

Histórias de Validação em Geometria: Relato de Experiência e Reflexões sobre a Formação Docente

History of Validation in Geomtry: Experimental Report and Reflections on Teacher Training

Maria Celia Leme da Silva ^{a,*}

^aUniversidade Federal de São Paulo: São Paulo, SP, BR

* Autor Correspondente: celia.leme@unifesp.br

Resumo: O artigo insere-se como resultado parcial do projeto de pesquisa *Processos de validação em contextos de geometria: histórias e articulações com a formação de professores* e constitui-se como um misto de relato de experiência e panorama de histórias sobre provas e demonstrações em Geometria. O objetivo é sintetizar histórias do curso secundário, da disciplina de Geometria, de Matemática, da Formação de professores de Matemática, bem como tecer algumas reflexões, junto aos professores, sobre o que foi possível identificar em relação a provas e demonstrações entre 1822 até a metade do século XX.

Palavras-chave: Prova; Demonstração; Professores de Matemática; Estado de São Paulo.

Abstract: This article presents partial results from the research project *Validation Processes in Geometry Contexts: Histories and Connections with Teacher Education*. It combines an experiential account with a historical overview of proofs and demonstrations in Geometry. The study aims to synthesize histories from secondary education, Geometry and Mathematics courses, and Mathematics Teacher Education programs, while also fostering reflections with educators about identifiable patterns in proofs and demonstrations from 1822 through the mid-20th century.

keywords: Proof; Demonstration; Mathematics Teachers; State of São Paulo.

1 Introdução

O presente artigo pode ser considerado um misto de relato de experiência e síntese de histórias sobre provas e demonstrações em Geometria. Ele está inserido num projeto de pesquisa que vem sendo desenvolvido por um coletivo de pesquisadores, intitulado “Processos de validação em contextos de geometria: histórias e articulações com a formação de professores”¹. O objetivo geral do projeto, bastante amplo, é analisar, em perspectiva histórica, os processos de validação em Geometria nos contextos de ensino da Educação Básica, na Formação de Professores que ensinam Matemática (FPM), de modo a compreender como esses processos

¹ Projeto de Pesquisa do Edital Universal CNPq (405027/2023-0), sob a coordenação da autora do artigo, com a colaboração dos seguintes pesquisadores: Ana Paula Jahn (USP), Maria Cristina Araújo de Oliveira (UFJF), Marizete Nink Carvalho (UNIR), Thiago Pedro Pinto (UFMS) e Adlai Ralph Detoni (UFJF).

vêm sendo organizados e sistematizados. Além disso, também se pretende inserir esses estudos na FPM, seja inicial ou continuada.

Nosso primeiro desafio, ao longo do primeiro ano do projeto, tem sido compreender como o termo “processos de validação” pode ser contextualizado na geometria escolar, considerando os diversos níveis de ensino e os diferentes tempos históricos. Optamos por usar “processos de validação” em vez de “provas” ou “demonstrações”, pois defendemos que, em todos os níveis de ensino, é possível identificar variadas formas de validar conceitos e propriedades geométricas. Além disso, é essencial revisitar o passado e interrogar quais aspectos podem ser considerados como “processos de validação”, nas diversas fontes de pesquisa, como normativas, tarefas propostas em livros didáticos, e outros vestígios.

Em síntese, os objetivos do projeto são ambiciosos e envolvem duas dimensões principais. A primeira é produzir histórias dos “processos de validação”, investigando como, nos diferentes níveis de ensino, foram validados resultados significativos no campo geométrico. A segunda, igualmente desafiadora, é promover discussões com professores sobre os diferentes “processos de validação” ao longo da história.

Para este texto, proponho relatar, comentar e realizar análises preliminares sobre a relevância de professores que ensinam Matemática conhecerem o passado de certas práticas pedagógicas, como os “processos de validação”. No final de 2024, eu e a professora Ana Paula Jahn (IME-USP) propusemos a oficina “Provas/Demonstrações na geometria na Educação Matemática: perspectivas históricas e atuais” pelo Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CAEM-IME-USP). A oficina foi realizada em três sábados pela manhã, na modalidade online, com duração de 3 horas por encontro, totalizando 9 horas.

Os participantes da oficina tinham formação diversificada - alunos de graduação em Licenciatura; alunos de mestrado e de doutorado; professores dos Anos Iniciais, professores de Matemática da Educação Básica e de Universidades; mestres e doutores. Nosso objetivo na oficina foi analisar, com base em livros didáticos, como a questão de provas e demonstrações vem sendo tratada desde a metade do século XX (década de 1950 e 1960) até os dias atuais (final do século XX e início do XXI) no que hoje designamos por Anos Finais da Educação Fundamental (EF). Durante esse período, o estudo das provas e demonstrações em geometria foi introduzido nas normativas (PCNs, BNCC etc.) no que hoje designamos 8º Ano do EF. Consideramos que provas e demonstrações constituem um exemplo, entre outros, de “processos de validação” propostos a esses alunos para justificar propriedades geométricas, em geral, relacionadas às figuras planas.

Entretanto, julgamos pertinente iniciar a oficina apresentando alguns aspectos da história do curso secundário, da disciplina Geometria e Matemática, da FPM, bem como tecer algumas reflexões sobre o que é possível identificar em relação a provas e demonstrações antes da metade do século XX, visto que a história da educação matemática ainda é muito nova, pouco conhecida. O objetivo era oferecer aos participantes um panorama geral da história do ensino de Geometria. Assim, no primeiro encontro, reservamos uma hora para a exposição que sintetizou estudos já desenvolvidos sobre a constituição e consolidação do curso secundário no Brasil, com um enfoque mais específico no estado de São Paulo. Sempre que possível, foram feitos comentários sobre vestígios de como o ensino de provas e demonstrações era conduzido nesse contexto, abrangendo o período de 1822 (Independência do Brasil) até a década de 1950. Elaboramos uma síntese abreviada, compilando informações que contextualizam as transformações ocorridas na constituição e consolidação do curso secundário, até a década de 1950, com base em pesquisas e estudos produzidos sobre esse passado.

A exposição, como esperado, surpreendeu os participantes, pois muitos deles, tinham pouco conhecimento sobre o passado da escola secundária, ensino de matemática e, menos ainda,

sobre o conteúdo e a metodologia de Geometria que era ministrada. Expressões como: “Na história da educação matemática, a gente percebeu a evolução do ensino da geometria”; “Como fica nítido essas lacunas sobre a formação de professores, o quanto é complexo”; “De ver que todo mundo fala - a educação não muda, a educação é a mesma - é impressionante o quanto já mudou”; “Querendo ou não, livro didático é o que a gente usa como base”, ilustram a surpresa e a emoção dos participantes diante das reflexões apresentadas. A exposição também funcionou como um convite para refletir e discutir sobre o passado, e, quem sabe, motivar a leitura e a produção de estudos de história da educação matemática.

