- Revista de Iniciação à Docência, v. 9, n. 1, 2024, e14648 -
ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

Navegando pelas formas: uma abordagem prática para explorar a geometria plana através da resolução de problemas

Browsing through shapes: a practical approach to exploring plane geometry through problem solving

Navegando a través de las formas: un enfoque práctico para explorar la geometría plana a través de la resolución de problemas

Grace Kelly Souza Carmo Goulart[1]
Relicler Pardim Gouveia[2]
Katiene Alves Ferreira[3]

Resumo: O estudo relata a implementação de um projeto de ensino em duas turmas de 1ª série do Ensino Médio, abordando semelhança de triângulos e o Teorema de Tales através de métodos práticos. A questão principal é como integrar recursos pedagógicos para promover uma compreensão profunda dos conceitos mencionados. A metodologia baseou-se na resolução de problemas, usando-a como ferramenta de ensino. As atividades incluíram a construção de uma pipa tetraédrica para abordar a semelhança de triângulos e a resolução de um problema sobre cálculo de altura a partir de sombras, exemplificando o Teorema de Tales. Objetivos específicos foram delineados, como relembrar características dos triângulos, identificar casos de semelhança e resolver problemas envolvendo o Teorema de Tales. O ensino foi adaptado para alunos com necessidades educacionais especiais, promovendo inclusão. Observou-se interesse nas atividades propostas, apesar de alguns desafios, e que cada etapa foi conduzida no momento adequado, embora fossem necessárias mais horas de aula ou revisão da estratégia.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Resolução de Problemas. Pipa Tetraédrica. Teorema de Tales. Semelhança de Triângulos.

Abstract: The study reports on the implementation of a teaching project in two first-year high school classes, addressing the similarity of triangles and Thales' Theorem through practical methods. The main question is how to integrate pedagogical resources to promote a deep understanding of the mentioned concepts. The methodology was based on problem-solving, using it as a teaching tool. Activities included the construction of a tetrahedral kite to address the similarity of triangles and solving a problem about calculating height from shadows, exemplifying Thales' Theorem. Specific objectives were outlined, such as recalling the characteristics of triangles, identifying cases of similarity, and solving problems involving Thales' Theorem. The teaching was adapted for students with special educational needs, promoting inclusion. Interest in the proposed activities was observed, despite some challenges, and each stage was conducted at the appropriate time, although more class hours or a review of the strategy were needed.

[1] Mestra em Matemática pela Universidade de Brasília (UNB). Professora do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Jataí (UFJ), Jataí, Goiás, Brasil. Endereço para correspondência: BR 364, km 195, nº 3800 Jataí, GO, Brasil, CEP: 75801-615. E-mail: grace_kelly@ufj.edu.br

[2] Doutor em Ciências: Educação e Saúde na Infância e na Adolescência pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Professor do Curso de Licenciatura em Matemática na da Universidade Federal de Jataí (UFJ) Jataí, Goiás, Brasil. Endereço para correspondência: BR 364, km 195, nº 3800 Jataí, GO, Brasil, CEP: 75801-615. E-mail: reliclerpardim@gmail.com

[3] Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Jataí (UFJ), Jataí, Goiás, Brasil. E-mail: katienealvesferreira@gmail.com

Keywords: Geometry Teaching. Problem Solving. Tetrahedral Kite. Thales' Theorem. Triangle Similarity.

Resumen: El estudio relata la implementación de un proyecto de enseñanza en dos clases de primer año de la escuela secundaria, abordando la semejanza de triángulos y el Teorema de Tales a través de métodos prácticos. La cuestión principal es cómo integrar recursos pedagógicos para promover una comprensión profunda de los conceptos mencionados. La metodología se basó en la resolución de problemas, utilizándola como herramienta de enseñanza. Las actividades incluyeron la construcción de una cometa tetraédrica para abordar la semejanza de triángulos y la resolución de un problema sobre el cálculo de altura a partir de sombras, ejemplificando el Teorema de Tales. Se delinearon objetivos específicos, como recordar características de los triángulos, identificar casos de semejanza y resolver problemas que involucren el Teorema de Tales. La enseñanza se adaptó para estudiantes con necesidades educativas especiales, promoviendo la inclusión. Se observó interés en las actividades propuestas, a pesar de algunos desafíos, y que cada etapa se llevó a cabo en el momento adecuado, aunque fueron necesarias más horas de clase o una revisión de la estrategia.

Palabras clave: Enseñanza de geometria. Resolución de problemas. Cometa tetraédrica. Teorema de Tales. Similitud de triángulos.

Considerações iniciais

Este trabalho destaca as aplicações práticas de um projeto de ensino e aprendizagem desenvolvido durante o Estágio Supervisionado II, na Universidade Federal de Jataí, curso de Licenciatura em Matemática. O estágio tem como objetivo integrar teoria e prática, proporcionando ao licenciando o desenvolvimento profissional necessário para sua futura atuação. De acordo com Bernardy e Paz (2012), o Estágio Supervisionado é fundamental para consolidar a formação profissional, permitindo aos alunos desenvolverem seus conhecimentos teóricos na prática. Durante o estágio, os estudantes enfrentam desafios reais, adquirem habilidades essenciais e aprendem a tomar decisões autônomas e responsáveis. Nesse processo, o acompanhamento do educador supervisor é muito relevante, fornecendo orientação e estimulando uma reflexão crítica sobre a prática, contribuindo assim para o amadurecimento pessoal e profissional do estudante, futuro professor.

Uma vez que o Estágio Supervisionado proporciona aos estudantes de licenciatura e futuros professores ter o primeiro contato com alunos e práticas pedagógicas, como afirmam Linhares *et al*. (2014), ele permite a observação, a participação e a regência, levando-os a refletir e planejar futuras ações pedagógicas. Sendo assim, o objetivo deste texto é destacar a importância do estágio na formação inicial de professores, além de apresentar os resultados obtidos durante esse período e como ele influenciou a formação e a prática profissional na qualidade de professor de matemática.

O conhecimento matemático tem sido historicamente construído com base em dois tipos principais de motivações. Primeiramente, há as motivações externas, que surgem das necessidades humanas derivadas da interação com a natureza, bem como das práticas sociais e culturais. Em segundo lugar, há as motivações internas, impulsionadas pelo próprio processo de sistematização e registro das ideias matemáticas (Santos, 2014).

A formação matemática é uma parte essencial do processo educacional dos alunos, ocorrendo por meio de diversas atividades e práticas pedagógicas interligadas com diferentes áreas do conhecimento. Segundo Santos (2014), o ensino da matemática na escola tem uma finalidade específica que abrange dois objetivos principais: i) o desenvolvimento do pensamento e raciocínio lógico-matemático e ii) a aquisição de habilidades para a leitura, a interpretação e a compreensão de situações cotidianas que envolvem a disciplina.

Muito embora a aprendizagem matemática seja um processo contínuo, não apenas um mero acúmulo de informações, a prática do seu ensino nas escolas em geral não explora plenamente suas potencialidades, resultando em dificuldades de aprendizado e baixos índices de proficiência nas avaliações institucionais. Isso contribui para a percepção da matemática como uma disciplina difícil e reservada apenas para aqueles com uma aptidão natural para cálculos (Fonseca, 1995).

Um dos principais desafios enfrentados pelo professor de matemática na educação básica é articular os aspectos conceituais e semânticos da disciplina com sua linguagem e regras, a fim de promover a aprendizagem significativa dos alunos (Santos, 2014). Portanto, é necessário repensar a organização sistêmica da educação para oferecer oportunidades de aprendizagem que minimizem as frustrações dos alunos e ajudem a superar as dificuldades no processo de aprendizagem.

Nesse sentido, focamos trabalhar com os alunos para promover maior interação e aprendizagem da matemática, partindo-se da questão: como é possível integrar de maneira efetiva recursos pedagógicos para promover uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos de Semelhança de Triângulos e do Teorema de Tales, visando aprimorar o processo de aprendizagem dos estudantes? Esta pesquisa busca desenvolver materiais concretos e propor a resolução de problemas como recurso pedagógico relevante para a compreensão desses conceitos. O objetivo central é integrar esses recursos pedagógicos de maneira efetiva, promovendo uma compreensão mais profunda e significativa dos temas, visando aprimorar o processo de aprendizagem dos estudantes.

