto fuzzy são essenciais para a definição de um número fuzzy. O corte- $\alpha$  de um conjunto fuzzy  $\bar{A}$ , denotado  $\bar{A}[\alpha]$ , é definido por  $\{x \in U | \bar{A}(x) \geq \alpha\}$  para  $\alpha \in [0, 1]$ . O suporte de  $\bar{A}$ , indicado por  $sp(\bar{A})$ , é o conjunto  $\{x \in U | \bar{A}(x) > 0\}$ . E o núcleo de  $\bar{A}$  é o conjunto  $\{x \in U | \bar{A}(x) = 1\}$  [7], [9], [10].

Em particular, os números fuzzy são conjuntos restritos dos números reais. Conforme [7], uma definição geral de um número fuzzy  $\bar{N}$  é dada como um subconjunto fuzzy de  $\mathbb{R}$  que satisfaz:

- 1) o núcleo de  $\bar{N}$  é não-vazio;
- 2) os cortes- $\alpha$  de  $\bar{N}$  são intervalos limitados e fechados; e
- 3) o suporte de  $\bar{N}$  é limitado.

Diante disso, os números fuzzy comumente mais utilizados são os triangulares e trapezoidais. O número fuzzy triangular é definido por três números  $a < b < c$ , donde  $x = b$  é o vértice do triângulo e a base é  $[a, c]$ . Escreve-se  $\bar{M} = (a/b/c)$  para um número triangular fuzzy. A figura 1 exemplifica geometricamente um número fuzzy triangular [7].

Um número fuzzy trapezoidal é um número fuzzy  $\bar{T}$  que é definido por 4 números  $a < b < c < d$ , tal que  $\bar{T}(x) = 1, x \in [b, c]$  e a base do intervalo é  $[a, d]$  como mostrado na figura 2. Escreve-se  $\bar{T} = (a/b, c/d)$  para um número com forma trapezoidal [7].

Figura 1. Número Fuzzy Triangular.

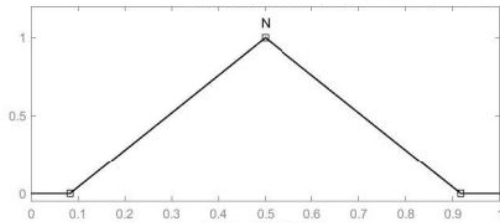
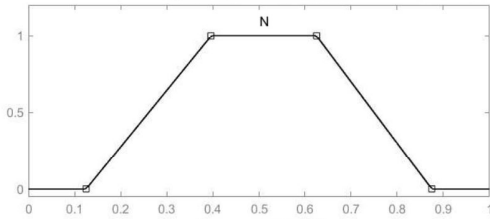


Figura 2. Número Fuzzy Trapezoidal.



#### IV. SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY

Um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF), tem como objetivo modelar um contexto, buscando obter uma resposta para o possível problema. Em particular, um SBRF é fundamentado pelo problema como dados de entrada que gera uma saída que será a resposta. Quando a entrada é uma condição e a saída uma ação, o SBRF é chamado de controlador. Essa seção se fundamenta em [4], [5], [7], [9].

Um SBRF é constituído por quatro processos: A fuzzificação, a base de regras, o método de inferência e a defuzzificação.

##### A. Fuzzificação

Primeiramente, as entradas do sistema serão modeladas por números fuzzy, o que é chamado de fuzzificação. Diante disso, é necessário a coparticipação de um especialista do assunto a ser modelado, o que garante uma maior precisão na construção das funções de pertinência das variáveis de entrada. A partir disso faz-se a composição da base de regras do sistema.

##### B. Base de Regras

No SBRF, cada proposição tem a forma "Se (entrada), então (saída)", da seguinte forma

$$x_1 \sim A_1, x_2 \sim A_2, \dots, x_n \sim A_n \Rightarrow y_1 \sim B_1, y_2 \sim B_2, \dots, y_m \sim B_m \quad (17)$$

Tal que  $x_i$  e  $y_i$ , com  $i \in \{1, 2, \dots, n\} \cup \{1, 2, \dots, m\}$  são variáveis linguísticas modeladas pelos números fuzzy  $A_i$  e  $B_i$ , respectivamente, e  $\sim$  significa "é". As condições de entrada recebem o nome de antecedentes e as condições de saída são chamadas de consequentes.

