

DISEÑO DE TAREAS CON SECUENCIAS DE FOTOGRAFÍAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

TASK DESIGN WITH SEQUENCES OF PHOTOGRAPHS IN MATHEMATICS TEACHER TRAINING

DESENHO DE TAREFAS COM SEQUÊNCIAS DE FOTOGRAFIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Cristina Ochoviet¹ 0000-0001-9069-3469
Verónica Molfino² 0000-0002-6672-762X

¹ Departamento de Matemática, Consejo de Formación en Educación – Montevideo, Uruguay; cristina.ochoviet@gmail.com

² Departamento de Matemática, Consejo de Formación en Educación – Montevideo, Uruguay; veromolfino@gmail.com

RESUMEN:

Recientemente, investigadores en Matemática Educativa, profesores en servicio y profesores en formación han puesto atención en el diseño de tareas de final abierto. Estas son consideradas una potente herramienta para favorecer que todos los estudiantes se sientan partícipes en la construcción de conocimiento y para dar lugar a discusiones profundas sobre objetos matemáticos en el aula. En este trabajo se presenta un recurso novedoso para el diseño de tareas de final abierto: secuencias de fotografías. A partir de una actividad enmarcada en un curso de Didáctica de Matemática de formación inicial de profesores, los estudiantes de profesorado diseñaron tareas con secuencias de fotografías para ser propuestas a estudiantes de enseñanza secundaria. Se reportan algunas de las tareas diseñadas, con el fin de evidenciar las fortalezas y dificultades encontradas en el proceso de diseño, así como la potencialidad que este tipo de tareas poseen para la enseñanza de matemáticas.

Palabras clave: tareas de final abierto; secuencias de fotografías; formación de profesores; matemática educativa.

ABSTRACT:

Recently, researchers in Educational Mathematics, in-service teachers and prospective teachers have paid attention to open-ended tasks design. These tasks are considered a powerful tool to encourage all students to feel involved in the construction of knowledge and to lead to in-depth discussions about mathematical objects in the classroom. This paper presents a new resource for the design of open-ended tasks: sequences of photographs. From an activity framed in a Mathematics Education course in initial teacher training, the student teachers designed tasks with sequences of photographs to be proposed to secondary school students. Some of the tasks designed are reported, in order to demonstrate the strengths and difficulties found in the design process, as well as the potential that this type of task has for mathematics teaching.

Keywords: open-ended tasks; sequences of photographs; teacher training; educational mathematics.

RESUMO:

Recentemente, pesquisadores em Matemática Educativa, professores em exercício e professores estagiários têm prestado atenção ao desenho de tarefas abertas. Estes são considerados uma ferramenta poderosa para estimular todos os alunos a se sentirem envolvidos na construção do conhecimento e levar a discussões aprofundadas sobre objetos matemáticos em sala de aula. Este artigo apresenta um novo recurso para o desenho de tarefas abertas: sequências de fotografias. A partir de uma atividade enquadrada num curso de Didática da Matemática de formação inicial de professores, os estagiários conceberam tarefas com sequências de fotografias a propor a alunos do ensino secundário. Algumas das tarefas desenhadas são relatadas, de forma a demonstrar as potencialidades e dificuldades encontradas no processo de desenho, bem como o potencial que este tipo de tarefa tem para o ensino da matemática.

Palavras-chave: tarefas abertas; sequências de fotos; treinamento de professor; matemática educativa.

Introducción

La preparación de los futuros profesores en el diseño de tareas, con especial atención a las de final abierto, es una recomendación a tener en cuenta en el proceso formativo (Zaslavsky y Sullivan, 2011).

Bragg y Nicol (2011) proponen el diseño de tareas de final abierto con uso de fotografía y reportan los contextos que son elegidos por futuros docentes. Las autoras aseguran que el diseño de tareas de final abierto con fotografías favorece que los docentes y estudiantes puedan visualizar a las matemáticas “a través de nuevos lentes” (p. 3). Agregan que este tipo de tareas ofrecen oportunidades para vincular las matemáticas que podemos encontrar adentro y afuera del aula. Además, son tareas que de manera intrínseca despiertan curiosidad en los estudiantes e interés por buscar respuestas.