Fundamentação teórica

Após diálogos com a Professora Supervisora e Orientadora deste estudo, optamos por incorporar a metodologia de ensino da Geometria Plana por meio da resolução de problemas, reconhecida nos últimos anos por sua eficácia no aprimoramento do ensino e do aprendizado da matemática. Essa abordagem desafia os alunos a pensarem, interpretarem e criarem estratégias de resolução, promovendo um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos.

Segundo Lester e Cai (2015), é essencial criar um ambiente de aprendizagem por meio de interações sociais durante a resolução de problemas, quando os alunos apresentam diversas soluções, aprendendo matemática por meio de discussões e negociação de significados. A resolução de problemas é reconhecida como uma metodologia ativa por sua capacidade de envolver os alunos no processo de aprendizagem (Valente, 2018). Metodologias ativas buscam criar ambientes, nos quais os alunos sejam protagonistas de sua própria aprendizagem, desenvolvendo entendimento, habilidades críticas e reflexivas, além de promover interações sociais e valores pessoais.

Há três modos distintos de desenvolver essa metodologia, conforme Schroeder e Lester (1989): ensinar sobre resolução de problemas, ensinar matemática para resolver problemas e ensinar matemática por meio da resolução de problemas. O professor determina o modo de execução mais adequado para sua turma, diferenciando cada um deles com base nos objetivos de aprendizagem.

De acordo com Santos-Wagner (2008), ensinar a resolver problemas consiste em trabalhar estratégias, atribuindo como caminho o uso das quatro fases de resolução de Polya (1995), que incluem: entender o problema, planejar e implementar ações, tentar soluções e verificar a resposta. O ensino por meio da resolução de problemas visa desenvolver a matemática em situações escolares ou cotidianas.

Autores como Andrade (1998), Ravagnani e Marques (2017), Mandarino (2002), Onuchic (1999) e Carvalho (1994) destacam a importância dessa abordagem. Ao apresentar problemas desafiadores, busca-se estimular a curiosidade dos alunos e promover a aprendizagem por meio da experiência, incentivando-os a descobrir métodos e resolver problemas de forma criativa. Essa metodologia os desafia não apenas a resolver problemas, mas também a explorar a criatividade deles e desenvolver estratégias de resolução.

Onuchic (2012, p.12-14) propõe um roteiro essencial do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - GTERP, visando orientar os professores. Os passos incluem: 1) Preparação do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observação e incentivo; 6) Registro das resoluções na lousa; 7) Plenária; 8) Busca de consenso; 9) Formalização do conteúdo. Esse roteiro, vital para os alunos, destaca que a matemática transcende a simples memorização de fórmulas, permitindo aos estudantes não apenas descobrir diferentes abordagens para um mesmo resultado, mas assumir o controle de sua própria aprendizagem.

No caso deste estudo, a área de conhecimento a ser trabalhada é a Geometria, mais precisamente os conteúdos: Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales. A escolha do conteúdo procedeu-se de acordo com diálogos com a Professora Supervisora e a Orientadora, durante a elaboração e escrita do Projeto de Ensino e Aprendizagem, seguindo os conteúdos pré-programados para serem trabalhados nas turmas de 1.ª série do Ensino Médio no decorrer dos primeiros bimestres 2022.

Optamos por esses conteúdos devido à sua capacidade de criar situações-problema e oferecer diversas abordagens contextuais, o que desperta interesse. Fernandes *et al.* (2009 *apud* Holanda, 2020) reiteram a relevância de contextualizar o ensino da geometria nas aulas de matemática, enfatizando a necessidade de fundamentos sólidos para facilitar a compreensão dos alunos.

> O “insucesso” de alguns alunos e alunas na aprendizagem da Geometria parece estar diretamente ligado à insuficiência de base em assuntos anteriores o que leva mais uma vez, a questão da contextualização: se o/a aluno/a não consegue relacionar a informação recebida com algo real, fica difícil esta chegar a ser construída cognitivamente (Fernandes *et al.*, 2009, p. 2 *apud* Holanda, 2020, p. 118, grifo do autor).

Em sendo assim, uma vez que estudar Geometria facilita compreender o mundo ao nosso redor, isso deve acontecer de uma maneira que desperte o interesse dos alunos em aprendê-la. As Competências Específicas de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio enfatizam a aplicação de conceitos e procedimentos matemáticos em diversos contextos, tais como Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística. A BNCC (Brasil, 2018) destaca a importância de resolver problemas de forma consistente e analisar a adequação das soluções propostas. Situações-problema são valorizadas como ferramentas para desenvolver o pensamento matemático e compreender conceitos geométricos fundamentais, ressaltando a percepção de semelhanças e diferenças como essencial para a aprendizagem de desse conteúdo.

Entender o Teorema de Tales é fundamental para desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Então, para tal, cumpre propor a criação de situações-problema que apliquem esse teorema, contextualizando-a com situações do cotidiano. Um exemplo disso é a utilização de técnicas históricas, como a de Eratóstenes para calcular distâncias inacessíveis. Essas situações incentivam os estudantes a aprofundar seus conhecimentos em Geometria, aplicando conceitos como circunferências, ângulos e paralelismo, e técnicas como o Teorema de Tales e a semelhança de triângulos. Esses métodos têm aplicações práticas, como medir a altura de um edifício com base na sombra projetada ou calcular a distância entre objetos separados por um obstáculo.

O objetivo do projeto de ensino e aprendizagem – ensinar Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales de forma prática, empregando materiais concretos e solucionando problemas do dia a dia dos alunos – foi atingido, ao serem exploradas questões pertinentes aos temas, visando entender suas características. O ambiente educacional foi ajustado para atender às demandas de todos os participantes, conforme será explicado posteriormente.

Procedimentos metodológicos

Diante do contexto escolar, e a partir de conversas com a Professora Supervisora

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

e Orientadora deste projeto, optamos por realizar uma pesquisa do tipo qualitativa, pois, como destacado por Godoy (1995, p. 21), "não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques". A metodologia do estudo se baseia na Resolução de Problemas, a qual, nos últimos anos, de acordo com pesquisas, vem ganhando espaço no processo de ensino e aprendizagem de matemática, isso porque desafia o aluno a pensar, interpretar o problema, criar estratégias de resolução, entre outras ações que são fundamentais no ensino de conceitos matemáticos.

O projeto teve duração de 32 horas/aula[4], divididas em duas turmas do 1.º ano do Ensino Médio, com um total aproximado de 70 alunos, da rede estadual de educação, do município de Jataí – GO. Ao todo foram desenvolvidas um total de 16 horas/aula, em cada turma, ocorrendo simultaneamente.

Na primeira aula, houve a apresentação do projeto e a descrição da proposta, sem detalhar as atividades, seguida por uma avaliação diagnóstica sobre Geometria, realizada através de uma "caixinha de perguntas"[5] com quatro questões, abertas e de múltipla escolha. Nas duas aulas seguintes (segunda e terceira aula), os alunos realizaram a primeira etapa da construção de uma pipa tetraédrica, utilizando materiais acessíveis. O objetivo era utilizar materiais concretos para promover o aprendizado de Geometria, incentivando a visualização, a interpretação e a identificação de figuras e conceitos geométricos. Isso incluía discutir as semelhanças entre os triângulos presentes na pipa por meio de perguntas orientadas.

