Intermaths, vol. 7(1), e17338, 2026
https://doi.org/10.22481/intermaths.v7i1.17338

O modelo de Van Hiele como recurso da aprendizagem da soma de Riemann no Ensino Médio

Van Hiele's model as a facilitator of Riemann sum learning in high school

Matheus Costa de Souza [a], **Priscila Santos Ramos** [a,*], **Fábio Nunes da Silva** [a]

[a] Universidade Federal do Oeste da Bahia: Barreiras, Bahia, BR

* Autor Correspondente: priscilasr@ufob.edu.br

Resumo: Motivados pela discussão do ensino e aprendizagem do cálculo de áreas no ensino médio, este trabalho estuda a proposta da soma de Riemann para calcular a área de uma região não regular delimitada por curvas e apresenta uma estratégia para ensiná-la no ensino médio. A ideia geométrica que constitui a soma de Riemann implicou na escolha do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele como base teórica para instigar e aprimorar a conexão histórica que envolve o cálculo de áreas e a geometria. Esta pesquisa contribui para o ensino do cálculo de áreas em dois aspectos: propõe uma adaptação dos níveis de aprendizagem do modelo de Van Hiele para a soma de Riemann e apresenta uma tarefa a ser proposta no ensino médio.

Palavras-chave: Pensamento geométrico; Van Hiele; Cálculo de áreas; Soma de Riemann; Tarefas.

Abstract: Motivated by the discussion of teaching and learning area calculation in high school, this work studies the Riemann sum approach to calculating the area of a non-regular region bounded by curves and presents a strategy for teaching it in high school. The geometric idea underlying the Riemann sum led to the choice of Van Hiele's model of geometric thinking as the theoretical basis to stimulate and enhance the historical connection between area calculation and geometry. This research contributes to the teaching of area calculation in two ways: it proposes an adaptation of Van Hiele's learning levels for the Riemann sum and presents a task to be implemented in high school.

keywords: Geometric thinking; Van Hiele; Calculation of areas; Riemann sum; Tasks.

1 Introdução

A Base Nacional Comum Curricular [1], documento normativo que define as aprendizagens que devem ser desenvolvidas pelos estudantes ao longo da Educação Básica brasileira, é estruturada em competências e habilidades para cada etapa do ensino. As competências específicas visam ao desenvolvimento do pensamento crítico, à resolução de problemas e à

Submetido em: 12 de Agosto de 2025 Aprovado em: 21 de Março de 2026 Publicado em: 31 de Março de 2026. ISSN 2675-8318

aplicação de conceitos matemáticos em diferentes contextos, e as habilidades são descrições dos conhecimentos (ou ações) que os alunos devem dominar para atingir essas competências. Estas habilidades detalham o que se espera que os estudantes saibam e sejam capazes de fazer ao longo de sua trajetória escolar.

Na etapa do Ensino Médio, as habilidades relacionadas com o cálculo de áreas são descritas a seguir:

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

As habilidades (EM13MAT307) e (EM13MAT309) estão relacionadas à competência 3, que estabelece: utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Já a habilidade (EM13MAT506) está relacionada à competência 5, que especifica: investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Essas habilidades evidenciam a matemática do cotidiano com o cálculo de áreas e a relação existente entre o cálculo de áreas e o conhecimento geométrico. Além disso, permitem discutir o quanto o aprofundamento dos conhecimentos geométricos pode possibilitar maior segurança e facilidade no cálculo de áreas.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de aprendizagem do cálculo de áreas de uma região não regular delimitada sob curvas no ensino médio. Para isto, nos apropriamos de um modelo geométrico e de uma teoria mais geral para o cálculo de áreas, a saber, o modelo do pensamento geométrico de Van Hiele e a teoria da soma de Riemann, respectivamente. Assim, este trabalho expõe os aspectos gerais no modelo de Van Hiele, as ideias intuitivas e geométricas que envolvem a soma de Riemann e propõe uma adaptação dos níveis de Van Hiele para o ensino e aprendizagem do cálculo de áreas de regiões não regulares delimitadas por curvas.