Herget y Torres-Skoumal (2007) afirman que los problemas de final abierto con uso de fotografía ofrecen oportunidades para trabajar en clase la modelización matemática. Hacen hincapié no en los procesos algorítmicos sino en las fases previas a estos: traducción, interpretación, creación de un modelo.

Schmitz y Schukajlow (2021) también enfatizan en la pertinencia del uso de imágenes en el diseño de tareas de modelización. Reportan un estudio con estudiantes de enseñanza media (niveles 9 y 10) en el que analizan la incidencia de agregar información numérica a las imágenes. Concluyen que, si bien los estudiantes valoran la utilidad de la información numérica adicional en las imágenes, esta no redundará en un mejor desempeño en la modelización. Esto podría ser explicado por el hecho de que asignar la información numérica al objeto

correspondiente en la imagen no representa una barrera significativa para el proceso de modelización.

Por su parte, Astorucci, Bonello, Giovannini, Ochoviet y Padilla (2014) reportan diseños con uso de fotografía en la formación de profesores de matemática y dan cuenta de los diseños creados por los futuros profesores a la vez que reflexionan sobre la experiencia de diseño.

Un aspecto menos explorado es el diseño de tareas con secuencias de fotografías. Es en este tema que nos focalizamos en este artículo. Concretamente, presentamos algunas dificultades de estudiantes avanzados de profesorado de matemática al momento de elaborar este tipo de tarea.

Principios para el diseño de tareas con uso de fotografía

Bragg y Nicol (2011) presentan a los problemas de final abierto con fotografías como el conjunto de una fotografía de un objeto, escena o actividad y una o más preguntas de final abierto basadas en el contexto de la foto. Las imágenes pueden obtenerse de bancos de imágenes de Internet, o bien pueden capturarse de forma directa del entorno en que viven los docentes o estudiantes. Las autoras sugieren ejemplos como edificios, señales de tránsito, azulejos, bloques, objetos vinculados con la comida en casa o mercados, eventos deportivos o vitrinas de locales comerciales. Las autoras presentan dos caminos para el proceso de creación de la tarea: comenzar por la fotografía y pensar una pregunta acorde a ella, o comenzar por la temática a abordar y buscar luego una fotografía que se adapte a esa temática, sostienen que “alternativamente, las fotografías pueden ser escenificadas para ajustarse a los requerimientos del problema abierto” (BRAGG y NICOL, 2011, p. 5). Además, mencionan que este proceso no es necesariamente lineal, sino más bien cíclico; es decir, las dos formas de diseñar la tarea se implican y se complementan mutuamente.

Por otra parte, las autoras distinguen las tareas según el rol que cumple la fotografía. En las tareas *ilustrativas*, la imagen juega un rol motivador, sin ser esencial para resolverla. En las *interactivas*, por el contrario, la imagen es imprescindible para poder abordar la tarea, de ella se desprende información requerida para la resolución que no es dada en el texto. Esto significa que, si se elimina la fotografía, la tarea no puede resolverse. Es este tipo de tareas las que las autoras priorizan, ya que

[...] mientras la adopción de preguntas ilustrativas puede tener cierto mérito, el estímulo central de la foto pierde funcionalidad y propósito. La oportunidad de

construir conexiones con el entorno puede perderse debido a la insignificancia de la foto en el proceso de resolver el problema (BRAGG y NICOL, 2011, p. 7).

Bragg y Nicol (2011) afirman que la creación de problemas de final abierto con uso de fotografía favorece el desarrollo de habilidades para leer matemáticamente situaciones del entorno:

El docente puede proponer un tema matemático, como por ejemplo fracciones o figuras 2D, y sugerirle a los alumnos que recopilen imágenes que inviten a pensar en esos temas desde su entorno local, utilizando cámaras digitales o las cámaras de los teléfonos celulares, revistas o material publicitario. Los estudiantes pueden alentar a sus padres a que los ayuden en la búsqueda de imágenes matemáticas. (p. 8)

Una vez recolectadas las fotografías, Bragg y Nicol (2011) sugieren promover una lluvia de ideas para que los estudiantes propongan problemas a resolver a partir de ellas, y aseguran que este tipo de trabajo genera situaciones significativas para los alumnos, promueve el compromiso con la disciplina y se fomentan posibles lecturas de las situaciones u objetos cotidianos.