Os alunos foram divididos em grupos de quatro ou cinco integrantes para esta construção. Os materiais utilizados foram canudos de tamanho igual, carretel de linha, papel de seda, cartolina, fita dupla face, tesoura e palito de madeira. Durante esta etapa, os grupos seguiram instruções estruturadas nos seguintes passos:

> *Passo 1: Cortar os canudos ao meio.*
>
> *Passo 2: Passar a linha a cada seis canudos, seguindo os passos da professora e ilustrado na imagem apresentada na projeção do datashow.*
>
> *Passo 3: Puxar as pontas da linha, formando um tetraedro.*
>
> *Passo 4: Repetir o processo quatro vezes, formando quatro tetraedros.*

Durante a aula, revisamos conceitos geométricos, como o triângulo equilátero e suas propriedades, e a figura geométrica formada pelas células da pipa. Reforçamos conceitos fundamentais para avançarmos no aprendizado. Na quarta aula, os alunos retomaram os grupos para a etapa 2 da construção da pipa tetraédrica, planejada para duas aulas, mas concluída em uma. Propusemos os seguintes passos:

---

[4] Cada aula tem a duração de 45 minutos. Ao todo foram 32 aulas de 45 minutos.

[5] Em uma caixinha, colocamos questões selecionadas, envolvendo a Geometria, com as quais os alunos já tiveram oportunidades de ter contato. Sobre o enunciado dessas questões, discutiremos mais à frente na seção de análise de dados e discussão de resultados.

> *Passo 1: Em uma cartolina, fazer um molde. Este molde será a metade de um triângulo equilátero com o lado medindo o tamanho dos canudos depois de cortados, com uma borda para colar.*
>
> *Passo 2: Dobrar o papel seda em quatro partes, colocar o molde sobre o papel seda e recortar.*
>
> *Passo 3: Repetir o processo quatro vezes, recortando os quatro papéis.*
>
> *Passo 4: Abrir o papel seda, recortar pedaços de fita e colar nas bordas e no meio como na ilustração apresentada na projeção do datashow.*

Nessa aula, montamos a pipa, começando com a construção de um triângulo equilátero e um triângulo retângulo, ambos derivados da metade de um triângulo equilátero inicial. Usamos régua e compasso fornecidos pelo colégio. Na quinta aula, os alunos retomaram em grupos para a etapa 3 da construção da pipa tetraédrica, seguindo estes passos:

> *Passo 1: Colocar uma das arestas de um dos tetraedros em cima da fita do meio do papel seda, de modo que parte dela fique sobre uma das metades do papel.*
> *Passo 2: Dobrar as abas com fita adesiva para colagem e repetir o procedimento para o outro lado do tetraedro e do papel; (a ideia é construir algo parecido com uma asa-delta).*
> *Passo 3: Repetir o processo quatro vezes, encapando os quatro tetraedros com o papel seda.*

Durante a aula, alguns alunos enfrentaram dificuldades, ao manusear a fita dupla face (previamente cortada), e como resultado, foi necessário substituir alguns papéis de seda que se rasgaram, conforme previsto. Contudo, logo se adaptaram ao uso do material. Conforme estipulado no projeto, uma aula foi destinada à montagem das células. Entretanto, à medida que os grupos concluíam o processo de revestimento, orientamo-los a prosseguirem com a montagem das pipas, conforme segue:

> *Passo 1: Amarrar as linhas que sobraram nos vértices, observando para que todos os tetraedros fiquem para o mesmo lado, como indicado na figura projetada pelo datashow.*
> *Passo 2: Finalizar a pipa com o cabresto/ estirante.*

Após construir a pipa, analisamos os triângulos formados, tanto pequenos quanto grandes, buscando relações entre seus lados e ângulos. Cada grupo criou uma pipa com quatro tetraedros e depois montamos uma maior, com mais triângulos. Em seguida, comparamos e discutimos as relações, como mostrado na Figura 1.

Figura 1: Dimensões da pipa tetraédrica

Fonte: Clubes de Matemática da OBMEP (2019), adaptado pelos autores

Durante a discussão em grupo, os alunos notaram padrões nas pipas que construímos: as de quatro células tinham o dobro de arestas das de uma célula, todas compostas por triângulos equiláteros. Esse padrão se repetiu, ao compararmos pipas de 4 e 16 células. Além disso, todos os triângulos nas pipas tinham ângulos de 60° devido à sua natureza equilátera. Essas observações introduziram o conceito de semelhança de triângulos, aplicável a qualquer triângulo. Planejamos duas aulas para ensinar esses conceitos, mas acabamos usando mais tempo: cinco aulas para uma turma e quatro para outra, devido à necessidade de fornecer explicação, exemplos e atividades. Houve atividades complementares, mas apenas uma turma as completou. Para avaliação, dedicamos uma aula extra à revisão dos cadernos, seguindo os critérios da professora supervisora.

Na décima aula, os alunos foram divididos em grupos e apresentados a uma questão de pesquisa – calcular a altura de um edifício a partir do comprimento de sua sombra – adaptada à rotina deles. Após discussões em grupo e pesquisa via celular, foram feitas perguntas provocativas para estimular a investigação sobre os métodos matemáticos utilizados historicamente para resolver problemas semelhantes. Essa atividade buscou promover o espírito investigativo, conectando passado e presente.

Depois, fizeram uso do Teorema de Tales em seus grupos, valendo-se do conhecimento adquirido na pesquisa, com orientação. Originalmente, estava previsto que cada grupo apresentaria sua resolução e participaria de um debate para corrigir as respostas, mas isso não ocorreu devido à falta de tempo. Em vez disso, realizamos uma análise dos problemas, sua história na matemática e as resoluções propostas, seguido pela introdução do Teorema de Tales e suas aplicações, destacando sua relação com a semelhança de triângulos e sua importância histórica. A última aula consistiu em um simulado sobre Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales para avaliar a compreensão dos alunos, levando em consideração suas anotações, resoluções e participação.

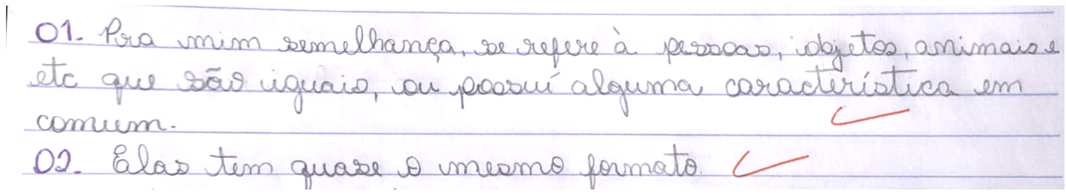
Análise dos dados e discussão dos resultados

Avaliação diagnóstica sobre geometria

Nessa atividade, a maioria dos alunos das turmas conseguiu responder às Questões 1 e 2, seguindo suas ideias intuitivas, como indicado na Figura 2:

Figura 2: Resolução do aluno A33.

1) Para você, o que significa semelhança? (pode pensar em quaisquer elementos para imaginar uma situação de semelhança, como pessoas, animais, objetos, figuras, etc.)
2) Dadas as duas figuras abaixo, o que você identifica em comum entre elas?


01. Pra mim semelhança, se refere à pessoas, objetos, animais e etc que são iguais, ou possuí alguma característica em comum.
02. Elas tem quase o mesmo formato

Fonte: Acervo dos autores.

Conforme demonstrado na Figura 2, o aluno A33 conseguiu expressar sua compreensão de semelhança, exemplificando com pessoas, animais e objetos que deveriam compartilhar uma característica em comum. Além disso, identificou que os dois objetos ilustrados na Questão 2 têm "o mesmo formato".

Por sua vez, o aluno B32 respondeu, na Questão 1: "*Semelhança pra mim são situações diferentes de outras pessoas tipo pessoas, animais, objetos, figuras e etc.*". Observe que este aluno não conseguiu expressar corretamente a ideia de semelhança, além disso, sua resposta não apresentou coerência textual.