Como a oficina foi gravada, fiz a transcrição da minha fala, complementando-a com referências e adaptando a linguagem oral para o formato escrito. Desejo compartilhar neste artigo os conteúdos apresentados como forma de divulgação. A síntese abordou o passado da constituição escolar no Brasil, com ênfase no ensino de Geometria, para a formação de professores e no modo a como “provas e demonstrações” eram propostas em Geometria. Esse recorte temporal (1822-1950) foi explorado com base em pesquisas que se debruçaram sobre o tema, bem como em fontes como programas, reformas curriculares, livros didáticos e apostilas. A presente iniciativa teve como propósito ampliar o público leitor interessado pelo passado e pelos processos históricos que configuraram a educação matemática, fomentando reflexões críticas acerca de sua construção ao longo do tempo.

Dessa forma, passo a transcrever, comentar e acrescentar referências da exposição realizada durante a oficina. O registro, mesmo que de forma panorâmica, de propostas educacionais nos permitem produzir uma representação inicial ou uma narrativa histórica preliminar sobre provas e demonstração, criando pontes para um entendimento mais próximo do presente.

2 Provas e demonstrações no século XIX - Império

Em 1822, a Independência do Brasil marcou um ponto de virada político, econômico e social na história do país. No campo da educação, não foi diferente. Entre as primeiras medidas do Império, destacaram-se a criação de duas modalidades de cursos. A primeira, voltada para os anos iniciais de escolarização, foi denominada *Ensino de Primeiras Letras* e regulamentada pela primeira lei de instrução pública, aprovada em 1827. A segunda modalidade contemplava os cursos superiores, uma vez que o Brasil independente, deveria oferecer ensino superior no território nacional, como possibilidade para não ter que realizar a formação na Europa.

Vale notar que os cursos criados atendiam dois extremos da educação: o inicial, destinado às crianças, e o final, direcionado à formação profissional. Num primeiro momento - e por muito tempo -, permaneceu uma lacuna significativa entre o curso primário e o superior. A consolidação do curso secundário² como uma obrigatoriedade percorreu uma longa e complexa história, como veremos seguir.

Para o *Ensino de Primeiras Letras*, o texto legislativo determinava que:

os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quebrados, decimais e proporções, as noções gerais de geometria prática, a gramática da língua nacional, os princípios de moral cristã e de doutrina da religião católica e apostólica romana (Moacyr, 1936, p. 189 apud Leme da Silva, 2021)

Podemos destacar que, desde a primeira lei, o ensino de geometria esteve presente. Houve, à época, um intenso debate entre os deputados: alguns defendiam que a geometria deveria ser

² A organização e estruturação oficial do curso secundário é feita na Reforma Francisco Campos, em 1931. Entretanto, podemos considerar, desde o século XIX, o curso do Colégio Pedro II, criado em 1837, como um modelo de escolarização secundária, conforme Valente (2007).

ensinada, enquanto outros eram terminantemente contrários. Por fim, prevaleceu a posição favorável, e o termo “noções de geometria prática” foi incluído na legislação³.

Nos cursos superiores, o curso Jurídico foi pioneiro, seguido pelos cursos de Medicina e de Engenharia. Como não existia, naquele momento, um curso secundário consolidado, o acesso nos cursos superiores dependia da realização de exames para o ingresso. Coube aos deputados definir o que deveria ser cobrado nesses exames, e a Geometria foi selecionada como uma das disciplinas exigidas para o ingresso no curso Jurídico, conforme argumentou o deputado Odorico Mendes:

No meu modo de pensar, a Geometria deve entrar em primeiro lugar, porque é a lógica prática, e a que habilita a raciocinar com rigor, e por isso não quisera que se deixasse esse exame para o segundo ano, antes propusera que o exame de Latim fosse posterior ao de Geometria (Valente, 2007, p. 115)

De acordo com Valente (2007), diferentemente do *Ensino de Primeiras Letras*, não houve oposição à inclusão da Geometria como conhecimento relevante para os futuros juristas. A justificativa estava associada à importância de “raciocinar com rigor”. Essa pode ser considerada uma das primeiras expressões para indicar “processos de validar” em Geometria no Brasil recém independente.

Um modelo de escolarização secundária foi criado em 1837, no Colégio de D. Pedro II, como veremos a seguir. Antes disso, os alunos que concluíssem o *Ensino de Primeira Letras* e desejassem ingressar no curso superior precisavam realizar exames, que variavam de acordo com o curso pretendido. Para o curso Jurídico, os exames definidos em 1827 eram: Francês, Gramática Latina, Retórica, Filosofia Racional e Moral e Geometria. A inclusão da Geometria como exigência para o ingresso no curso Jurídico contribuiu para o seu reconhecimento no contexto educacional, especialmente no Colégio Pedro II que seria instituído posteriormente.

Com o passar do tempo, a lista de exames sofreu alterações, e cada curso superior passou a determinar as provas necessárias para o ingresso. De modo geral, havia três cursos superiores: Jurídico, Engenharia e Medicina. Os exames eram realizados em forma parcelada, em etapas. O aluno se preparava para a primeira prova, oral e escrita; uma vez aprovado, a nota era registrada. Em seguida, ele prosseguia com os estudos para o próximo exame. Apenas após obter aprovação em todas as provas exigidas, o aluno estava autorizado a ingressar no curso superior. Esses exames eram conhecidos como *Exames Parcelados (ou Preparatórios)*, uma prática que perdurou até a década de 1920.

Entre os dois cursos iniciais implementados, em 1837, foi criado o Colégio D. Pedro II, localizado no Rio de Janeiro, então Distrito Federal⁴. Entretanto, uma única escola secundária para todo o Brasil não atendia à demanda existente. Os alunos que concluíam o curso no Pedro II estavam isentos de realizar os exames parcelados e podiam ingressar diretamente nos cursos superiores. O problema era que apenas um número restrito de pessoas, pertencentes da elite nacional, tinha acesso ao Colégio Pedro II. Assim, durante todo o século XIX, o acesso ao curso superior podia ser feito de duas maneiras: por meio do estudo oferecido pelo Colégio Pedro II, ou por meio dos *Exames Parcelados*. Para preparar os candidatos a esses exames, foram criados os cursos preparatórios - conhecidos hoje como “cursinhos” -, que durante todo o século XIX desempenhou um papel fundamental no ingresso no curso superior. Esses cursos utilizavam livros e apostilas específico para a preparação, como descrito pela pesquisadora Circe Bittencourt:

³ Os detalhes sobre o debate travado na Câmara dos Deputados podem ser mais bem compreendidos em Leme da Silva & Valente (2014) e Leme da Silva (2021).