Al proponer a los futuros profesores el diseño de tareas de final abierto con uso de fotografía se contribuye a su proceso formativo pues, como docentes practicantes, son responsables de crear, seleccionar y adecuar tareas para favorecer el aprendizaje de la matemática de sus alumnos de enseñanza media (ZASLAVSKY y SULLIVAN, 2011). Por las características que tiene este tipo de tareas se está promoviendo, también, una reflexión acerca de la pertinencia de los contextos de los problemas, pues no se hace necesario que el futuro profesor elabore situaciones matemáticas en contextos de la vida real que algunas veces resultan forzados, sino que se aprovecha el contexto natural en el que la foto fue tomada.

Método

En este trabajo reportamos algunas dificultades asociadas al diseño de tareas de final abierto con secuencias de fotografías por parte de estudiantes de avanzados del profesorado de Matemática, carrera terciaria de cuatro años de duración en Uruguay.

Participaron catorce estudiantes que están cursando la asignatura Didáctica de Matemática del último año de la carrera. Esta asignatura tiene dos componentes: una teórica que se cursa en el instituto de formación docente y otra práctica: cada participante actúa como profesor a cargo de un curso anual de Matemática de enseñanza media básica (7° a 9° grado).

La formadora a cargo del curso de Didáctica de Matemática, una de las autoras del trabajo, presentó la perspectiva de Bragg y Nicol (2011), ilustró con algunos ejemplos extraídos de Ochoviet (2018) y para el caso particular de problema de final abierto con secuencias de fotografías, presentó como ejemplo la siguiente tarea:

Llovió un rato como muestra la fotografía (1) y luego pasaron horas con una lluvia como la que muestra la fotografía (2).

¿Puedes realizar una gráfica que muestre cómo varió la altura que se alcanzó en el pluviómetro en función del tiempo?

¿Todos los compañeros dibujaron la misma gráfica?

¿Qué características seguramente están presentes en todas las gráficas elaboradas por los compañeros?

Figura 1 – Secuencia de fotos en tarea ejemplo sobre flor y lluvia



Fotografía (1)



Fotografía (2)

Fuente: Ochoviet y Vitabar (2014, p. 54).

Luego, se solicitó a los futuros profesores que, en un plazo de una semana, trabajando de manera individual o en duplas, diseñaran un problema de final abierto con secuencia de fotografías en el que la función de las fotos fuera interactiva. Se obtuvo un total de doce tareas diseñadas, algunas en forma individual y otras en duplas. Las tareas fueron presentadas por los estudiantes de profesorado en clase.

Algunos resultados

A continuación, presentamos algunos casos con el fin de ilustrar fortalezas y debilidades detectadas en los procesos de diseño por parte de los futuros profesores de matemática.

El caso de Leticia

Esta futura profesora seleccionó una secuencia de cuatro fotografías que muestran la variación del follaje y la floración de un árbol en las cuatro estaciones. A partir de ella diseñó la siguiente tarea.

Figura 2 – Secuencia de fotos en la tarea de Leticia: árbol en cuatro estaciones



Fuente: Fortuño (2019, en línea).

Durante un año, un árbol sufrió transformaciones, floreció y luego se le cayeron las hojas.

¿Puedes realizar una gráfica que muestre cómo varía la masa de follaje del árbol en kilogramos a medida que pasa el tiempo?

¿Puedes mencionar árboles que cumplan el mismo ciclo que el de la secuencia de imágenes? ¿Y árboles que no lo cumplan?