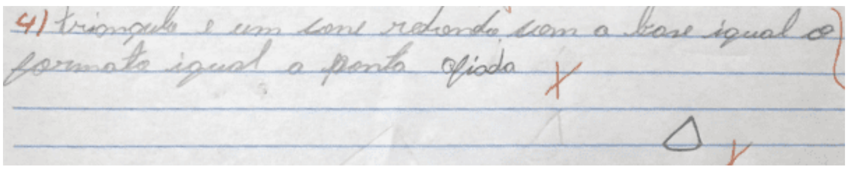
Após coletar todas as resoluções, foi feito um debate em que foi questionado se os formatos dos dois objetos eram "totalmente iguais", como afirmado por alguns. Neste momento, houve quem respondesse: "*Não, um deles está sem a ponta*". Apenas na turma A, os alunos conseguiram recordar que "*Uma das figuras é um cone e a outra é um tronco de cone*", conforme afirmado por um dos alunos.

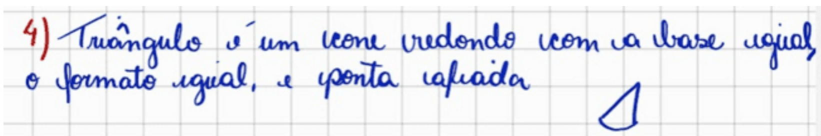
Na Questão 3, ao serem solicitados a marcar a alternativa correta sobre o conceito de ângulo, os alunos da Turma B, em sua maioria, confundiram a definição de ângulo com a de perímetro.

Na Questão 4, alguns alunos, incluindo o B19, confundiram a definição de triângulo e a de cone, conforme demonstrado na Figura 3.

Figura 3: Resolução do aluno B19.

4) Explique com suas palavras o que é um triângulo e desenhe um exemplo.


4) triângulo é um cone redondo com a base igual o formato igual a ponta afiada


4) Triângulo é um cone redondo com a base igual o formato igual, e ponta afiada

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

Fonte: Acervo dos autores.

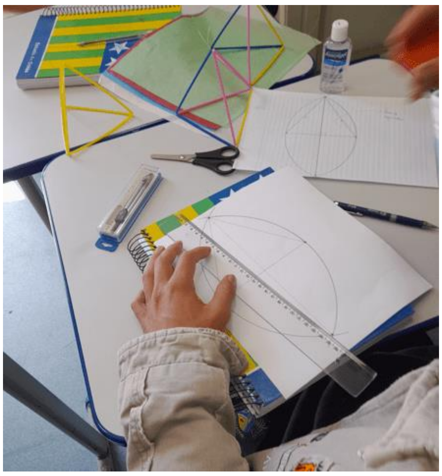
Nessa questão, os alunos compararam um cone redondo com um triângulo, sugerindo que ambos têm o mesmo formato de base e ponta afiada. No entanto, percebemos que alguns estudantes não conseguiram diferenciar geometricamente um cone de um triângulo (figura espacial e plana). Um aluno comparou o triângulo a um chapeuzinho de aniversário de criança, desenhando o cone de forma semelhante. Essa análise revela um déficit na visualização e na compreensão geométrica, bem como na habilidade de identificar, relacionar e distinguir figuras geométricas espaciais e planas.

Pipa tetraédrica

Os alunos foram divididos em grupos para construir uma pipa, seguindo as etapas da construção geométrica. Apesar de enfrentarem algumas dificuldades, especialmente ao passar a linha pelos canudos, mostraram-se motivados a repetir até acertarem. Durante todo o processo, receberam auxílio, inclusive da professora supervisora. Após montarem o tetraedro, discutimos o nome da figura geométrica espacial formada pelos canudos. Enquanto a turma A lembrou que se tratava de um tetraedro, a turma B teve dificuldades em recordar.

Em seguida, avançaram para a construção de um triângulo equilátero, utilizando régua e compasso. A partir desse triângulo, criaram um triângulo retângulo, como ilustrado na Figura 4. Durante esse processo, revisamos os conceitos e as características dos triângulos equiláteros e retângulos.

Figura 4: Registro da construção geométrica de um triângulo retângulo

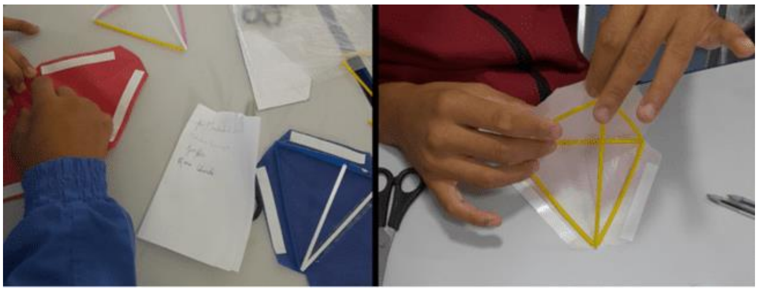


ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

Fonte: Acervo dos autores

Em seguida, os alunos criaram um molde que foi utilizado para cortar os papéis de seda e, junto com a fita dupla face, revestir as células tetraédricas feitas de canudos, conforme demonstrado na Figura 5:

Figura 5: Registro da construção da pipa tetraédrica



Fonte: Acervo dos autores

As turmas superaram desafios, ao manipular papel seda e fita dupla face, mostrando dedicação. É evidente que os alunos se engajam mais em atividades práticas. Segundo Pais (2006), o uso de materiais concretos é fundamental para desenvolver a criatividade e auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos e geométricos, úteis na resolução de problemas escolares e cotidianos. Na última etapa, montamos a pipa tetraédrica, amarrando suas células, conforme ilustrado na Figura 6.

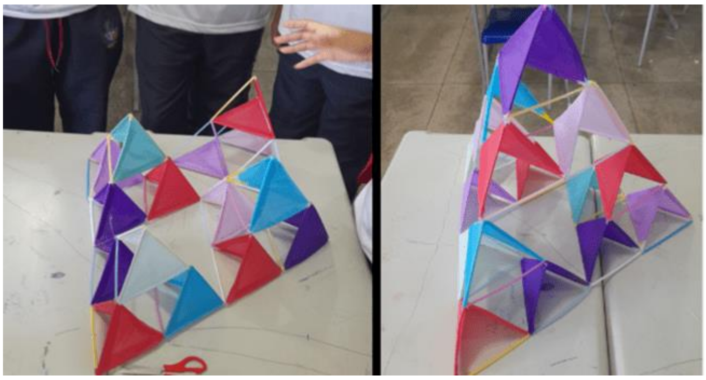
Figura 6: Registro das etapas 2 e 3 de construção da pipa tetraédrica

Fonte: Acervo dos autores

Nessa etapa, foi explicado que deveriam amarrar as células formando uma pirâmide, ou seja, com três células na base e uma acima das demais. Para finalizar, concluímos a montagem a partir do encaixe de todos os grupos, como ilustrado na Figura 7:

Figura 7: Registro da montagem da pipa tetraédrica

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648



Fonte: Acervo dos autores

Na sala de aula, os alunos discutiram sobre o que estavam montando, com a dica de que se tratava de algo relacionado à infância. Após algumas suposições, como uma pirâmide ou triângulos equiláteros, um aluno sugeriu uma pipa, que foi confirmada como sendo uma pipa tetraédrica. Questionaram se ela voava e receberam uma resposta afirmativa, sendo autorizados a tentar soltá-la após a aula.

Na aula seguinte, foram desenhados três triângulos no quadro, seguindo o padrão da pipa. A partir desses triângulos, os alunos foram questionados sobre:

Professora: *Como esse triângulo menor é classificado?*
Alunos da turma A: *Triângulo equilátero.*

Os alunos da turma B demoraram um pouco para responder, ficaram meio perdidos em lembrar as classificações, e alguns não compreenderam a pergunta, a qual foi reformulada:

Professora: *Os triângulos são nomeados a partir de suas propriedades e/ou características, quais as propriedades desse triângulo?*
- depois de um tempo…
Professora: *Qual o nome desse triângulo?*
- Os alunos ficaram "chutando" as respostas até que um deles respondeu corretamente
Alunos da turma B: *Triângulo equilátero.*

Devido à exploração de triângulos equiláteros na atividade prática com pipas, os alunos descobriram que os triângulos formados aumentavam de tamanho em uma proporção de 2 para 1. Eles previram corretamente que o próximo triângulo teria 96 unidades de medida. Além disso, compreenderam que seriam necessárias três pipas iguais à primeira para construir uma pipa maior. Ao final, entenderam o conceito de semelhança e a relação entre os lados de triângulos semelhantes, aplicando-os em um exemplo prático.