O modelo do pensamento geométrico de Van Hiele é tema de investigação de muitos pesquisadores interessados em compreender o processo de ensino e aprendizagem em geometria e contribuir para a consolidação do estudo da geometria. Na base de dissertações dos estudantes do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) encontram-se trabalhos que discutem o modelo geométrico de Van Hiele. De modo geral, este modelo enfatiza cinco níveis de aprendizagem e considera que o aprendizado geométrico do estudante ocorre de maneira sequencial, não sendo possível saltar níveis.

A soma de Riemann propõe o cálculo de área de uma região não regular delimitada por curvas considerando as seguintes etapas: particionar a região considerada em retângulos (ou outras formas poligonais), intuir que quanto maior o número de retângulos, melhor é a aproximação da área dessa região e concluir que a área da região considerada é aproximadamente a soma das áreas dos retângulos.

Afim de alcançar os objetivos deste trabalho, os autores apresentam uma proposta fundamentada no modelo do pensamento geométrico de Van Hiele para o estudo de cálculo de áreas sob regiões não regulares.

2 O modelo do pensamento geométrico de Van Hiele

O modelo do pensamento geométrico de Van Hiele foi proposto pelo casal Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof a partir de seus estudos sobre o pensamento geométrico, tema de interesse de ambos em seus programas de doutrorado, concluídos na Universidade de Utrecht, Países Baixos em 1957. De modo geral, o modelo enfatiza níveis hierárquicos do pensamento geométrico e fases de aprendizagem como proposta de ensino e aprendizagem para a geometria [2], como veremos a seguir .

2.1 Os níveis de pensamento geométrico

O modelo apresenta cinco níveis do pensamento geométrico: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Nas versões iniciais deste trabalho, explicava-se que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorreria conforme níveis numerados de 0 a 4, justificando que, em algumas literaturas e estudos de outros autores, é possível encontrar essa progressão que vai do nível zero até o nível 4. No entanto, com a publicação da obra de 1986, Pierre atendeu às críticas feitas pelos pesquisadores quanto à relevância do nível zero, que abrange a maioria dos alunos que ingressam no Ensino Médio. Em resposta a isso, propôs-se uma simplificação do modelo original, passando a numerar os níveis de 1 a 5, num formato que adotaremos neste trabalho. A seguir, são descritos os níveis conforme Walle [3]:

Nível 1 (Visualização): Reconhecer e nomear as figuras geométricas com base na visualização sem considerar suas propriedades.

Nível 2 (Análise): Agrupar formas conforme suas propriedades, mas não estabelecer relações entre elas.

Nível 3 (Dedução informal): Estabelecer relações entre as classes das formas geométricas utilizando argumentação não formal e sem conhecimentos axiomáticos e lógicos para deduções formais.

Nível 4 (Dedução Formal): Reconhecer a necessidade de axiomas, definições e teoremas para construir argumentações mais lógicas do que intuitivas.

Nível 5 (Rigor): Compreender e aplicar sistemas axiomáticos capazes de lidar com problemas gerais sobre o tema.

2.2 As fases de aprendizagem

O modelo estabelece cinco fases de aprendizagem [3], as quais ressaltam como o professor deve posicionar-se perante o processo de aprendizagem dos estudantes. Tais fases são:

Informação: a fase inicial compreende a obtenção de informações por meio de questionamentos, visando identificar o nível de conhecimento dos estudantes. O professor identifica os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o assunto e os alunos compreendem a direção que os estudos tomarão.

Orientação Dirigida: geralmente, são abordadas questões mais simples que resultam em respostas diretas. O intuito é proporcionar ao estudante uma identificação com o conteúdo abordado. Nesta fase, o desenvolvimento do tema de estudo é um pouco mais aprofundado, buscando familiarizar o estudante com a estrutura do nível em questão.

Explicação ou explicitação: o papel do professor deve ser o de mediador. Os estudantes articulam e adaptam suas perspectivas em relação às estruturas que observaram, com em suas experiências anteriores, e o professor cuida para que linguagem técnica correta seja desenvolvida. Os alunos trocam opiniões sobre coisas que descobriram nas fases anteriores.

Orientação livre: pretende-se que os estudantes busquem soluções próprias, procurando mais de uma forma de resolver o problema ou responder às atividades propostas.

Integração: o professor resume o que foi estudado e auxilia os estudantes trazendo em pauta uma visão geral daquilo que foi estudado. Não é mais o momento para novas ideias ou ideias discrepantes do que as já trabalhadas.