⁴ A história do Colégio se confunde com a própria história da educação no Brasil. Hoje o Colégio integra a Rede federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica. Mais informações sobre sua origem e atual situação, consulte o site: https://www.cp2.g12.br/images/comunicacao/memoria_historica/index.html

Os cursos “preparatórios”, frequentados pela maioria dos jovens que se encaminhavam para o ensino superior, foram responsáveis por uma produção diferenciada dos manuais mais densos adotados nas escolas seriada. Surgiram, a partir deste período, livros direcionados aos exames preparatórios que se limitavam em conter os “pontos” a serem decorados pelos alunos e que, em certa medida, são correspondentes às atuais apostilas dos “cursinhos” vestibulares (Bittencourt, 1993, p. 174).

É importante destacar que, no século XIX, não havia a disciplina “Matemática” como conhecemos hoje. Os exames eram separados por áreas: Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria. Essas disciplinas também eram ensinadas separadamente no programa do Colégio Pedro II. De modo geral - considerando que cada curso determinava seus exames e que esses exames foram alterados no decorrer do tempo -, a ordem usual era: primeiro o aluno realizava o exame de Aritmética, seguido pelos de Álgebra, Geometria e, por fim, Trigonometria. Esta ordem também refletia a organização curricular de muitos dos programas do Colégio Pedro II, nos quais as disciplinas eram cursadas separadamente em cada ano letivo: Aritmética no primeiro ano, Álgebra no segundo, Geometria no terceiro e Trigonometria, no quarto.

Por exemplo, segundo Beltrame (2000), a distribuição dos estudos na 1º Classe do Colégio Pedro II (organizado em 4 anos) para o ano letivo de 1855, foi da seguinte forma:

- 1º Ano - Aritmética;
- 2º Ano - Aritmética (continuação) e Álgebra, até equações do 2º grau;
- 3º Ano - Geometria;
- 4º Ano - Trigonometria retilínea (Beltrame, 2000, p. 32).

O programa da disciplina de Geometria correspondia aos conteúdos a serem estudados:

Geometria Plana: noções preliminares (área, linha superfície, ângulo, círculo, arcos, setores); perpendiculares e paralelas; estudos de triângulos, quadriláteros, polígonos quaisquer e círculos; proporcionalidade e semelhança, cálculo de áreas.

Geometria Espacial: perpendicularismo e paralelismo entre retas e planos; ângulos triedros; poliedro convexos, superfície lateral do prisma, do cilindro, da pirâmide regular e do cone; estudo da esfera: seções planas, pólos, segmentos, zona, área e volume; volume de paralelepípedos quaisquer, prisma, cilindro, pirâmide e cone (Beltrame, 2000, p. 35)

Em síntese, o programa incluía o estudo completo da Geometria Euclidiana, plana e espacial, no 3º ano do curso secundário, após os alunos já terem cursado as disciplinas de Aritmética e de Álgebra.

Na disciplina de Geometria do Colégio Pedro II, de acordo com Valente (2007) um dos livros considerado referência (meados do século XIX) foi o livro *Elementos de Geometria*, de Cristiano Benedito Ottoni (Ottoni, 1857), senador do Império e professor de matemática da Academia Real dos Guardas-Marinha. Trata-se de uma compilação feita pelo autor a partir da obra do francês de Vicent (1826), autor que escreveu livros didáticos para escolas militares. É importante considerar que, no século XIX, a maioria dos livros escolares utilizados no Brasil eram compilações, traduções e adaptações de obras francesas, visto que a França era a principal referência, em diferentes níveis de ensino, para os livros que tratavam dos ramos da Matemática no Brasil.

Ainda de acordo com Valente (2007), o livro de Ottoni foi citado como adotado nos programas do Colégio Pedro II em diversos anos - 1856, 1857, 1870, 1876, 1879, 1881 - e teve um total de 7.000 exemplares em três edições, sendo o livro didático de maior longevidade de Ottoni. O Relatório do Ministro do Império, de 1887, recomendava que as escolas preparatórias seguissem o mesmo programa do Colégio Pedro II, tanto para o ensino como para os exames. O livro de Geometria e Trigonometria de Ottoni foi utilizado como referência para os exames de 1888, evidenciando a correspondência entre os programas adotados no Colégio Pedro II e os pontos dos *Exames Parcelados*.

Ottoni explica as alterações e adaptações feitas na 1ª edição de seus *Elementos de Geometria*, publicada em 1853, ao efetuar a compilação:

Fui obrigado pelos limites do ano letivo, a fazer grandes supressões que, todavia, não me parecem prejudicar a Geometria Elementar. Grande número de teoremas são literalmente traduzidos: em alguns substitui as demonstrações do autor por outras que pareceram preferíveis (Ottoni, 1853 apud Valente, 2007, grifos nossos)

A compilação feita por Ottoni considera o “grande número de teoremas” traduzidos, o que nos permite inferir a relevância das demonstrações na disciplina de Geometria do Colégio Pedro II. Ademais, evidencia o cuidado do autor em substituir certas demonstrações por outras consideradas mais adequadas. Tudo indica que a Geometria ensinada aos alunos do Pedro II era predominantemente uma Geometria dedutiva. Uma análise preliminar da 2ª edição da obra, publicada em 1857, expressa a presença de muitos teoremas e demonstrações, distribuídos em três métodos de demonstração: demonstração direta, demonstração por absurdo e superposição.

Um dos materiais utilizados para os *Exames Preparatórios* eram as apostilas contendo os pontos do exame, por exemplo, em *Pontos de geometria para a provas escriptas nos exames de instrucção da Côrte*, de Jeronimo Pereira de Lima Campos, publicado em 1896. O Programa dos Exames Preparatórios de 1869, na área de Geometria, solicitava a demonstração de teoremas contidas em dez pontos (Bittencourt, 1993 apud Valente, 2004).

É evidente que um estudo mais detalhado dos vários programas do Colégio Pedro II (como realizado por Beltrame, 2000), assim como dos livros adotados, que foram alterados no decorrer do século XIX e início do século XX, juntamente com as apostilas e outros vestígios, precisa ser ainda realizado para melhor compreendermos a narrativa histórica.

Contudo, as análises que recortamos com base nos estudos citados, indicam a presença de uma Geometria dedutiva no Pedro II. Essa Geometria era, em geral, desenvolvida no terceiro ano, com ênfase na realização de demonstrações, como parte do processo de validação em Geometria. Outro aspecto a ser destacado é a prática de “memorizar as demonstrações” para a aprovação nos exames. Essa prática reforça a presença de uma Geometria dedutiva, traduzida em teoremas e demonstrações, presente no modelo de escolarização secundária, como um processo de validar em geometria, no decorrer do século XIX.