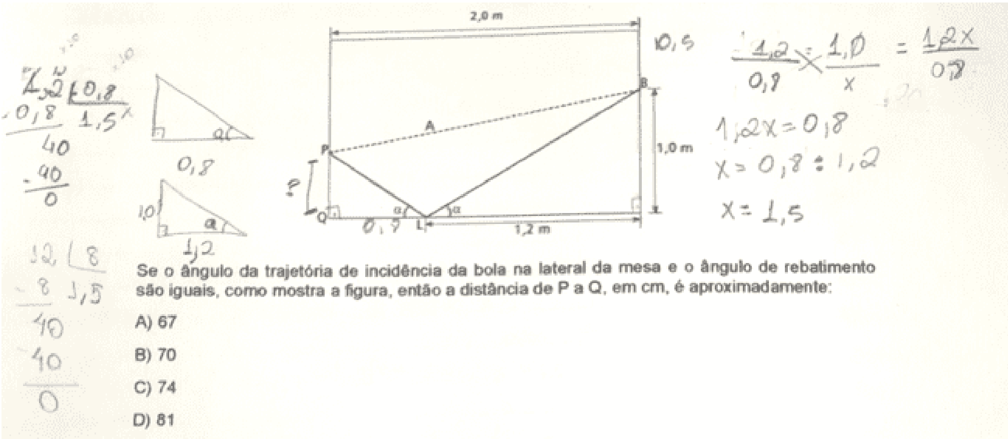
Atividade complementar

Essa atividade foi planejada para que se familiarizassem com o conteúdo e desenvolvessem os conceitos aprendidos durante a construção da pipa tetraédrica, bem como os apresentados nas últimas aulas teóricas. No entanto, a turma B não a executou conforme o esperado. Parece que os alunos não se sentiram motivados para realizar uma atividade predominantemente teórica, ao contrário do que acontecera com as atividades

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

práticas, que envolveram materiais concretos. Na Figura 8, destacam-se algumas dificuldades enfrentadas por um dos alunos:

Figura 8: Registro da atividade complementar do aluno B9

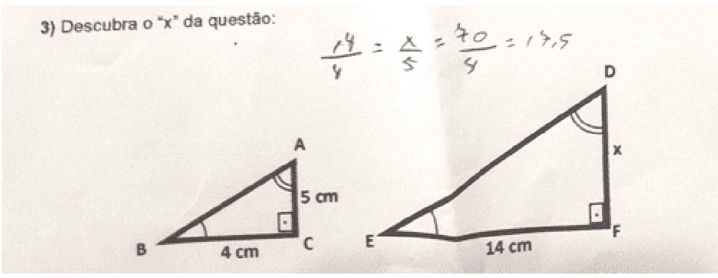


Fonte: Acervo dos autores

O aluno B9 conseguiu montar corretamente a equação, porém cometeu um erro, ao isolar o termo x ao resolver 1,2.x = 0,8. Ele dividiu 1,2 por 0,8 em vez de multiplicar pelo inverso de 1,2. Este equívoco foi notado na manipulação da equação algébrica. Os demais alunos tiveram dificuldade com cálculos envolvendo números decimais. A única resolução registrada foi a do aluno B9, visto que os outros não conseguiram completar a atividade.

Já no Exercício 3, o aluno A9, assim como os demais, conseguiu desenvolver as razões de proporcionalidade entre triângulos semelhantes, como ilustrado na Figura 9:

Figura 9: Registro da atividade complementar do aluno A9



Fonte: Acervo dos autores

Os alunos da turma A dominaram a construção da pipa tetraédrica e desenvolveram eficazmente seus conhecimentos para resolver exercícios propostos. Enquanto isso, a turma B enfrentou dificuldades, mostrando menor familiaridade com os conceitos e encontrando obstáculos na aplicação prática.

- Revista de Iniciação à Docência, v. 9, n. 1, 2024, e14648 -
ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

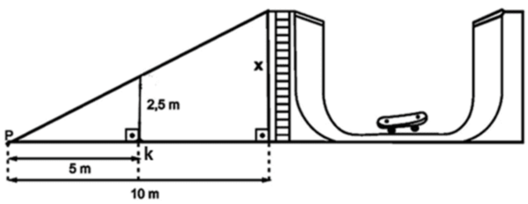
Atividade do cálculo da altura de um objeto através de sua sombra, usando o Teorema de Tales

A atividade foi elaborada com situações cotidianas e nomes dos alunos relacionados aos personagens. Os alunos seguiram comandos, começando pela pesquisa do método para calcular a altura de um objeto pela sua sombra.

Na pesquisa, muitos tiveram dificuldade em identificar, sem ajuda, métodos matemáticos e nomes de matemáticos. Alguns copiaram trechos sem revisar o conteúdo completo, resultando em problemas de cálculo devido à falta de informações. Na turma A, os alunos perceberam a falta de sentido nos cálculos e os corrigiram após intervenção. Na turma B, a maioria usou todas as aulas para a pesquisa, exceto um grupo que também resolveu o problema P4, conforme mostrado na Figura 10.

Figura 10: Registro do grupo do aluno B14

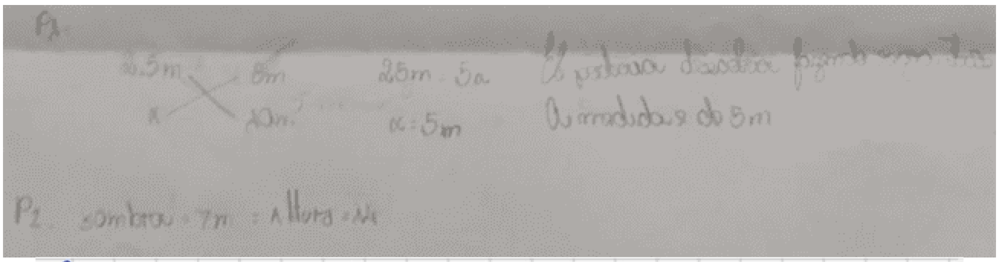
P4) Nicolas tem como hobby andar de skate nos finais de semana. Certo dia, ao chegar no parque, inspirado pelas aulas de matemática, decidiu descobrir a altura da rampa a partir das sombras. Observando o local, ele notou que próximo à rampa tem um poste com altura de 2,5 m e sua sombra medindo 5 m. Além disso, a sombra da rampa tem medida de 10m como mostra na ilustração a seguir:



Fonte:
http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/saep/matematica/saep_mat_9ef/internas/d45.html (adaptada)

Parte 1: Com base em todas as informações que Nicolas conseguiu recolher do local, como ele poderia descobrir a altura da rampa de skate? Qual a medida dessa altura?

Parte 2: Após descobrir a altura da rampa, empolgado com as descobertas, Nicolas decide calcular a altura de uma árvore próxima a rampa de skate. Sabendo que a sombra desta árvore mede 7m, qual a medida da sua altura?