##### C. Método de Inferência Mamdani

O método de inferência proporcionará, a partir de cada entrada fuzzy, a saída difusa que vai ser utilizada pelo SBRF

[4]. Na teoria fuzzy existem dois métodos de inferência: o Mamdani e o Sugeno. Em particular, nesta pesquisa será utilizado o modelo clássico conhecido por método de Mamdani.

Para modelar matematicamente a base de regras, Mamdani apresentou uma relação binária, denotada por  $M$ , entre a variável linguística  $x$  de entrada e a variável linguística  $y$  de saída, conforme os procedimentos a seguir

- 1) Dado uma base de regras fuzzy, toda regra  $R_j$  tem a condicional "Se  $x$  é  $A_j$ , então  $y$  é  $B_j$ " modeladas pela t-norma (2);
- 2) A t-norma (2) é utilizada para modelar o conectivo "e";
- 3) A t-conorma (3) é usada para modelar o conectivo "ou".

Assim, dado os conjuntos fuzzy das variáveis linguísticas de entrada e saída  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$ , respectivamente. A relação fuzzy  $\bar{M} \subset \bar{X} \times \bar{Y}$ , tem sua função de pertinência é dada pela composição max-min:

$$\bar{M}(x, y) = \max_{1 \leq j \leq r} \{ \min(\bar{A}_j(x), \bar{B}_j(y)) \} \quad (18)$$

tal que  $r$  é o número de regras do SBRF,  $A_j$  e  $B_j$  são os conjuntos da regra  $j \in \{1, 2, \dots, r\}$ . As funções  $\bar{A}_j(x)$  e  $\bar{B}_j(y)$  são os graus de pertinência de  $x$  e  $y$  em  $\bar{A}_j$  e  $\bar{B}_j$ , respectivamente.

##### D. Defuzzificação

A defuzzificação é um método que relaciona números fuzzy à números reais. Sendo assim, vamos trabalhar com alguns métodos de defuzzificação. A operação defuzzificação é uma função que será chamada de defuz. Será restrita a discussão à conjuntos fuzzy contínuos ou conjuntos fuzzy discretos dos reais.

Buckley [7] explica que a defuzzificação é muito importante para os controles fuzzy. Se a conclusão final for comunicada à uma máquina por conjuntos fuzzy, é muito importante defuzzificar, pois a máquina não entenderá as informações nesta linguagem. Então, se a conclusão final for o número fuzzy  $\bar{B}$ , segue que  $\text{defuz}(\bar{B})$  é um número real que vai ser enviado para a máquina.

A defuzzificação utilizada neste estudo será a centróide. Considere um número fuzzy  $\bar{A} = (a/b, c/d)$ . A defuzzificação por centróide é  $\delta = \text{defuz}(\bar{A})$  é dada por

$$\delta = \frac{\int_a^b (x\bar{A}(x))dx}{\int_a^b \bar{A}(x)dx} \quad (19)$$

Agora suponha que  $\bar{A}$  é um número fuzzy discreto, tal que

$$\bar{A} = \left\{ \frac{\mu_1}{x_1}, \dots, \frac{\mu_n}{x_n} \right\} \quad (20)$$

para  $x_i \in \mathbb{R}$  e  $\mu_i \in [0, 1]$ ,  $0 \leq i \leq n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Se  $\delta = \text{defuz}(\bar{A})$ , então  $\delta$  é dado pela equação (11).

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (21)$$

### E. Sistema p-Fuzzy

Os modelos chamados de parcialmente fuzzy, denotados por p-fuzzy, possibilita a modelagem de sistemas que são modelados por equações diferenciais. Tal método recebe este nome, porque o problema de valor inicial é parcialmente conhecido [10].

Conforme [4], os sistemas p-fuzzy são dados por

$$\begin{cases} x_{t+1} = F(x_t), \\ x_0 = x(t_0), \end{cases} \quad (22)$$

tal que  $F: \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}^n$  é da forma  $F(x) = x + \Delta x$ , onde dado a entrada  $x$ , a partir do controlador fuzzy, obte-se a saída  $\Delta x$ .

Neste artigo utiliza-se este método para modelar os casos da covid-19 por 11 semanas no estado da Bahia.