En el trabajo con funciones es importante el tratamiento o la conversión entre diferentes registros de representación semiótica (DUVAL, 1996; GUZMÁN, 1998) para, fundamentalmente, aprender a cambiar de registro y para distinguir el objeto de su representación. En el trabajo de aula se jerarquiza, en general, el pasaje de la expresión analítica a la representación gráfica, mientras que otras transiciones entre los registros gráfico, tabular, verbal y analítico, son menos solicitadas a los estudiantes. Por su parte, el *Shell Centre for Mathematical Education* (SCME, 1990) sitúa el foco en la transición de dibujos o de textos a

la representación gráfica. En el caso que se presenta aparece una transformación distinta (aunque con puntos de contacto con el caso de la transición de dibujos a gráficas) que es la del lenguaje de las imágenes al lenguaje gráfico.

Esta tarea está pensada para la enseñanza media básica. El objetivo no es identificar el modelo matemático para la situación a partir de su expresión analítica sino pensar en intervalos de crecimiento o decrecimiento, máximos, mínimos, puntos de inflexión que puedan dar cuenta del fenómeno a través de la relación entre dos variables (aunque no numéricamente, pues la fotografía no permite obtener datos de ese tipo) y dar cuenta de esto a través de una gráfica.

Sí es posible agregar información o supuestos. Por ejemplo, pensar en un tipo de árbol en particular dado que la fotografía no informa qué árbol es, pero sí en qué estaciones se desarrolla o pierde follaje y además florece. Los estudiantes podrían, entonces, modelar la situación propuesta con un tipo de árbol específico, para luego modelar matemáticamente la situación. El primer eslabón del proceso es la búsqueda de un modelo biológico-físico que pueda ser asimilado al de las fotografías y luego, bajo ese supuesto y ya con información más concreta, modelar la situación a través de una gráfica.

Cabe destacar que, dado que existen diferentes especies de árboles y que la variación en el follaje o floración a lo largo del año es diferente, las fotografías son indispensables para resolver la tarea. Aun siendo que en el enunciado hable sobre las transformaciones, la secuencia de imágenes aporta información sobre la magnitud de la masa de follaje. Es decir que el rol de la fotografía es interactivo.

Después de un trabajo individual o en duplas, se puede pedir a los estudiantes que colectivicen sus producciones. A partir de las distintas gráficas obtenidas en el aula se podrán abstraer características comunes de los gráficos aún en ausencia de números concretos.

Esta tarea permite coordinar el trabajo con otras asignaturas como Biología y Geografía, por ejemplo.

El caso de Amalia

Esta futura profesora seleccionó una secuencia de nueve fotografías que muestran un atardecer en Zimbabwe y diseñó la siguiente tarea.

Figura 3 – Secuencia de fotos en la tarea de Amalia: atardecer en Zimbabwe



Fuente: Lowenstein (2017, en línea)

Las fotografías muestran el cielo de Zimbabwe, ¿en qué momento del día crees que fueron tomadas?

¿Puedes realizar una gráfica que represente la altura del sol a medida que transcurre el tiempo?

En este caso se solicita elaborar una gráfica que relacione el tiempo con la altura del sol, pero se hace necesario preguntarse: ¿altura del sol respecto de qué? La propuesta parecería invitar a pensar que la autora está considerando a la Tierra como un plano. Se le preguntó a la futura profesora a qué altura se refería y contestó que pensó en la altura del sol respecto del borde inferior de la fotografía. Pero esto tampoco es consistente porque es detectable fácilmente que el borde inferior de la fotografía varía entre las fotos. Si se toma como punto de referencia la vegetación que aparece –o no– en el inferior, se pueden identificar diferencias.

Se considera que de proponer esta tarea a estudiantes del nivel medio se les estaría induciendo a error. De ahí la necesaria reflexión acerca de la pertinencia de los contextos al intentar llevar problemas del mundo circundante a los estudiantes. Aun cuando el atardecer es algo real, se entiende que la formulación de la pregunta no es ni física ni matemáticamente pertinente.

Por otro lado, aun siendo que la pregunta fuera pertinente, la secuencia de fotos se presenta a modo ilustrativo, ya que cualquier estudiante de enseñanza media conoce el movimiento aparente del sol al atardecer, por lo que podría elaborar el gráfico solicitado sin usar las fotografías.

El caso de Esteban

Este futuro profesor seleccionó una secuencia de dos fotografías que muestran el desarrollo arquitectónico de Hong Kong y diseñó la siguiente tarea a partir de ella.