Segundo Crowley [4], para os Van Hiele, a instrução desenvolvida de acordo com essa sequência promove a aquisição de um nível. Portanto, após completar a quinta fase, os estudantes devem estar preparados para avançar para o próximo nível, onde passarão novamente por todas as cinco fases, desta vez com a inclusão de novas atividades. Há de salientar que não é necessário passar por todas as fases ao se trabalhar em um determinado nível.

2.3 Propriedades do modelo

Para auxiliar na compreensão do modelo de Van Hiele e servindo como fundamento para uso adequado do modelo, algumas propriedades gerais são observadas e merecem ser destacadas, segundo [3]. A saber:

Sequencialidade: Existe uma hierarquia entre os níveis de pensamento, e um aluno precisa dominar plenamente um nível antes de avançar para o próximo. Como Hiele afirma, "o pensamento no segundo nível não é possível sem o do nível básico; o pensamento no terceiro nível não é possível sem o pensamento no segundo."

Linguagem Específica: Cada nível tem uma linguagem própria. Inicialmente, os alunos descrevem figuras com características visuais simples, mas, à medida que avançam, começam a usar termos técnicos e conceitos mais abstratos, o que pode resultar em interpretações diferentes de um mesmo termo.

Progressão: A transição entre níveis não ocorre automaticamente, mas depende das condições de ensino e dos métodos usados, não estando relacionada à idade, mas sim ao conteúdo abordado.

Evolução Natural: Os conceitos de um nível tornam-se objetos de estudo no nível seguinte. Por exemplo, no nível 1, o aluno reconhece a forma de uma figura, enquanto no nível 2 ele analisa suas propriedades e componentes.

Localidade: O nível de raciocínio de um aluno pode variar conforme a área do conhecimento. Ele pode estar em um nível mais alto em um conceito e em um nível mais baixo em outro. Embora o modelo tenha sido inicialmente desenvolvido para geometria, pode ser aplicado a outras áreas do conhecimento.

Pode-se dizer que os níveis têm um aspecto descritivo, as propriedades são as características do modelo com seus níveis e as fases têm um aspecto prescritivo para o professor.

3 Soma de Riemann

A soma de Riemann é uma estratégia de aproximar a área de uma região R delimitada pelo gráfico de uma função não negativa $y = f(x)$ e pelas retas, $y = 0$, $x = a$ e $x = b$ com a e b ponto no domínio de f. A estratégia é baseada em conceitos elementares da geometria plana, especificamente, áreas de retângulos, juntamente com as informações que definem a função, como a lei de formação, o domínio e a imagem.

O resgaste do retângulo para a construção da soma Riemann foi feito a partir da observação de que, em retângulos, onde um dos lados é dado pelo segmento definido pelos pontos

$A_i = (x_{i-1}, 0)$ e $B_i = (x_i, 0)$, onde $[x_{i-1}, x_i]$ é um subconjunto do domínio de f e o outro lado não paralelo a este é o segmento dado pelos pontos $C_i = (x_i, f(c_i))$ e $D_i = (x_{i-1}, f(c_i))$, sendo c_i pertence ao intervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Assim, cada segmento C_iD_i é paralelo ao eixo das ordenadas, isto é, os retângulos $A_iB_iC_iD_i$ são construídos a partir de informações da função f. Dessa maneira, tomando o conjunto $\{a = x_0, x_1, \cdots, x_n = b\}$ de forma que $x_{i-1} < x_i$, uma aproximação para área da região R delimitada pelo gráfico de uma função não negativa $y = f(x)$ e pelas retas $y = 0$, $x = a$ e $x = b$ pode ser dada pela soma das áreas dos retângulos $R_i = A_iB_iC_iD_i$, ou seja,

$$\text{Área}(R) \approx \text{Área}(R_1) + \text{Área}(R_2) + \cdots + \text{Área}(R_{n-1}) + \text{Área}(R_n).$$

Observando que, $\text{Área}(R_i) = f(c_i)(x_i - x_{i-1})$ e tomando $\Delta x_i = (x_i - x_{i-1})$, isto é, $\text{Área}(R_i) = f(c_i)\Delta x_i$. Daí,

$$\text{Área}(R) \approx f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \cdots + f(c_{n-1})\Delta x_{n-1} + f(c_n)\Delta x_n.$$