3 Provas e demonstrações no final século XIX até a metade do século XX - República

Chegamos ao final do século XIX com inúmeros desafios educacionais. As escolas secundárias foram sendo criadas (com o nome de ginásios) nas diversas províncias, no entanto, eram extremamente reduzidas em número e, quando aprovadas, deveriam ter a equiparação com o Colégio Pedro II, ou seja, o modelo do Pedro II prevalecia como referência para os poucos ginásios autorizados. A Proclamação da República, em 1889, representou outro marco político, econômico e social na história do Brasil. No campo educacional, os desafios persistiam: havia

poucas escolas para o ensino de *Primeiras Letras*, poucos ginásios (cursos secundários), poucos professores e uma alta taxa de analfabetismo no país.

Em relação a formação de professores, durante o Império, somente a formação de professores para o ensino primário tiveram algumas poucas iniciativas, como a primeira Escola Normal, criada em Niterói, em 1835 e, em seguida, em 1842, na Bahia. Entretanto, durante todo o século XIX, as Escolas Normais enfrentaram um ciclo constante de criação e extinção, não conseguindo se estabelecer de maneira consistente nas diferentes províncias (Tanuri, 2000). Para o curso secundário, os professores de Matemática que atuavam nas escolas secundárias obtinham sua formação nas escolas politécnicas, escolas militares ou similares ou eram simplesmente leigos (Silva, 2000). O primeiro curso para formação específica de professores de matemática só teve início na década de 1930.

O estado de São Paulo, no final do século XIX, destacava-se como um estado progressista e um polo econômico do país, impulsionado pela economia do café. Nesse contexto, São Paulo elaborou o modelo de Grupo Escolar em 1893, caracterizado por uma nova estrutura de ensino primário. No ano seguinte, em 1894, foi aprovado o primeiro ginásio paulista (curso secundário), localizado na capital. Enquanto o Rio de Janeiro foi a referência na constituição do curso secundário brasileiro, São Paulo tornou-se a referência para os outros estados na estruturação do ensino primário, especialmente a partir dos Grupos Escolares no final do século XIX e início do século XX. Por outro lado, não podemos deixar de considerar o contexto educacional do Brasil: em 1900, a taxa de analfabetismo entre pessoas com 15 anos ou mais era de cerca de 65% e essa situação não apresentou mudança significativa até 1920, conforme os dados apresentados no Mapa do Analfabetismo, publicado pelo INEP (s/d).

Retornando para a Geometria ensinada nos poucos ginásios que atendiam à elite do país, um exame de promoção do 3º ano para o 4º ano, da matéria Geometria, realizado em novembro do ano de 1927, pelo aluno Benedito Castrucci no ginásio paulista, foi inventariado e analisado por Wagner Valente. A descrição das questões do exame incluía: uma demonstração geométrica; uma construção de triângulo com régua e compasso; um exercício sobre circunferência (Valente, 2004). O exemplo da prova de Castrucci indica que, após muitos anos - considerando programas e exames da metade do século XIX -, em 1927, a prática de demonstrar teorema como um processo de validar em geometria permanecia como questão cobrada em provas.

Em 1930, sob a presidência de Getúlio Vargas, foi criado, pela primeira vez no Brasil, o Ministério da Educação e o Conselho Nacional da Educação. A Reforma Francisco Campos, de 1931, leva o nome do Ministro da Educação e representou a normativa que organizou e estruturou o ensino secundário brasileiro. Desde 1924, os *Exames Parcelados* haviam sido suspensos para novos ingressantes - apenas os que já haviam iniciado o processo poderiam concluí-lo.

A Reforma Francisco Campos tornou obrigatório o ensino secundário para o acesso aos cursos superiores, encerrando definitivamente os *Exames Parcelados*. Contudo, devido ao reduzido número de ginásios disponíveis para atender aos alunos que concluíam o curso primário, foi criado o *Exame de Admissão* para acesso à 1ª série do curso secundário. Esse exame, semelhante a um vestibular, permaneceu em vigor até 1971, quando o curso primário e os primeiros anos do curso secundário foram unificados no Ensino de 1º grau.

Ainda em 1930, apesar do desenvolvimento econômico, o estado de São Paulo contava com apenas três ginásios públicos de ensino secundário: o da Capital, o de Campinas e o de Ribeirão Preto - os dois últimos no interior.

Estudos sobre o processo de expansão dos ginásios paulistas indicam que até 1940, a rede de ginásios estaduais era composta por 37 estabelecimentos no interior e três na capital e em

1950, chegava a 143 no interior e 12 capital; em 1958, os números chegaram a 294 escolas no interior e 65 na capital (Bontempi Jr., 2006 apud Valente, 2008).

A expansão dos ginásios oficiais e as relações políticas no estado de São Paulo foram objeto de estudos da tese defendida por Diniz, entre o período de 1947 a 1963. De acordo com o pesquisador, o número de ginásios em 1963 chegou ao total de 474. A tese de Diniz (2017) concluiu que essa expressiva expansão não seguiu critérios educacionais, mas sim aos interesses políticos envolvidos nesse campo a partir do atendimento as reivindicações da população, sobretudo das camadas médias e populares.

Quanto à formação de professores de Matemática no Brasil, foi justamente com a Reforma Francisco Campos que se regulamentou a formação de professores para escola secundária, por meio do Estatuto das Universidades Brasileiras, parte integrante dessa reforma. No estado de São Paulo, a Universidade de São Paulo (USP), fundada em 1934, criou o primeiro curso de matemática do estado e do Brasil.

a Universidade de São Paulo apresentava a novidade de possuir uma Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras que, segundo Fernando de Azevedo, passou a ser a medula do sistema, tendo por objetivos a formação de professores para o magistério secundário e a realização de altos estudos desinteressados e a pesquisa. (Romanelli, 2010, p. 134 apud Martins-Salandim, 2012, p. 23).

A USP reunia a Faculdade de Direito, a Escola Politécnica e a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), que incluía a Seção de Ciências Matemáticas, onde funcionava o curso de Matemática. As disciplinas que compunham o curso de *Sciencias Mathematicas*, em 1935, organizado em três anos, eram as seguintes:

1º ano: Geometria (Analítica e Projetiva), Análise Matemática (1ª parte), Física Geral e Experimental (1ª parte), Cálculo Vetorial;
2º ano: Análise Matemática (2ª parte), Mecânica Racional, Física Geral e Experimental (2ª parte);
3º ano: Análise Matemática (3ª parte), **Geometria**, História das Matemáticas (Pires, 2006, p. 213)

A presença da disciplina de Geometria tanto no 1º quanto no 3º ano reitera sua relevância na formação de professores, bem como na formação dos secundaristas. Antes da criação do curso de Matemática na USP, em 1933, foi criado o Instituto de Educação (IE), que funcionava na antiga escola Normal da Praça da República. O IE representou a primeira experiência de formação de professores em nível superior, no Brasil. Com a fundação da USP, o Instituto foi incorporado, tornando-se uma unidade universitária. O IE era responsável pela formação pedagógica de professores primários (com duração de dois anos) e de professores secundários (com duração de um ano), distribuídas da seguinte maneira:

Formação Pedagógica de professores primários

1º ano - Biologia Educacional; Psicologia Educacional; Sociologia Educacional; Matérias e Prática de Ensino Primário.