## V. MODELO DE CRESCIMENTO DO NÚMERO DE CASOS DO COVID-19 NO ESTADO DA BAHIA

### A. Critério de Comparação

Nesta seção, serão apresentados os modelos matemáticos para os casos notificados da covid-19 no estado da Bahia, utilizando as equações diferenciais e o sistema p-fuzzy. Também serão apresentados os dados coletados no site do Conselho Nacional de Secretaria de Saúde (CONASS) [1], [8].

Assim, será verificado se a solução p-fuzzy e a solução das equações diferenciais se aproximam dos casos notificados. Uma comparação será feita entre as soluções encontradas pelos dois métodos e será apresentados o erro (23) para compreender a aproximação entre tais situações.

Se  $x$  é o vetor com os pontos da solução determinística ou fuzzy, e  $x'$  é o número de casos notificados, fornecidos pelo CONASS [8]. Para comparar a solução fuzzy com a solução da EDO, consideraremos  $x$  o vetor da solução p-fuzzy e  $x'$  o vetor com da solução da EDO. Consideraremos o erro  $E$ .

$$E = \frac{\max |x - x'| + \min |x - x'|}{2 \cdot \min |x'|} \quad (23)$$

Diante disso, pode-se verificar o quanto a solução p-fuzzy ou a solução da EDO se aproxima do número de casos notificados. Além de comparar tais soluções entre si. O modelo p-fuzzy foi construído utilizando o software Matlab ©. Esta ferramenta computacional permite ao usuário a produção de resultados matemáticos utilizando distintos métodos, como a linguagem Fortran, ou as toolbox. Em particular, neste artigo foi utilizado a *Fuzzy Logical Toolbox* que disponibiliza uma coleção de dados relacionados a teoria dos conjuntos fuzzy. Basta digitar "Fuzzy" na janela de comando para ter acesso a esta função [2].

### B. Lógica Fuzzy no Matlab

A Toolbox Fuzzy do Matlab © pode ser observada na figura 3. Diante disso, pode-se notar que o método de inferência utilizado foi o método de MAMDANI, o qual foi descrito na seção IV tópico C. Além disso, pode-se observar que o método de defuzzificação foi o centróide explicado na seção

Figura 3. Tela inicial do Fuzzy Logical Toolbox

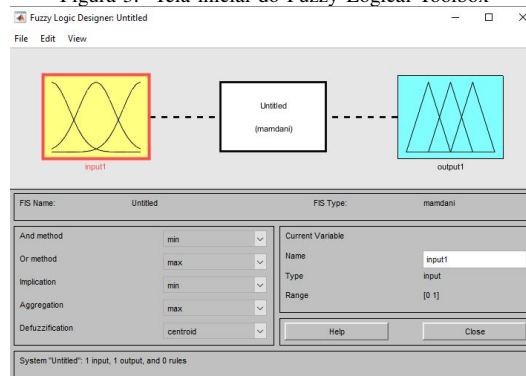
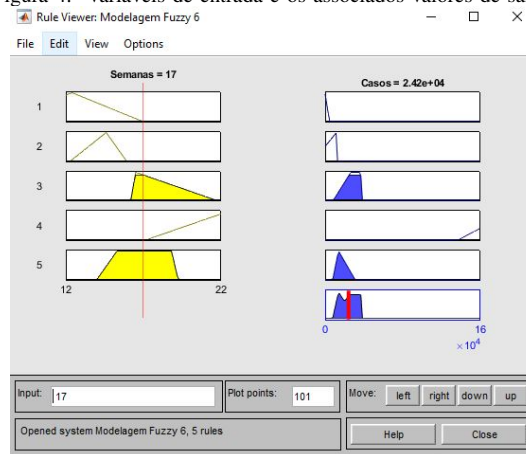


Figura 4. Variáveis de entrada e os associados valores de saída.



IV tópico D. No mais, pode-se adicionar as entradas e saídas conforme a modelagem necessitar.

Após a construção do controle fuzzy, ao atribuir valores para as variáveis de entrada, é possível observar o valor correspondente obtido para a variável de saída. A figura 4, exemplifica tal situação com o modelo criado para este artigo do número de casos de covid-19 por semana.

E, por fim, o software também disponibiliza a superfície criada pela associação entre os valores da entrada e os valores de saída como mostrado na figura 5, que exhibe o gráfico do modelo criado para este artigo.