A soma dos n números reais $\{f(c_1)\Delta x_1, f(c_2)\Delta x_2, \cdots, f(c_{n-1})\Delta x_{n-1}, f(c_n)\Delta x_n\}$, que representam ás áreas dos retângulos construídos, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\text{Área}(R) \approx \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i.$$

O número c_i pode ser tomado como máximo na aproximação por excesso ou mínimo na aproximação por falta da função no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Também é comum utilizar aproximação a *esquerda* quando $c_i = x_{i-1}$ e aproximação a *direita* quando $c_i = x_i$. Porém, para a soma de Riemann o número c_i pode ser qualquer elemento do intervalo. Observa-se que, todas as escolhas para c_i tratam-se de um caso particular da soma de Riemann. Usaremos a noção de aproximação a direita e a esquerda para propor a tarefa.

Observa-se também que para a construção de exemplos é comum tomar Δx_i constante igual a $\frac{b-a}{n}$, o que é denominado partição regular do intervalo $[a, b]$. Assim,

$$x_0 = a, \quad x_1 = a + \frac{b-a}{n}, \quad x_2 = a + \frac{2(b-a)}{n}, \quad \ldots, \quad x_i = a + \frac{i(b-a)}{n}.$$

3.1 Níveis de Van Hiele para o Ensino da Soma de Riemann

Buscando adequar os níveis de aprendizado de Van Hiele propomos investigar de que forma o estudante visualiza os conceitos relacionados à soma de Riemann. Além disso, os níveis foram repensados com o objetivo de nortear a construção de atividades que permitam ao estudante o desenvolvimento do pensamento geométrico nesse campo de estudo. Portanto, os níveis de Van Hiele para o estudo de aproximações de áreas sob curvas são:

Nível 1: Os alunos reconhecem os elementos do plano cartesiano, como os eixos, a origem e os quadrantes, e são capazes de localizar pontos a partir de suas coordenadas. Além disso, conseguem identificar intervalos crescentes, decrescentes ou constantes a partir dos gráficos de funções e compreendem a área como medida de uma região plana.

Nível 2: Neste nível, os alunos conhecem os diferentes tipos de funções e seus gráficos, entendendo também que áreas sob curvas podem ser estimadas por meio de aproximações.

Nível 3: Os estudantes compreendem a partição de intervalos e a relação entre a altura dos retângulos na soma de Riemann e as imagens das funções. Percebem que a melhor aproximação é obtida quando o número de subintervalos da partição é maior.

Nível 4: Os alunos compreendem a soma de Riemann como uma aproximação da área sob curvas limitadas para funções crescentes e decrescentes. Organizam essa ideia usando a linguagem matemática e entendem que o conceito pode ser estendido para funções gerais.

Nível 5: No último nível, os alunos dominam o conceito de soma de Riemann para qualquer função elementar, sendo capazes de pensar em problemas mais complexos e de usar a linguagem matemática formal para realizar demonstrações rigorosas.

Alguns pesquisadores que fizeram adaptação para estudos de outros conceitos, para além da geometria, nos serviram de inspiração e merecem destaque. O trabalho de Cardoso [5], cujo objetivo principal de sua dissertação foi propor níveis de aprendizagem para o tópico de funções no ensino médio, baseando-se no modelo de Van Hiele. A pesquisa tratou as dificuldades que muitos alunos enfrentavam na compreensão do conceito de funções.

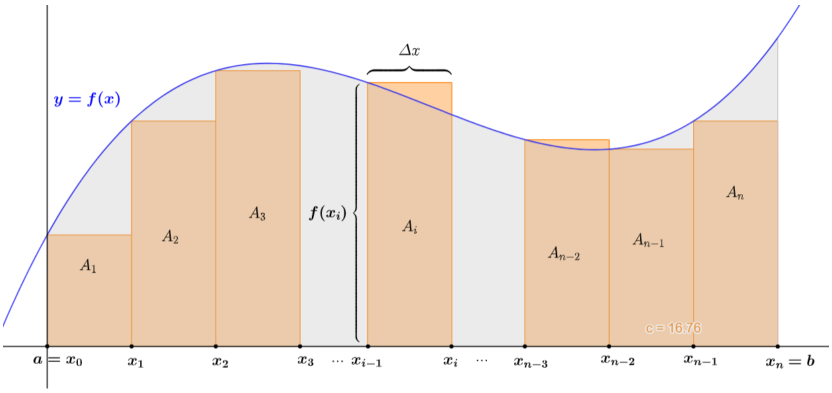
A adaptação feita por [5] considera o aprendizado de funções. Em [6] é apresentado uma adaptação do modelo de Van Hiele para o estudo da reta tangente a uma curva em um ponto. Em nosso trabalho entendemos que, para compreensão total das ideias que antecedem o conceito de soma de Riemann, os estudantes devem ter: noções de funções, de áreas e de conceitos que envolvem somatórios. A partir disso, construímos uma adaptação dos níveis de Van Hiele para o ensino da soma de Riemann por meio de tarefas.