Figura 4 – Secuencia de fotos en la tarea de Esteban: crecimiento demográfico en Hong Kong



Fuente: Johnson (2016, en línea)

A partir de mediados del siglo pasado, Hong Kong ha crecido demográficamente de forma abrupta, la siguiente imagen es prueba de ello. Presenta el gráfico de una función que pudiera describir la variación en la población de Hong Kong a través de los últimos 73 años.

En este diseño las fotografías tienen un rol ilustrativo pues del enunciado se infiere el crecimiento de la población en los últimos 73 años. Entonces, ¿cuál es el rol de estas imágenes? Solamente ilustrar lo que ya informa el texto que acompaña las fotografías. Además, no aportan información sustantiva que permita obtener datos acerca de la naturaleza del crecimiento que se solicita graficar.

Esta misma situación se presentó en otras tareas, por ejemplo, una vinculada con el consumo de una vela cuando está prendida, situación conocida por los estudiantes sin necesidad de visualizar las fotografías de una vela encendida en distintos momentos.

Conclusiones

En este trabajo reportamos un tipo de tareas que puede resultar novedoso: tareas diseñadas a partir de secuencias de fotografías. Se trata de tareas de final abierto en el sentido de que admiten múltiples respuestas correctas. Aún así, la comparación de diferentes respuestas en un mismo grupo puede dar lugar a una discusión sobre aspectos comunes. En los casos reportados las tareas refieren a la elaboración de gráficas, entonces la discusión colectiva puede aportar a la construcción de conocimiento relativo a signo, crecimiento, concavidad, máximos, mínimos, o puntos de inflexión de una función que modela un fenómeno ilustrado en la secuencia. También puede ser relevante distinguir las características de la función en las que pueden diferir las respuestas, por ejemplo, aspectos numéricos que no son identificables o calculables con precisión a partir de las fotografías. De esta manera pueden favorecerse procesos de tipo cualitativos, muchas veces opacados por los aspectos cuantitativos en el aula de matemáticas.

Reportamos un caso del diseño de una tarea por parte de una futura profesora de matemática que ilustra las características señaladas, el caso de Leticia. Esa tarea favorece la discusión colectiva sobre aspectos gráficos a partir de una situación que se presenta en forma de secuencia de fotografías. Es una tarea de tipo interactiva (BRAGG y NICOL, 2011) ya que las imágenes son indispensables para resolver la tarea.

Por otro lado, reportamos dos casos en los que se presentan dificultades en el diseño. En el primero de ellos, el caso de Amalia, las dificultades son de tipo contextuales: la pregunta que se realiza no es físicamente pertinente, dado que el concepto de “altura del sol” no existe. Las preguntas elaboradas por la estudiante deslizan cierta concepción terraplanista. Este caso nos invita a reflexionar sobre la importancia de generar preguntas que sean pertinentes y correctas para el contexto de la escena fotografiada. Así como en cualquier otra tarea de modelización matemática, la atención a los contextos es crucial.

La dificultad reportada en el otro caso, el de Esteban, está relacionada con el rol que se le asigna a la fotografía. Bragg y Nicol (2011) priorizan las tareas en que la fotografía cobra un papel fundamental para la resolución de la tarea. En el tipo de tareas como el que presenta

Esteban, la secuencia de fotografías no es necesaria para elaborar el gráfico, y de hecho es necesaria información adicional para generar un gráfico con información significativa. Este caso invita a reflexionar sobre la importancia de la selección de la secuencia de fotos a mostrar, así como de la o las preguntas que se realizan: por un lado, deben despertar el interés por ser respondidas y, por otro, deben ser formuladas de manera que su respuesta no sea posible sin la información visual que aportan las fotos.

Referencias

ASTORUCCI, Marcelo; BONELLO, Víctor; GIOVANNINI, Fiorella; OCHOVIET, Cristina; PADILLA, Camila. Diseño de actividades con uso de fotografía. *In*: BUENDÍA, Gabriela; MOLFINO, Verónica; OCHOVIET, Cristina (Comp.). **Estrechando Lazos entre Investigación y Formación en Matemática Educativa**: experiencias conjuntas de docentes y futuros docentes. Montevideo: Consejo de Formación en Educación, 2014. p. 51-66.