### C. Modelo da Covid-19 Baseado em Sistema p-Fuzzy

Em Wuhan, capital da China central, o mercado atacadista de frutos do mar foi associado a um grupo de pacientes com pneumonia. [13] Diante disso, foi identificado um novo coronavírus que estava causando tal enfermidade, recebendo o nome de SARS-CoV2 em 11 de fevereiro de 2020 [3].

No sexta-feira (06/03/20) foi identificado o primeiro caso de coronavírus no estado da Bahia [1]. O vírus continuou a expandir, assim, na semana 15<sup>o</sup> da pandemia (15/03/20 à 21/03/20), foram notificados mais de 1000 casos no mesmo estado [8].

Figura 5. Superfície gerada.

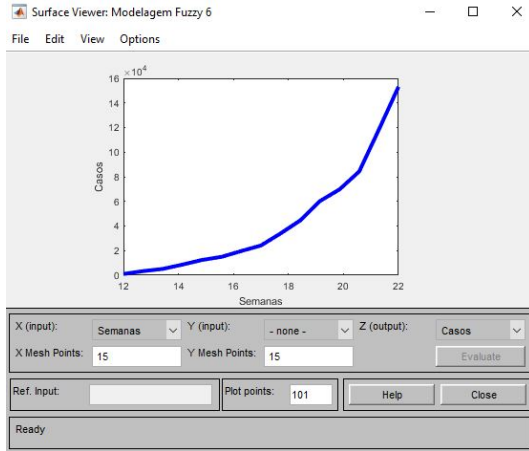
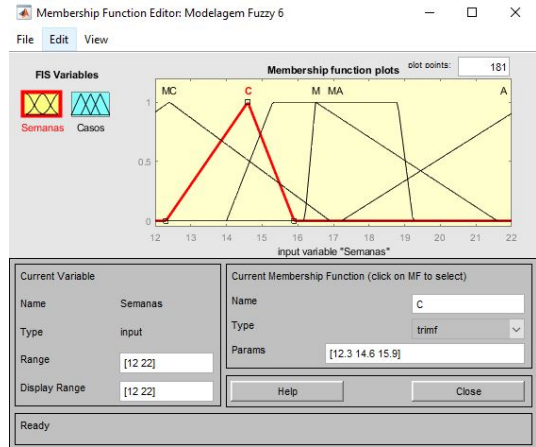


Figura 6. Variáveis de Entrada.



Diante disso, coletou-se o número de casos por semana durante três meses, conforme a tabela 1, no painel da covid do CONASS [8] para, a posteriori, interpretá-la matematicamente utilizando o sistema p-fuzzy e o modelo de equações diferenciais.

Tabela I  
SEMANAS COM O NÚMERO DE CASOS

Semanas	Nº de Casos
Semana 01 (15/03 - 21/03)	1007
Semana 02 (22/03 - 28/03)	2775
Semana 03 (29/03 - 04/04)	6375
Semana 04 (05/04 - 11/04)	10449
Semana 05 (12/04 - 18/04)	15872
Semana 06 (19/04 - 25/04)	21910
Semana 07 (26/04 - 02/05)	37887
Semana 08 (03/05 - 09/05)	59543
Semana 09 (10/05 - 16/05)	77203
Semana 10 (17/05 - 23/05)	114256
Semana 11 (24/05 - 30/05)	151042

No que tange a modelagem utilizando equações diferenciais, foi usado o modelo contínuo de Malthus (24). Repare que o espaço de tempo da modelagem da tabela 1 é curto, então o sistema (24) é compatível para a modelagem dos casos já coletados.

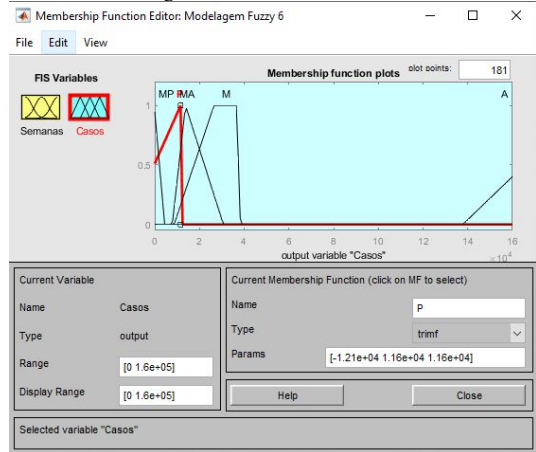
O modelo contínuo de Malthus foi dado por

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \alpha x_s; \\ x_0 = 1007; \\ x_9 = 114256. \end{cases} \quad (24)$$

Tal que  $\alpha \in \mathbb{R}$  é uma constante,  $\frac{dx_s}{ds}$  é a variação de casos em relação a semana  $s$ . Diante disso, a solução analítica de (24), utilizando a equação (14), é  $x_s = 1007 \cdot e^{0,52571843678 \cdot t}$ .