4 Proposta de tarefa para a soma de Riemann

Nesta seção, apresenta-se uma proposta de atividade que visa articular a teoria da soma de Riemann com o do pensamento geométrico de Van Hiele. A atividade consiste em analisar uma representação gráfica de uma aproximação da área sob uma curva utilizando a soma de Riemann, destacando os níveis do modelo de Van Hiele.

Tarefa: Escrever a expressão que corresponde ao comprimento de cada subintervalo e expressar a soma de Riemann associada à partição regular.

Figura 1. Generalização da soma de Riemann pela esquerda



Fonte: O autor.

A seguir apresentamos uma sistematização sobre os níveis em relação à tarefa.

Para trabalhar o nível 1 poderão ser destacados os elementos: os retângulos, o gráfico da função, as retas verticais que delimitam os retângulos e a área colorida. O objetivo é reconhecer formas geométricas familiares, mas sem perceber suas relações matemáticas específicas ou o significado subjacente dessas figuras.

No nível 2, terá início a identificação das propriedades dos elementos geométricos, como por exemplo, a percepção que os retângulos possuem a mesma largura, representada pelo Δx constante, que as alturas variam em função da posição no eixo x e que o gráfico da função é limite superior dos retângulos. O agrupamento dos objetos ocorrerá a partir dessas propriedades, porém ainda sem estabelecer relações mais profundas, como a aproximação da área sob a curva.

No nível 3, as relações entre propriedades e classes serão estabelecidas. O objetivo é compreender que a área dos retângulos aproxima a área sob a curva e que a precisão dessa aproximação depende do número de subdivisões do intervalo, isto é, da diminuição de Δx. Nesse nível, a necessidade de construção de argumentos lógicos emerge, com afirmações do tipo: "se diminuirmos Δx, a soma das áreas dos retângulos se aproxima mais da área real sob a curva".

No nível 4, serão incentivadas indagações a partir do conhecimento das propriedades e das relações anteriormente estudadas. Poderá propor, por exemplo, que quando Δx tende a zero, a soma das áreas dos retângulos converge para a área exata sob a curva, o que corresponde ao conceito de integral definida (mesmo que não a conceitue ainda com estes termos). Nesse momento, surgirá o interesse em formalizar essas ideias, elaborando argumentações dedutivas sobre o comportamento das aproximações em função da escolha dos pontos de amostragem nos subintervalos.

Por fim, no nível 5, espera-se que a representação da tarefa de forma mais abstrata e rigorosa, considerando a discussão sobre outras formas de partição do intervalo de maneira que a área seja aproximada de modo mais eficiente.

Apresentados os níveis, fazemos considerações em relação as fases de aprendizagem para a tarefa, conforme apontamos na Seção 2.2, em cada nível não é necessário que sejam executadas todas as fases. A seguir apresentamos um exemplo de itinerário das fases de aprendizagem no nível 1.

Considerando o nível 1, para inserir o estudante no tema, sugere-se ao professor fazer questionamentos diretos sobre as informações da tarefa, tais como: Quais figuras geométricas podem ser visualizadas e como estão dispostas em relação ao sistema cartesiano e com isso, o professor identifica os conhecimentos prévios dos estudantes. Para inserir o estudante no tema, a orientação dirigida contempla os questionamentos sobre as áreas dos retângulos, o que obtemos quando somamos as áreas de todos os retângulos e se a região admite outras divisões e outras formas geométricas. Na fase da explicação, o professor deve ser mediador e assim, direcionar os estudantes a uma linguagem técnica de reconhecer formas. Na orientação livre, o estudante é motivado a pensar sobre o reconhecimento das formas e propor estratégias de organização. Na integração, o professor organiza de maneira sistemática as ideias discutidas pelos estudantes para as compreender as formas geométricas e as relações entre elas.