2º ano - Biologia Educacional (higiene escolar); Psicologia Educacional; História e Filosofia da Educação; educação Comparada; Matérias e Prática de Ensino Primário.

Formação Pedagógica de professores secundários

1º semestre - Biologia Educacional aplicada ao adolescente; Psicologia Educacional; Sociologia Educacional; Metodologia do Ensino Secundário.

2º semestre - História e Filosofia da Educação; Educação Secundária Comparada; Metodologia do Ensino Secundário (Ferreira, 2009, p. 22).

Para os professores do ensino secundário, a formação iniciava-se na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, por meio de um de seus cursos (como o de três anos de Matemática), e era complementada com a formação pedagógica no Instituto de Educação. De acordo com (Silva, 2000), o objetivo do curso da FFCL era formar “cientistas”, ficando a cargo do IE a formação profissional. A pesquisadora comenta ainda que os jornais da época evidenciavam que a criação do FFCL da USP tinha por objetivo a formação e aperfeiçoamento de professores para o curso secundário. Assim, consolidou-se o modelo de formação do professor de Matemática conhecido como 3 + 1 e que teve longa duração. Na primeira turma do curso de Matemática na USP ingressaram 29 alunos, todos homens e em 1936, diplomaram-se apenas quatro alunos (Silva, 2000).

A partir de 1930, com a estruturação do ensino secundário e a expansão do número de escolas, cresceu também a necessidade de professores de Matemática para ministrarem a disciplina. Até então, grande parte dos professores de Matemática no Brasil era composta por engenheiros, dado que este era o curso superior que mais abordava conteúdos de matemática. Nos primeiros anos do curso de Matemática da USP, a ausência de matemáticos formados no país fez com que professores estrangeiros, principalmente italianos, fossem convidados a lecionar. Um dos italianos que foi professor de curso de Matemática da USP foi Albanese (1890-1948), chegou em 1936 e teve como seu discípulo brasileiro Benedito Castrucci (cuja prova de Geometria foi analisada), um dos alunos do curso entre 1937 a 1939. Posteriormente, Castrucci tornou-se professor da própria instituição. (Silva, 2000) relata que Albanese preocupava-se com as questões do ensino da Geometria, e se manifestou em 1936:

Nas escolas secundárias, é recomendável não reduzir o ensino a uma árida exposição de teoremas, de fórmulas ou de relações trigonométricas, frequentemente inútil e danosa, pois procedendo dessa maneira, a geometria perde sua real importância de ciência viva e fecunda e torna-se um inútil receituário vulgar e inconcludente (Albanese, 1936 apud Silva, 2000, p. 7).

Novamente, o tema sobre o ensino de geometria dedutiva e sua ênfase na demonstração de teoremas é objeto de debate e preocupação no sentido de poder trazer danos à formação. Ele valorizava a intuição e recomendava o uso de modelos e instrumentos geométricos para instruir os professores de Matemática.

A expansão dos cursos de Matemática no estado de São Paulo continuou ao longo da década de 1940, com a criação de três novos cursos em instituições privadas: Universidade Católica de São Paulo, Universidade Católica de Campinas e Universidade Mackenzie de São Paulo. Martins-Salandim (2012) registra o levantamento de cursos de matemática feito por Vaidergorn (2003), que aponta a criação de 13 Faculdades de Filosofia Ciência e Letras no interior de São Paulo, até 1961, distribuídas pelas seguintes cidades e anos de criação: Campinas (1941), Sorocaba (1952), Bauru (1953), Santos (1954), Lins (1956), São José do Rio Preto e Taubaté (1957), Itu (1958), Araraquara, Assis, Marília, Presidente Prudente e Rio Claro (1959).

Com base no número de ginásios no estado de São Paulo, que chegou a 474 em 1963 (Diniz, 2017), e na quantidade de cursos para formar professores de Matemática até 1961, totalizando 15 (13 no interior e 2 na capital), algumas reflexões podem ser feitas. Considerando uma simples estimativa, cada curso deveria formar mais de 30 professores por ano na década de 1960 para que todos os ginásios tivessem, pelo menos, um professor de Matemática qualificado. Isso evidencia que, desde o início, a política de expansão do ensino não acompanhou adequadamente a expansão da formação de professores qualificados.

Um estudo detalhado feito por Silva (2013) descreve uma relação de faculdades de filosofia que ministraram cursos de matemática, em diferentes cidades e estados, ano de sua criação

e número de alunos ingressantes. A pesquisadora destaca a pouca procura pelo curso de Matemática no país e também as altas taxas de reprovação, o que resultava um número mínimo de formandos, com, por exemplo, 4 formandos na primeira turma da USP; 7 em 1942 no Rio de Janeiro; 4 em 1944 na Bahia, o que reitera a carência de professores de matemática como uma situação nacional em paralelo o período de expansão do curso secundário.

Quadro 1. Faculdades, Cidades, Estados, Ano e Número de Ingressantes (1934-1959)

Nome	Cidade/Estado	Ano	Número de alunos ingressantes
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras – USP	São Paulo (SP)	1934	29
Faculdade Nacional de Filosofia – Universidade do Brasil	Rio de Janeiro (RJ)	1939	17
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Paraná	Curitiba (PR)	1940	9
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Pernambuco	Recife (PE)	1941	Sem informação
Faculdade de Filosofia de Belo Horizonte	Belo Horizonte (MG)	1941	Sem informação
Faculdade de Filosofia – Universidade de Porto Alegre	Porto Alegre (RS)	1942	Sem informação
Faculdade Livre de Educação, Ciências e Letras – PUCRS	Porto Alegre (RS)	1942	20
Faculdade de Filosofia da Bahia	Salvador (BA)	1942	5
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Campinas	Campinas (SP)	1942	34
Faculdade de Filosofia do Mackenzie	São Paulo (SP)	1947	15
Faculdade Fluminense de Filosofia	Niterói (RJ)	1948	Sem informação
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Belém	Belém (PA)	1955	9
Faculdade de Filosofia do Amazonas	Manaus (AM)	1959	Sem informação

Fonte: Silva (2013, p. 6).

Retornando a 1931, a Reforma Francisco Campos foi responsável por estruturar o ensino secundário no Brasil. Até esse momento, o Colégio Pedro II possuía o status de referência nacional. Nesse contexto, é natural que um personagem importante do Pedro II, o engenheiro Euclides Roxo (1890-1950) fosse chamado pelo Ministro Francisco Campos para coordenar o programa de Matemática.