Em relação ao sistema p-fuzzy, foi constituído uma base de regras que a entrada é o tempo em semanas  $s$  e a variável de saída é a variação de casos na semana, denotado por  $\frac{dx}{ds}$ . Utiliza-se cinco variáveis linguísticas, cada uma com uma qualificação, do modo a seguir:

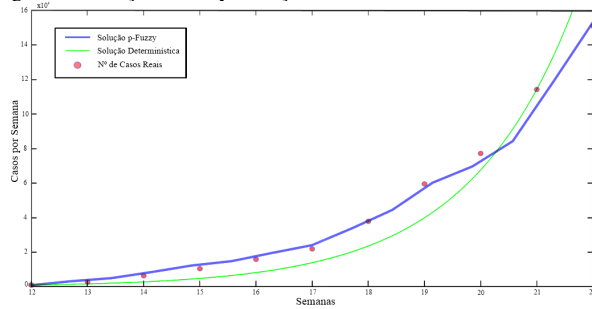
Figura 7. Variáveis de Saída



- Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) muito curto (MC) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é muito pequeno (MP);
- Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) curto (C) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é pequeno (P);
- Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) médio (M) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é médio (M);
- Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) longo (A) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é alto (A);
- Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) muito longo (MA) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é muito alto (MA).

Nas figuras 3 e 4 tem-se as funções de pertinências que correspondem, respectivamente, às variáveis de entrada e de saída para o modelo contínuo adotado para modelar a covid-19. Repare que os números fuzzy  $MC, C, M$  e  $A$  das variáveis de entrada são números triangulares, diferente de  $MA$  que é um número trapezoidal que pode ser vista na figura 2. Em relação as variáveis de saída,  $MP, P, MA$  e  $A$  são números fuzzy triangulares e  $M$  é um número fuzzy trapezoidal de acordo com as figuras 6 e 7.

Figura 8. Solução P-fuzzy, Solução da EDO e N° de Casos Notificados



A figura 8 faz a comparação da superfície da solução p-fuzzy construído no Fuzzy Logical Toolbox e da solução da EDO junto aos casos notificados que tiveram sua representação geométrica concebida utilizando a linguagem FORTRAN do Matlab. Vale ressaltar que a solução p-fuzzy da figura 8 foi obtida utilizando o método de inferência de Mamdani e o método de defuzzificação da centróide.

Diante disso, foi construída a tabela II que organiza o número de casos, utilizando o sistema p-fuzzy e a modelagem pela EDO (24), respectivamente. Na coluna da EDO foram utilizadas aproximações inteiras para o número de casos obtidos, pois esta é uma grandeza discreta.

Tabela II

SEMANAS COM O NÚMERO DE CASOS OBTIDOS NO SISTEMA P-FUZZY E NA MODELAGEM DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Semanas	Casos p-fuzzy	Casos EDO
Semana 01 (15/03 - 21/03)	1020	1007
Semana 02 (22/03 - 28/03)	4280	1703
Semana 03 (29/03 - 04/04)	5830	2881
Semana 04 (05/04 - 11/04)	12700	4875
Semana 05 (12/04 - 18/04)	16200	8246
Semana 06 (19/04 - 25/04)	24200	13951
Semana 07 (26/04 - 02/05)	38700	23600
Semana 08 (03/05 - 09/05)	54200	39925
Semana 09 (10/05 - 16/05)	71900	67540
Semana 10 (17/05 - 23/05)	100000	114255
Semana 11 (24/05 - 30/05)	153000	193283