BRAGG, Leicha; NICOL, Cynthia. Seeing mathematics through a new lens: using photos in the mathematics classroom. **Australian mathematics teacher**, v. 67, n.3, p. 3-9, 2011.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano**: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, 1999.

FORTUÑO, Andrés. Imagen: Las cuatro estaciones del año. De utilización gratuita, 2019. Disponible em: <https://www.aboutespanol.com/el-jardin-y-las-4-estaciones-del-ano-2032383>. Acceso: 13 de julio de 2023.

GUZMÁN, Ismenia. Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 1, n. 1, p. 5-21, 1998.

HERGET, Wilfried; TORRES-SKOUMAL, Marlene (2007). Picture (Im)Perfect Mathematics! *In*: BLUM, Werner; GALBRAITH, Peter; HENN, Hans-Wolfgang; NISS, Mogens (Eds). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. New ICMI Study Series, v. 10. Boston: Springer, 2007, p. 379-386. DOI: 10.1007/978-0-387-29822-1_41.

JOHNSON, Jeffrey. **Imagen**: Hong Kong ‘Antes y después’. De utilización gratuita. 2016. Disponible em: <https://expansion.mx/opinion/2016/10/26/de-pueblos-a-ciudades-las-transformaciones-extremas-del-paisaje-urbano-asiatico>. Acceso: 13 de julio de 2023.

LOWENSTEIN, Peter. **Imagen**: Puesta de sol en Mutare, Zimbawe. De utilización gratuita. 2017. Disponible em: <https://www.eluniversohoy.net/la-secuencia-de-la-puesta-de-sol-en-mutare-zimbabue/>. Acceso: 13 de julio de 2023.

OCHOVIET, Cristina. Los problemas de final abierto con uso de fotografía. *In*: OCHOVIET, Cristina (Coord.). **Los problemas de final abierto**. Oportunidades de aprendizaje para todos Montevideo: Camus, 2018. p. 9-29.

OCHOVIET, Cristina; VITABAR, Fabián. **Matemática 2**. Montevideo: Losa Ediciones, 2014.

SCHMITZ, Marcos; SCHUKAJLOW, Stanislaw. Pictures in Modelling Problems: Does Numerical Information Make a Difference? *In*: LEUNG, Frederick; STILLMAN, Gloria; KAISER, Gabriele; WONG, Ka (Eds). **Mathematical Modelling Education in East and West**. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Cham: Springer, 2021, 189-199. DOI: 10.1007/978-3-030-66996-6_16

SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION (SCME). **El Lenguaje de funciones y gráficas**. Bilbao: Servicio Editorial Universidad del País Vasco, 1990.

ZASLAVSKY, Orit; SULLIVAN, Peter. **Setting the stage: A conceptual framework for examining and developing tasks for mathematics teacher education**. *In*: ZASLAVSKY, Orit; SULLIVAN, Peter. (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics*. New York: Springer, 1996. p. 1–19.

SOBRE O/AS AUTOR/AS

Cristina Ochoviet. Doctora en Matemática Educativa (CICATA, IPN México). Profesora de Matemática (IPA, Uruguay). Docente de Didáctica de la Matemática en el Consejo de Formación en Educación de Uruguay. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

Contribución de autoría: Las autoras escriben en pie de igualdad.

Verónica Molfino. Doctora en Matemática Educativa (CICATA, IPN México). Profesora de Matemática (IPA, Uruguay). Profesora de Matemática y de Didáctica de Matemática en el Consejo de Formación en Educación de Uruguay. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

Contribución de autoría: Las autoras escriben en pie de igualdad.

Como citar este artículo

OCHOVIET, Cristina; MOLFINO, Verónica. Diseño de tareas con secuencias de fotografías en la formación de profesores de matemática. **Revista Educação em Páginas**, Vitória da Conquista, v. 02, e13043, 2023. DOI: 10.22481/redupa.v2.13043