Euclides de Medeiros Guimarães Roxo⁵, ainda como estudante do curso de Engenharia, tornou-se professor do Colégio Pedro II, chegando a ser diretor daquela Instituição. Escreveu seu primeiro livro didático de Aritmética em 1923 e implementou diversas mudanças no Colégio no final da década de 1920. Ele foi responsável por introduzir as propostas modernizadoras para o ensino de Matemática, que vinham sendo discutidas internacionalmente desde 1908, ano do IV Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma, na Itália. Nesse congresso, foi criada a *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* (CIEM), liderada pelo alemão Felix Klein (1849-1925), para estudar e propor inovações no ensino de Matemática. Klein já vinha desenvolvendo reformas no ensino alemão, tanto metodológicas quanto de conteúdos. O movimento desencadeado a partir desse congresso ficou conhecido no Brasil como 1º Movimento Modernizador para o Ensino de Matemática.

Embora o Brasil não tenha participado do IV Congresso de 1908 em Roma, Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919), outro professor do Colégio Pedro II, representou o país no V Congresso Internacional de Matemática, realizado na Inglaterra, em 1912 (Schubring, 2003). No entanto, conforme Valente (2004), Gabaglia não trouxe para a comunidade brasileira as discussões internacionais e propostas de reforma apresentadas internacionalmente. Consequentemente, nenhuma mudança significativa foi incorporada nos programas do Colégio Pedro II nas décadas de 1910 e 1920.

⁵ Para compreender melhor o papel de Roxo e o 1º movimento modernizador no Brasil, leia *O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha* (Schubring, 2003), *Euclides Roxo e o movimento de modernização internacional da matemática escolar* (Valente, 2003) e a tese *Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil* (Dassie, 2008).

Foi apenas com Euclides Roxo que os debates sobre a modernização da Matemática ganharam destaque. Ele implementou ideias e propostas no programa do Pedro II, no final da década de 1920. Quando destacamos a figura de Euclides Roxo é preciso ressaltar que ele foi uma liderança importante, com poder, tanto pelo cargo de diretor do Colégio Pedro II, como por coordenar a elaboração do programa de Matemática da Reforma Francisco Campos, mas claro que juntamente com muitos outros professores e educadores para implementar as ideias propostas pelo 1º Movimento Modernizador.

A proposta modernizadora liderada por Klein propunha uma nova concepção de ensino secundário: eliminação da organização excessiva sistemática e lógica da escola, a consideração da intuição como elemento inicial para sistematização, introdução de conceitos modernos, como Funções e Cálculo Diferencial e Integral, valorização das aplicações matemáticas para qualquer estudante, não apenas para técnicos, percepção da importância da fusão dos conteúdos ensinados (Miorim, 1998).

As orientações pedagógicas alteravam diretamente a abordagem do ensino, privilegiando a intuição como etapa preparatória para conceitos abstratos e reduzindo o excesso de formalismo lógico. Nesse período, no Brasil, ocorreu a criação da disciplina Matemática, unificando as disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria, que eram tratadas separadamente. A disciplina com a denominação “Matemática”, destinada a todas as séries do curso secundário foi oficializada na Reforma Francisco Campos.

A mudança significativa, consolidada pela Reforma Francisco Campos, trouxe desafios que permanecem até hoje, como a dificuldade identificada no ensino de Matemática brasileiro em integrar os diferentes ramos. A reforma de Roxo e suas propostas inovadoras enfrentaram críticas, inclusive de colegas do próprio Colégio Pedro II, como as do professor Almeida Lisboa:

O professor Roxo esqueceu qual a verdadeira finalidade da Matemática na escola secundária. Seu principal destino não é uma colheita mais ou menos abundante de conhecimentos práticos e isolados (Jornal do Commercio de 21/12/30 apud Carvalho, 2003, p. 110).

A Matemática desapareceu do ensino secundário. Eis o triste resultado do que se chama enfatuadamente “a moderna orientação do ensino de matemática”, e é apenas uma orientação brasileira, atestando a nossa incompetência pedagógica. As verdadeiras demonstrações, os raciocínios perfeitos, o rigor e a lógica da ciência, tudo o que faz a beleza e a imensa utilidade da matemática foi abolido do ensino oficial. Nos programas oficiais brasileiros, não há mais nem menos teoria, nem rigor matemático (Vieira, 1936 apud Miorim, 1998, p. 102, grifo nosso).

As críticas de Almeida Lisboa continuaram a ser publicadas em artigos de jornais da época⁶. Nesses textos, é possível identificar a relevância das demonstrações, como exemplo da verdadeira Matemática, destacando raciocínios perfeitos, rigor e lógica, todos componentes fortemente presentes na Geometria. Esse contexto reflete o cenário da década de 1930, momento fundamental na Educação Brasileira e no ensino da Matemática, como uma disciplina única, incorporando debates e discussões de um movimento internacional já implementado em muitos países.

Para compreender os primeiros anos do ensino secundário estruturado, sintetizamos as propostas para o ensino de Geometria dentro da disciplina de Matemática. Apesar de seu nome unificado, a disciplina mantinha divisões internas similares às anteriores, em todas as

⁶ Para melhor compreender os embates entre Roxo e colegas do Pedro II, leia *Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática* (Carvalho, 2003).

séries. Esse período foi marcado por turbulências, com três reformas ocorrendo até a metade do século XX, conforme apresentado no Quadro 2, com um intervalo médio de dez anos entre elas.

Quadro 2. Geometria nos Programas para Alunos de 11 a 14 Anos (1931-1951)

Reforma	Organização da Geometria	Instruções/Orientações
Campos (de 1931)	Iniciação Geométrica 1ª e 2ª séries Geometria 3ª, 4ª e 5ª séries	- Curso propedêutico de Geometria - Partir da intuição para atingir gradualmente a exposição formal: da experimentação e percepção sensorial para o raciocínio analítico.
Capanema (de 1942)	Geometria Intuitiva 1ª e 2ª séries Geometria Dedutiva 3ª e 4ª séries	- Geometria intuitiva como transição suave entre experiências com formas e concepção dedutiva da Geometria.
Simões Filho (de 1951)	Geometria 3ª e 4ª séries	- Não dispensar o apelo à intuição - Despertar aos poucos o sentimento da necessidade da justificativa, da prova e da demonstração.

Fonte: Adaptado de Jahn & Leme da Silva, 2024.

As três reformas foram estruturadas em dois Ciclos, totalizando sete anos de curso secundário. Entretanto, a Reforma Francisco Campos, foi organizada em cinco anos para o 1º ciclo e dois anos para o 2º ciclo. As duas reformas seguintes reorganizaram o currículo em quatro anos para o 1º ciclo (similar ao que hoje designamos por Anos Finais do EF) e três anos para 2º ciclo (similar ao que hoje designamos por Ensino Médio).