P1:

2,5 m → 5 m   25m = 5x   Ela poderia descobrir

x → 10 m   x = 5m   fazendo regra de três

A medida é de 5m

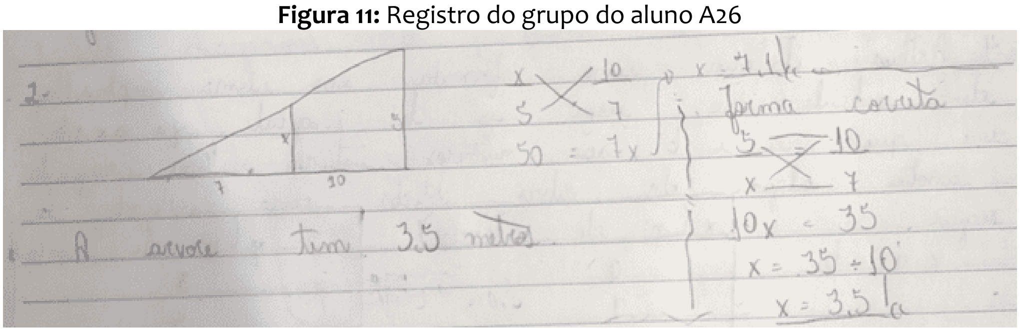
P2: Sombra = 7m   Altura = 14

Fonte: Acervo dos autores

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

Os alunos resolveram o problema utilizando regra de três, devido ao Teorema de Tales. Na parte 1 do problema, sem cálculos escritos, concluíram que se o poste tem 2,5m e sua sombra é 5m, e a rampa tem sombra de 10m (o dobro da do poste), então sua altura é 5m, o dobro da altura do poste. Essa percepção pode decorrer da construção da Pipa Tetraédrica e da análise dos triângulos contidos nela. Os cálculos, mesmo mentais, só são possíveis devido à semelhança dos triângulos. Analisemos outra situação, a resolução do problema P4 do grupo do aluno A26, conforme a Figura 11:

Figura 11: Registro do grupo do aluno A26



Fonte: Acervo dos autores

Inicialmente, o grupo evitou fazer pesquisa antes de resolver o problema, optando pela regra de três sem compreender a proporção do teorema. Após várias tentativas sem sucesso, decidiram então fazer a pesquisa. No entanto, ao montarem a equação, cometeram um erro que levou a um resultado incorreto. Após intervenção, corrigiram o erro na equação, mas a resposta final ainda estava errada devido a um equívoco na extração dos dados do problema, ou seja, resolveram corretamente com dados incorretos.

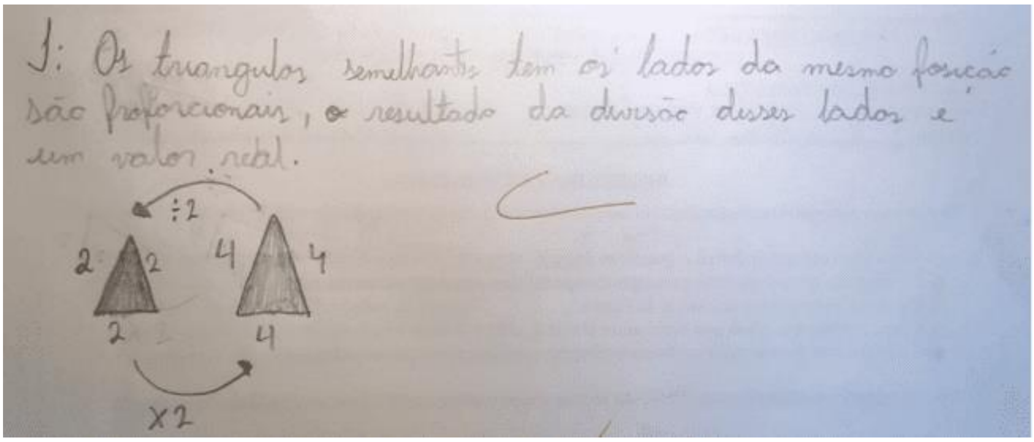
Considera-se que estas aulas foram significativas para todos aqueles que se dispuseram a aprender e a participar da proposta e, ainda, tirar dúvidas quando necessário.

Simulado avaliativo

A proposta do simulado era avaliar o aprendizado e o progresso dos alunos, analisando situações específicas. Na primeira questão, deveriam definir semelhança e explicar sua aplicação nos triângulos. A resolução do aluno A14 é vista na Figura 12.

Figura 12: Registro do simulado do aluno A14

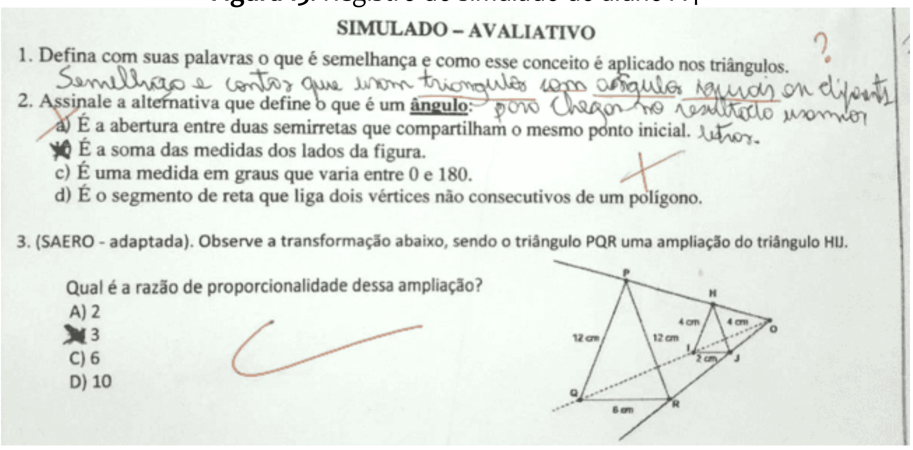
ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648



Fonte: Acervo dos autores

O aluno A14 ilustrou o conceito de semelhança aplicado em um triângulo equilátero, mostrando que a medida do lado do triângulo menor, quando multiplicada por 2, resulta na medida do lado do triângulo maior, e vice-versa, com uma razão de proporcionalidade de 1/2. No entanto, alguns alunos, como mostrado na Figura 13, ainda não conseguiram definir corretamente a semelhança e sua aplicação nos triângulos.

Figura 13: Registro do simulado do aluno A4



SIMULADO – AVALIATIVO

1. Defina com suas palavras o que é semelhança e como esse conceito é aplicado nos triângulos.

2. Assinale a alternativa que define o que é um **ângulo**:
a) É a abertura entre duas semirretas que compartilham o mesmo ponto inicial.
b) É a soma das medidas dos lados da figura.
c) É uma medida em graus que varia entre 0 e 180.
d) É o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos de um polígono.

3. (SAERO - adaptada). Observe a transformação abaixo, sendo o triângulo PQR uma ampliação do triângulo HIJ.

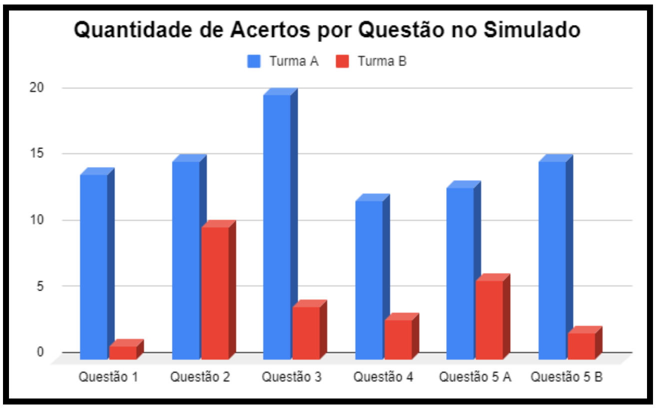
Qual é a razão de proporcionalidade dessa ampliação?
A) 2
B) 3
C) 6
D) 10

Fonte: Acervo dos autores

O aluno tentou definir o conceito com suas próprias palavras, porém sua resposta carece de coerência textual. Além disso, destaca-se que esse aluno não frequentou todas as aulas, resultando na perda de conceitos e explicações fundamentais para realizar o simulado.

As turmas A e B mostraram progresso geral no Simulado, embora a turma A tenha superado a turma B em atividades diagnósticas.

Figura 14: Acertos no Simulado



Fonte: Elaborado pelos autores

Houve uma regressão na Questão 1 devido a mudanças na formulação, afetando ambas as turmas. A turma A demonstrou maior interesse nas atividades, enquanto a turma B enfrentou desafios e houve desmotivação em atividades teóricas, mas também progrediu. Ademais, é crucial destacar a necessidade de apoio educacional para alunos com necessidades educacionais especiais, incluindo adaptação de conteúdos e apoio aos professores, além da falta de políticas públicas e formação adequada para garantir educação de qualidade para todos.