O erro  $E$  foi calculado a partir das tabelas 1 e 2. Considera-se que  $E_1$  é o erro da solução p-fuzzy em comparação com o número de casos notificados,  $E_2$  é a solução da EDO em relação ao número de casos notificados e  $E_3$  a solução p-fuzzy em relação a solução da EDO. Assim, obtém-se que

$$E_1 = \frac{14256 + 13}{2 \cdot 1007} = \frac{14269}{2014} \approx 7,08 \quad (25)$$

$$E_2 = \frac{42241 + 0}{2 \cdot 1007} = \frac{42241}{2014} \approx 20,93 \quad (26)$$

$$E_3 = \frac{40283 + 13}{2 \cdot 1020} = \frac{40296}{2040} \approx 19,75 \quad (27)$$

Sob esse viés, Portanto, pode-se perceber que a solução p-fuzzy é uma boa aproximação para o número de casos notificados, tal como para a solução determinística. Portanto, conclui-se que a partir de um sistema baseado em regras fuzzy,

obtem um modelo eficiente da propagação da covid-19, o que é importante na ausência de dados para estudo estatístico ou na necessidade de uma modelagem subjetiva [9].

## VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo, a priori, estabeleceu os conceitos fundamentais que estruturam a lógica fuzzy. A posteriori, foi apresentado como atuam os sistemas baseados em regras, em particular, os sistemas parcialmente fuzzy. Sob esse viés, foi desenvolvido um sistema p-fuzzy o qual se aproxima dos casos notificados pelo CONASS [8].

Pode-se concluir que o sistema p-fuzzy foi suficiente na modelagem dos casos notificados pelo Conselho Nacional de Secretária de Saúde [8]. Ou seja, numa situação em que há poucos dados para a modelagem de um fenômeno natural, ou há um número alto de variáveis subjetivas, é aconselhável o uso dos sistemas p-fuzzy, utilizando os conhecimentos de um especialista.

## REFERÊNCIAS

- [1] Agência Brasil. Bahia Registra Primeiro Caso do Novo Coronavírus. Brasília. 2020. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2020-03/bahia-registra-primeiro-caso-do-novo-coronavirus> Acesso em 09 fev. 2022.
- [2] AMENDOLA, M. et al. Manual do uso da teoria dos conjuntos Fuzzy no MATLAB 6.5. São Paulo, 2005.
- [3] ARRAIS, T. P. A., OLIVEIRA, A. R. d., ALENCAR, D. P., SALGADO, T. R., LIMA, L. d. O., VIANA, J. L. R., MIRANDA, A. F. d., CAMPOS, F. R., ARRIEL, M. F., BORGES, L. J., et al. (2020). Pandemia covid-19: o caráter emergencial das transferências de renda direta e indireta para a população vulnerável do estado de goias.
- [4] BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática. IMECC, Universidade Estadual de Campinas, 2010. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/RodneyBassanezi/publication/256373655TopicosdeLogicaFuzzyeBiomatematica/links/00b7d5225f8c99730a000000/Topicos-de-LogicaFuzzy-e-Biomatematica.pdf> Acesso em 18 fev. 2022.
- [5] BELLUCCI, D. P. Sistemas Baseados em Regras Fuzzy e Aplicações. 2009. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do ABC. Santo André, 2009. Disponível em: <http://posmat.ufabc.edu.br/teses/MAT-2010>
- [6] BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; MEADE, Douglas B. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 11 ed. Rio de Janeiro. GEN. 2020.
- [7] BUCKLEY, James J; ESLAMI, Esfandiar. An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets. 2 ed. Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
- [8] Conselho Nacional de Secretários da Saúde. Painel por UF: COVID-19. Disponível em <https://www.conass.org.br/painelconasscovid19/> Acesso em 06 fev. 2022.
- [9] FERREIRA, Daniela Portes Leal. Sistemas p-Fuzzy Aplicado às Equações Diferenciais Parciais. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia. 2011.
- [10] FERREIRA, Thiago Fernando. Sistemas p-Fuzzy Modificados para dinâmicas populacionais: modelagens e simulações. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia. 2012.
- [11] SIMÕES, Marcelo Godoy; SHAW, Ian S. Controle e Modelagem Fuzzy. 2 ed. Blucher. São Paulo. 2007.
- [12] SOUZA, Osmar do Nascimento. Introdução a Teoria dos Conjuntos Fuzzy. Universidade Estadual de Londrina. 2010.
- [13] ZHU, N., ZHANG, D., WANG, W., LI, X., YANG, B., SONG, J., ZHANG, X., HUANG, B., SHI, W., LU, R., et al. (2020). A novel coronavirus from patients with pneumonia in china, 2019. New England Journal of Medicine.