O termo “Iniciação Geométrica”, presente na Reforma Campos, e “Geometria Intuitiva”, introduzido na Reforma Capanema, ambas aplicadas às duas primeiras séries, sinalizam a incorporação do ideário modernizador. Esse ideário previa uma nova prática para os processos de validar em geometria, na qual os alunos seriam convidados a realizar experiências pontuais, analisar casos isolados e formular conjecturas, todos caracterizados como “processos de validação” que serviriam como preparação para o ensino da “Geometria Dedutiva”. A Geometria dedutiva, por sua vez, deveria ser abordada nas séries finais do programa do secundário da Reforma Capanema e correspondia às demonstrações de teoremas, que constituem outra prática de validar em geometria.

As instruções das três reformas destacavam a intuição como aspecto fundamental, algo distante da abordagem evidenciada no Pedro II e nos Exames Parcelados, do século XIX. Certamente, o caráter “propedêutico” da proposta, assim como o objetivo de “atingir gradualmente o formalismo”, conforme expresso na Reforma Campos, representaram mudanças significativas na cultura escolar da época e, conseqüentemente, provocaram resistências de uma prática escolar estabelecida em outras bases, como apontado na fala de Almeida Lisboa.

Observamos ainda, que na Reforma Simões Filho, também designada como Assuntos Mínimos, o objetivo era reduzir o número de conteúdos para aqueles considerados essenciais. Nesse momento, o destaque para o “adereço” do intuitivo, e até mesmo da geometria intuitiva, perdeu espaço no programa. Sabe-se que Euclides Roxo participou da Reforma Capanema, o que, de algum modo, pode justificar a permanência da Geometria em todas as séries, com a finalidade de colaborar e preparar os alunos para os dois anos finais, voltados ao estudo de uma Geometria dedutiva.

Por fim, chegamos à década de 1950, na metade do século XX. Outro registro importante desse período foram os Congressos de Ensino de matemática, que tiveram início em 1955. Marta

Souza Dantas, professora baiana, organizou e liderou o primeiro congresso em Salvador/BA, após realizar estágio na França e visitar outros países europeus. Ao todo, ocorreram cinco congressos: o segundo, em 1957 em Porto Alegre/RS; o terceiro, em 1959, no Rio de Janeiro/RJ; o quarto, em 1962, em Belém/PA; e o quinto, em 1966, em São José dos Campos/SP.

Desde o segundo Congresso, o tema da Matemática Moderna, um 2o Movimento Modernizador, também de âmbito internacional, foi objeto de discussões. A partir do segundo Congresso, o tema da Matemática Moderna tornou-se objeto de discussões. Ainda nas atas do referido congresso, ocorrido em Porto Alegre/RS, o debate sobre o ensino de geometria no curso secundário abordou o papel das demonstrações, as dificuldades de compreensão por parte dos alunos e a prática de memorizar as demonstrações dos teoremas apenas para garantir nota nos exames, como observamos no relato de um professor:

A falta de concatenação lógica inicial dos teoremas e o caráter intuitivo de boa parte deles produz a nociva impressão, na mente do aluno, de que as demonstrações constituem malabarismos do professor. Tiradas do nada são deixadas soltas no ar, sem um fim determinado.

[...] Neste momento ele não percebe as relações mútuas que existem entre os vários teoremas; quando muito sabe que esta demonstração está apoiada no teorema precedente examinado pelo professor. Não forma, também, uma ideia clara do que é uma teoria ou não possui teoria alguma. Só lhe resta, agora, servir-se da memorização, para guardar os teoremas e suas provas, durante o curto prazo de duração dos exames... (Congresso..., 1959 apud Búrigo, 2015, p. 8, grifos nossos).

Na década de 1950, os relatos de professores discutido nos Congresso de Ensino de Matemática atestam que as tentativas de inserção, preparo e incorporação de novos processos de validação em geometria, apoiados em experiências e com um espírito intuitivo não se consolidaram. Mesmo que essas abordagens tenham sido explicitamente incorporadas nas Reformas Francisco Campos (1931) e Capanema (1942), a prática de memorizar demonstrações, identificada por Bittencourt (1993) nos *Exames Parcelados* do século XIX, reaparece nos anos de 1950. É possível que tal prática nunca tenha sido abandonada.

Por fim, chegamos à década de 1960, e com ela a primeira Lei de Diretrizes e Bases (LDB 4.024/61), que descentralizou os programas nacionais, permitindo que cada estado elaborasse seus próprios programas. E junto com a nova legislação, emergiu o 2º Movimento Modernizador do Ensino de Matemático, de alcance internacional, que passou a circular e a ser amplamente debatido. Este movimento, conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM), envolveu matemáticos, educadores, professores, psicólogos e outros profissionais, provocando uma revolução curricular no ensino de Matemática no Brasil, impactando tanto os conteúdos quanto os aspectos metodológicos, mas essa história será contada em outro momento.

4 Considerações Finais

Na oficina relatada, os próximos passos consistiram na organização dos participantes em grupos e no convite para analisarem livros da década de 1950 e de 1960, a partir de um roteiro previamente elaborado pelas professoras. O objetivo era identificar diferenças e semelhanças entre as duas coleções: uma considerada como “pré-moderna” (década de 1950) e a outra “moderna” (década de 1960). A tarefa foi realizada, inicialmente, de forma individual e, posteriormente, os grupos sistematizaram as respostas e compartilharam-nas no coletivo, acompanhadas de comentários e considerações.

Após o fecho dessa etapa, os participantes foram convidados a ler o artigo “*Não decore*

demonstrações de teoremas! A Geometria Moderna de Osvaldo Sangiorgi” (Jahn e Leme da Silva, 2023), que analisou os mesmos livros utilizados na tarefa proposta.

Finalmente, para o último encontro, tarefa similar foi solicitada aos participantes, agora com livros mais recentes: um de Luiz Roberto Dante (2022) e outro do Eduardo Bianchini (2022), seguindo o mesmo roteiro. No terceiro e último encontro, os participantes realizaram a discussão com base nos livros atuais, sendo possível fomentar uma discussão e identificar várias mudanças comparativamente com os livros das décadas de 1950 e 1960.

Deixamos ainda o convite aos participantes para a leitura do capítulo “*Práticas experimentais e demonstrativas na sala de aula de matemática: reflexões entre passado e presente*” (Leme da Silva & Jahn, 2024), presente no e-book *Caminhos da geometria na atualidade: velhos percursos, novas lentes*, organizado por Marcelo Bairral, Marcos Henrique e Alexandre Assis. No capítulo, discutimos as normativas mais recentes, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), além de serem sugeridas tarefas para o desenvolvimento de práticas de validação em sala de aula, acompanhadas de comentários.