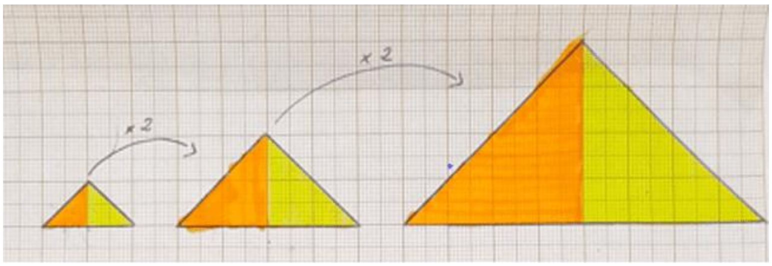
Alunos com necessidades educacionais especiais

Para garantir uma aprendizagem inclusiva e significativa, adaptamos nossas atividades para atender às diversas necessidades dos alunos, incluindo aqueles com necessidades educacionais especiais, que possui TDAH e autismo. Seguimos as diretrizes do Conselho para Crianças Excepcionais (CEC), reconhecendo a importância de considerar as limitações individuais de cada aluno. Em três aulas, exploramos conceitos de semelhança e os casos de semelhança de triângulos, introduzindo de forma flexível o Teorema de Tales. Concluímos com um simulado adaptado, garantindo uma experiência educacional abrangente e inclusiva.

Ao iniciar a primeira aula, tivemos o seguinte diálogo:
Professora: O que significa semelhança para vocês?
Inicialmente ficaram acanhados:
Aluno B5: São coisas iguais.
Nesse momento, peguei dois pincéis de quadro branco, um azul e um vermelho:
Professora: Esses dois objetos são semelhantes?
Aluno B5 e B18: Sim!
Professora: Esses pincéis são semelhantes ou iguais?
Silêncio por alguns segundos:
Aluno B5: Semelhantes.
Professora: Por que são semelhantes e não iguais?
Aluno B5: Porque se parecem, mas um é azul e o outro vermelho.
Professora: Muito bem.

Para esta aula, foi elaborado um material didático em papel quadriculado, como ilustrado na Figura 15:

Figura 15: Registro do Material Didático I para a aula flexibilizada



Fonte: Elaborado pelos autores

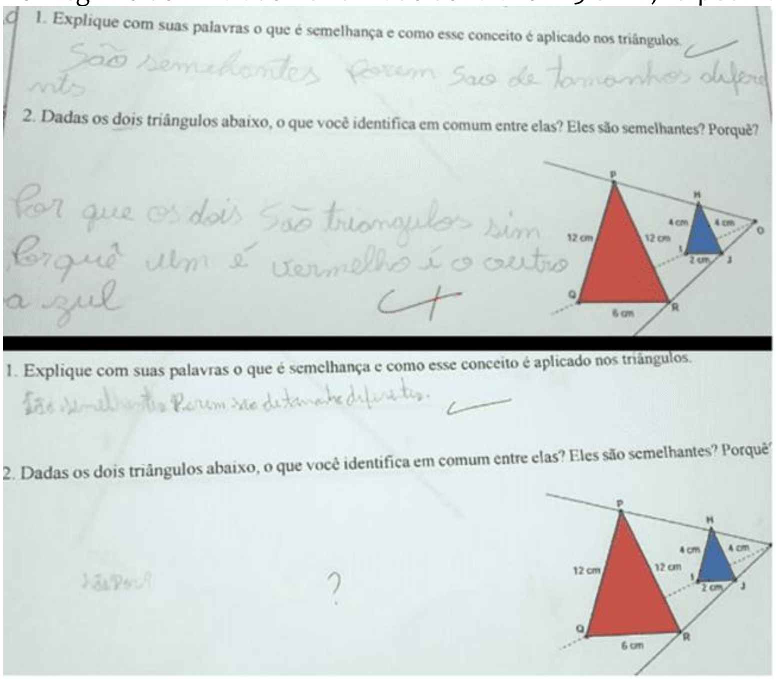
Durante a aula, usamos papel quadriculado para mostrar como os triângulos podem ser ampliados ou reduzidos, ajudando os alunos a entender a semelhança entre eles. O papel facilitou a contagem das unidades e permitiu que eles vissem as mudanças nos lados dos triângulos. Apesar das dificuldades, os alunos conseguiram acompanhar e participar ativamente. O aluno B18, com TDAH e autismo, expressou compreensão por meio de gestos. Continuamos a atividade explorando diferentes casos de semelhança entre triângulos e usando cores para destacar proporções. Isso os ajudou a entender que precisavam contar os quadrados e fazer divisões, facilitando o aprendizado. Como eles tiveram dificuldades com divisões, então usamos problemas de dividir balinhas entre colegas. Mesmo desenhando as balinhas, ainda assim encontraram dificuldades.

Na segunda aula, revisamos o material anterior e começamos a abordar o Teorema de Tales de forma simplificada, utilizando desenhos, explicações e diálogos. Apesar das dificuldades na divisão encontradas na aula anterior, os alunos conseguiram compreender o conteúdo para o simulado.

Na terceira e última aula, eles resolveram um simulado adaptado, com o suporte da professora auxiliar. Agora, faremos uma análise comparativa do desempenho dos dois alunos no simulado, começando com as duas primeiras questões (Figura 16).

- Revista de Iniciação à Docência, v. 9, n. 1, 2024, e14648 -
ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

Figura 16: Registro do simulado flexibilizado dos alunos B5 e B18, respectivamente



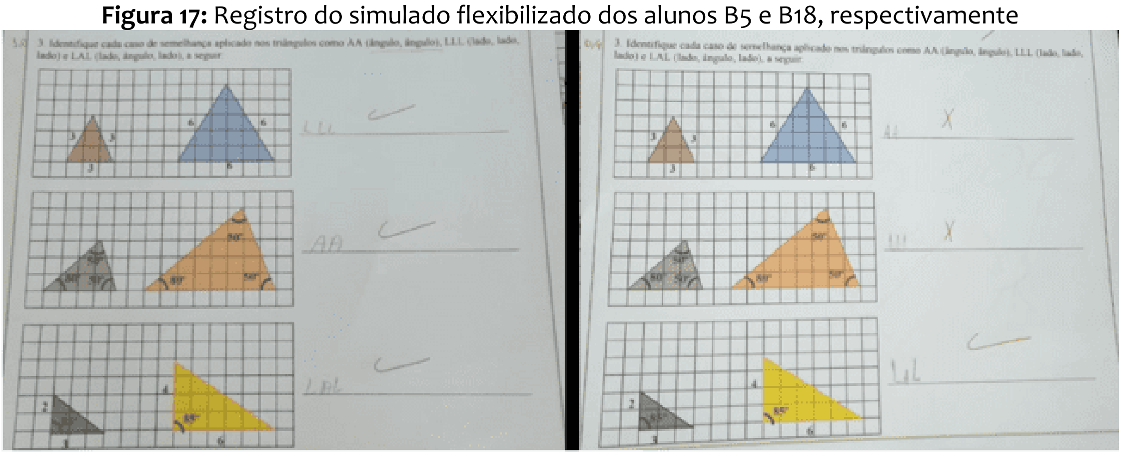
Fonte: Acervo dos autores

Na análise das respostas à Questão 1, ambos os alunos reconheceram intuitivamente a semelhança entre os triângulos como ampliação ou redução do mesmo triângulo.

Na Questão 2, apenas o aluno B5 fez uma conexão com o exemplo dos pincéis mencionado durante o debate, identificando os triângulos e suas cores. No entanto, essa informação isolada não é suficiente para afirmar que os triângulos são semelhantes; eles precisam se enquadrar em um dos três casos de semelhança.

Na Questão 3, os alunos deveriam indicar qual caso de semelhança se aplicava aos triângulos apresentados, conforme registrado nas resoluções na Figura 17.