Para os outros níveis, pode ser considerado um exemplo de roteiro similar ao apresentado, o que diferencia são os objetivos de cada nível, como por exemplo, na fase informativa do nível 2, sugere-se ao professor questionar os estudantes: como a quantidade de retângulos pode influenciar no cálculo da área colorida, ou seja, sugerimos perguntas que buscam informações para produzir uma análise da tarefa.

No que diz respeito às propriedades do modelo do pensamento geométrico nessa tarefa, verifica-se a sequencialidade no momento em que, para analisar o problema, é necessário primeiramente, reconhecer e nomear as figuras geométricas, assim como, para estabelecer relação entre as classes das formas geométricas, é preciso já ter tido informações e conhecimento dessas classes. Também é possível notar a sequencialidade e linguagem do modelo na organização de cada nível de pensamento adaptado.

A propriedade de progressão pode ser observada na execução das fases de aprendizagem nos níveis, ou seja, não ocorrendo de maneira automática, mas dependendo das condições de ensino. Essa progressão determina uma evolução natural dos objetos de estudo, por exemplo, a partir do estudo da área de um retângulo é possível determinar uma soma de áreas de retângulos.

Nessa tarefa, a localidade pode revelar que o estudante tem mais conhecimento em geometria do que em funções e pode ser identificada pelo professor na fase de informação.

5 Conclusão

Ao longo deste trabalho, foi possível observar que a combinação entre o modelo de Van Hiele e a soma de Riemann oferece um caminho viável para professores e estudantes que buscam compreender o cálculo de áreas sob curvas. Ao utilizar o modelo de Van Hiele, seguindo principalmente as fases de aprendizagem alinhadas a uma sequência didática, acreditamos estar contribuindo com o trabalho docente ao fornecer um material norteador.

Ao comparar este trabalho com estudos anteriores na área, percebe-se que ele complementa pesquisas que destacam a importância de estratégias diversificadas no ensino de Matemática na educação básica. Embora o modelo de Van Hiele tenha sido amplamente explorado e aplicado em contextos de ensino de geometria, esta proposta expande seu estudo.

Esperamos que este trabalho incentive e auxilie profissionais que buscam diferentes estratégias para obter êxito no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Também esperamos que ele possa influenciar pesquisas futuras que utilizem o modelo de Van Hiele como apoio no estudo de outras áreas da Matemática, além da geometria.

Declarações complementares

Contribuições

Todos os autores contribuíram substancialmente na concepção e/ou no planejamento do estudo; na obtenção, análise e/ou interpretação dos dados; na redação e/ou revisão crítica; e aprovaram a versão final a ser publicada.

Uso de Inteligência Artificial

Não foram empregadas ferramentas de inteligência artificial generativa na concepção, execução ou redação deste estudo.

Orcid

Matheus Costa de Souza https://orcid.org/0009-0002-3976-7690
Priscila Santos Ramos https://orcid.org/0000-0003-3394-764X
Fábio Nunes da Silva https://orcid.org/0000-0003-3761-3348

Referências

1. Brasil, *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*, Ministério da Educação, Brasília, 2018.

2. L. Silva e C. C. Candido, "Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele", *Relatório de Iniciação Científica*, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

3. J. A. Van de Walle, *Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula*. 6ł ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. (Tradução: Paulo Henrique Colonese).

4. M. L. Crowley, *The van Hiele model of the development of geometric thought*, Learning and teaching geometry, K-12, pp. 1–16, 1987. Citeseer.

5. E. de J. Cardoso, *Níveis de aprendizagem para o tópico de funções no Ensino Médio*, Pesquisa e Ensino, vol. 1, pp. e202008–e202008, 2020.

6. P. V. E. Duarte and J. L. Llorens Fuster, *Aspectos comparativos en la extensión del modelo de Van Hiele al concepto de aproximación local*, Suma, vol. 44, pp. 44–52, 2003.

Editora: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Edições UESB. As opiniões, declarações e dados apresentados neste artigo são de inteira responsabilidade dos autores, não refletindo a visão institucional dos editores ou da universidade.