O panorama ora apresentado requer ressalvas, como observamos inicialmente. Certamente, ele carece de complementos e apresenta lacunas para uma narrativa mais inteligível, mas oferece uma visão preliminar, distante de ser “a única história”. Seu objetivo, além de explorar o passado, foi evidenciar o que, em história, chamamos de heranças e rupturas - pelo menos algumas delas. O texto busca destacar que a sociedade sofreu inúmeras mudanças e que a escola, o ensino de matemática, os professores, sua formação, e os alunos, também mudaram. As práticas podem parecer semelhantes, mas são configuradas em cada momento histórico em diálogo com a cultura da época e do local.

O modo de ensinar matemática e os “processo de validação” em geometria passaram por alterações, foram objeto de debates, problemas, embates, críticas, em diferentes escalas, tanto no Brasil, seja internacionalmente. Processos de validação, provas, demonstrações fizeram parte da história da geometria escolar e em diferentes momentos históricos foram objetos de problematizações.

Percebemos ainda a existência de personagens, para muitos desconhecidos, que não eram os grandes matemáticos ou geômetras como os estudados na História da Matemática, mas professores, engenheiros e outros profissionais que elaboraram propostas ditas modernas e que receberam críticas. É justamente por esse movimento constante de repensar o ensino de Matemática que somos convidados a romper com a ideia de que “a matemática é sempre a mesma na escola” ou de que “nada mudou”. Apostamos que conhecer um pouco sobre processos de validar em geometria nos permitirá analisar a realidade e as propostas atuais com outras perspectivas.

Declarações complementares

Agradecimentos

Ao CNPq pelo apoio ao projeto de pesquisa (Processo nº 405027/2023-0), por meio do Edital Universal.

Uso de Inteligência Artificial

Não foram empregadas ferramentas de inteligência artificial generativa na concepção, execução ou redação deste estudo.

Orcid

Maria Celia Leme da Silva  <https://orcid.org/0000-0001-6029-0490>

Referências

BELTRAME, J. *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro . Departamento de Matemática, 2000.

BITTENCOURT, C. M. F. *Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar*. Tese (Doutorado em História) — Departamento de História. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/208387>.

BÚRIGO, E. Desafios de educação matemática em história, cultura e filosofia: professores de matemática deveriam estudar história. In: *Anais do XII Encontro Gaúcho de Educação Matemática*. Porto Alegre, RS, 2015. p. 1–14.

CARVALHO, J. B. P. Euclides roxo e a modernização do ensino da matemática no brasil. In: VALENTE, W. R. (org.). *Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil*. Porto Alegre, RS: Biblioteca do Educador Matemático, 2003. (Coleção SBEM), p. 86–158.

DASSIE, B. A. *Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil*. Tese (Doutorado em Educação) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. https://crephimat.com.br/visor.php?id_t=61&t=2.

DINIZ, C. A. *A expansão dos ginásios oficiais e o campo político no estado de São Paulo (1947-1963)*. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Estadual Paulista, Campus Marília, 2017. <http://hdl.handle.net/11449/151891>.

FERREIRA, V. L. *O processo de disciplinarização da metodologia do ensino de matemática*. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade de São Paulo, 2009. <https://doi.org/10.11606/T.48.2009.tde-03092009-161620>.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Ministério da Educação. Governo Lúzi Inácio Lula da Silva, Ministro da Educação, Cristovam Buarque. Mapa do Analfabetismo no Brasil, s/d.

JAHN, A. P.; LEME DA SILVA, M. C. Não decore demonstrações de teoremas! a geometria moderna de osvaldo sangiorgi. *RIPEM-Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília*, v. 13, n. 4, p. 1–19, 2023.

JAHN, A. P.; LEME DA SILVA, M. C. Proofs in geometry teaching in the brazilian context: a representation of yesterday and today. In: T. LOWRIE, A. G UTIÉRREZ, & F. EMPRIN (Eds.). *The twenty-sixth ICMI study advances in geometry education*. INSPÉ, Université de Reims Champagne-Ardenne: Reims, France, 2024. p. 77–84.

LEME DA SILVA, M. C. *Histórias do ensino de geometria nos anos iniciais e seus parceiros: desenho, trabalhos manuais e medidas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021.

LEME DA SILVA, M. C.; JAHN, A. Práticas experimentais e demonstrativas na sala de aula de matemática: reflexões entre passado e presente. In: BAIRRAL, M. A.; HENRIQUE, M.; ASSIS, A. R. (Eds.). *Caminhos da geometria na atualidade: velhos percursos, novas lentes*. Série InovaComTIC: Rio de Janeiro: EDUR, UFRJ, 2024. p. 135–162.

LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. (org.) *A geometria nos primeiros anos escolares: História e perspectivas atuais*. Papirus Editora, 2014.

MARTINS-SALANDIM, M. E. *A interiorização dos cursos de Matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro, 2012. <http://hdl.handle.net/11449/102107>.

MIORIM, M. A. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual Editora, 1998.

OTTONI, C. B. *Elementos de Geometria e Trigonometria Retilínea*. 2ª edição. Rio de Janeiro: Eduardo & Henrique Laemmert, 1857.

PIRES, R. C. *A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade de São Paulo, 2006. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11211>.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: VALENTE, W. R. (org.). *Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil*. Biblioteca do Educador Matemático: Coleção SBEM, 2003. p. 11–45.

SILVA, C. M. S. A faculdade de filosofia, ciências e letras da USP e a formação de professores de matemática. In: ANPED. *Anais da 23ª Reunião Anual da ANPED*. Caxambu, MG, 2000. p. 1–19.

SILVA, C. M. S. Abandonando o amadorismo - formação de professores de matemática nas faculdades de filosofia no Brasil. In: SBEM. *Anais do XI ENEM - Educação Matemática - retrospectivas e perspectivas*. Curitiba, PR, 2013. p. 1–16.

TANURI, L. M. História da formação de professores. *Revista brasileira de educação*, n. 14, p. 61–88, 2000.

VALENTE, W. R. Euclides Roxo e o movimento de modernização da matemática escolar. In: VALENTE, W. R. (org.). *Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil*. São Paulo, SP: Biblioteca do Educador Matemático, 2003. p. 45–85.

VALENTE, W. R. *O nascimento da matemática do ginásio*. Annablume, 2004.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930*. 2ª. ed. São Paulo: Annablume, 2007. v. 103.

VALENTE, W. R. (org.) *Oswaldo Sangiorgi: um professor moderno*. Annablume, 2008.

Nota dos Editores: As declarações, opiniões e dados contidos em todas as publicações são de responsabilidade exclusiva do(s) autor(es) e colaborador(es) e não das **Edições UESB** e/ou do(s) editor(es). As Edições UESB e/ou o(s) editor(es) se isentam de responsabilidade por qualquer dano a pessoas ou bens resultante de quaisquer ideias, métodos, instruções ou produtos referidos no conteúdo.