Figura 17: Registro do simulado flexibilizado dos alunos B5 e B18, respectivamente



Fonte: Acervo dos autores

Note que o aluno B5 conseguiu relacionar corretamente todos os casos de semelhança com os triângulos apresentados, já o aluno B18 apresentou bastante dificuldade. No entanto, optamos por não intervir na resolução, para não invalidar os

ISSN 2525-4332 – DOI: 10.22481/riduesb.v9i1.14648

resultados obtidos na aplicação.

Por fim, a última questão envolvia o Teorema de Tales, trabalhado de modo aparente. Ficou evidente a dificuldade dos alunos com a divisão. De uma forma geral, apesar das dificuldades e das necessidades educacionais especiais, os resultados das atividades foram positivos e eles demonstraram vontade de aprender, desde que o professor adapte o ensino às suas potencialidades.

Considerações finais

Este projeto teve como objetivo instruir os alunos nos conceitos fundamentais de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales, valendo-se da utilização de materiais concretos e da resolução de problemas como estratégias pedagógicas. Através das diversas aplicações desenvolvidas, procuramos criar um ambiente de aprendizagem interativo, lúdico e enriquecedor, considerando meticulosamente todos os elementos pertinentes ao processo educacional.

Durante o desenvolvimento das atividades, observamos que os estudantes que se mostraram engajados com as atividades desfrutaram plenamente da profundidade proporcionada por este trabalho no contexto escolar. As atividades propostas incentivaram a participação ativa e a colaboração entre os alunos, promovendo um aprendizado significativo e duradouro.

Ademais, as aplicações realizadas foram significativas para todos os envolvidos, uma vez que os alunos demonstraram, por meio de suas atividades e participações em sala de aula, a eficácia na consecução dos objetivos de aprendizagem propostos. Foi evidente a evolução no entendimento dos conceitos de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales, refletida nas avaliações e na resolução de problemas práticos.

Este projeto proporcionou aos alunos um imenso prazer em sua execução, ao explorar materiais concretos e construções geométricas, áreas de suma importância e interesse, enriquecendo a experiência docente. A interação direta com os materiais concretos não apenas facilitou a compreensão dos conceitos, mas também aumentou o interesse e a motivação deles.

A metodologia adotada para as aplicações superou as expectativas, proporcionando prazer e um ambiente de aprendizagem propício. A abordagem prática e interativa mostrou-se eficaz na aplicação do conhecimento e no desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas. Entretanto, reconhecemos a existência de pontos passíveis de aprimoramento, como a necessidade de mais tempo para realizar algumas atividades e diversificar as estratégias pedagógicas para atender a diferentes estilos de aprendizagem.

Contudo, cada etapa foi conduzida no momento adequado, em consonância com o desenvolvimento de cada turma, embora, para atingir um nível de detalhamento conforme planejado e respeitando os ritmos individuais, precisaríamos de mais horas de aula ou mesmo revisar a estratégia de aplicação. A flexibilidade e a adaptação do plano de ensino são essenciais para garantir que todos os alunos possam alcançar os objetivos de aprendizagem de maneira eficaz.

Em resumo, o projeto alcançou seus objetivos de maneira satisfatória, promovendo um aprendizado profundo e significativo dos conceitos de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales. A experiência foi enriquecedora tanto para os alunos quanto para os professores, e deixou um legado de práticas pedagógicas que podem ser aplicadas em futuros projetos. Continuaremos a buscar melhorias e inovações que possam aprimorar ainda mais o processo educacional e proporcionar aos alunos uma formação sólida e integrada.

Referências

ANDRADE, S. **Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

Atividade: PIPA, uma brincadeira séria - Construção da pipa tetraédrica. **Clubes de Matemática da OBMEP**, disseminando o ensino de matemática. [s.d.]. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-pipa-uma-brincadeira-seria-sala-2-3/atividade-pipa-uma-brincadeira-seria-construcao-da-pipa-tetraedrica/>. Acesso em: 05 fev. 2022.

Atividade: **PIPA, uma brincadeira séria - Sala 2. Clubes de Matemática da OBMEP**, disseminando o ensino de matemática. [s.d.]. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-pipa-uma-brincadeira-seria-sala-2-3/#a4>. Acesso em: 05 fev. 2022.

BERNARDY, K.; PAZ, D. M. T. Importância do Estágio Supervisionado para a formação de professores. *In*: SEMINÁRIO INSTITUCIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 17, MOSTRA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 15, e MOSTRA DE EXTENSÃO, 10, 2012, Rio Grande do Sul. **Anais do XVII Seminário Institucional de Ensino, Pesquisa e Extensão, XV Mostra de Iniciação Científica e X Mostra de Extensão**. Rio Grande do Sul: [s.n.], 2012. v.17. [n.p.]. Disponível em: <https://www.unicruz.edu.br/seminario/downloads/anais/ccs/importancia%20do%20estagio%20supervisionado%20para%20a%20formacao%20de%20professores.pdf>. Acesso em: 06 fev. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.

FONSECA, V. **Introdução às dificuldades de aprendizagem**. 2. ed. rev. e aum. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. 388p

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, [S. l.], v. 35, n. 3, p. 20–29, 1995. Disponível em: https://periodicos.fgv.br/rae/article/view/38200. Acesso em: 7 jun. 2024.

LESTER, F. K.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In: FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.). Posing and Solving Mathematical Problems. **Research in Mathematics Education**. Cham: Springer, 2016. p. 117-135. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_8. Acesso em: 1 jul. 2024.

LINHARES, P. C. A. *et al.* A Importância da Escola, Aluno, Estágio Supervisionado e Todo o Processo Educacional na Formação Inicial do Professor. **Núcleo de Pesquisas e Estudos em Educação Ambiental e Transdisciplinaridade (NUPEAT)** –IESA–UFG, Goiânia, v. 4, n. 2, p. 115-127, jul. 2014. Semestral. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/teri/article/view/35258/18479>. Acesso em: 16 fev. 2022.

MANDARINO, M. C. F. **Os professores e a arte de formular problemas contextualizados**. 2002. Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/OF12.pdf. Acesso em: 20 mar. 2024.

ONUCHIC, L. R. A Resolução de Problemas na Educação Matemática: Onde estamos e para onde iremos?. *In:* JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4 e JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 22, 2012, Rio Grande do Sul. **Anais do IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática**. Rio Grande do Sul: Editora da Universidade de Passo Fundo - UPF, 2012. v. 4. Disponível em: <http://anaisjem.upf.br/download/cmp-14-onuchic.pdf>. Acesso em: 07 fev. 2022.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 199-218.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. São Paulo, SP: Autêntica, 2006.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. 2.ª reimpr. Rio de Janeiro: Alternativa, 1995. Disponível em: <http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Polya-Arte_Resolver_Problemas.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2022.

RAVAGNANI, J. A. D. C.; MARQUES, A. C. T. L. George Polya e ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores de Matemática. **Posgere**, v. 1, p. 30-53, 2017.

SANTOS-WAGNER, V. M. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Revista Boletim GEPEM**, v. 53, p. 43-74, 2008. Disponível em: <http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/75/210>. Acesso em: 16 fev. 2022.

SANTOS, V.M. **Ensino da matemática de nove anos:** dúvidas, dívidas e desafios. - São Paulo: Cengage Learning 2014. (Coleção Ideias em ação/coordenadora Anna Pessoa de Carvalho).

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. *In:* TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p.31 - 42. Disponível em:< https://www.bgsu.edu/content/dam/BGSU/COSMOS/Documents/resources/C2AM2P-resources/Developing-Understanding-Mathematics-Problem-Solving-Schroeder-Lester-1989.pdf >. Acesso em: 07 fev. 2022.

VALENTE, J. A. A sala de aula invertida e a possibilidade de ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. *In:* BACICH; MORAN (org.). Metodologias ativas: para uma aprendizagem inovadora: uma abordagem teórico-prática. **Penso**, v.1, p. 26-44, 2018. Disponível em: <https://statics-submarino.b2w.io/sherlock/books/firstChapter/132759983.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2022.

***

Recebido: 12.04.2024
Aprovado: 01.07.2024
Publicado: 09.07.2024